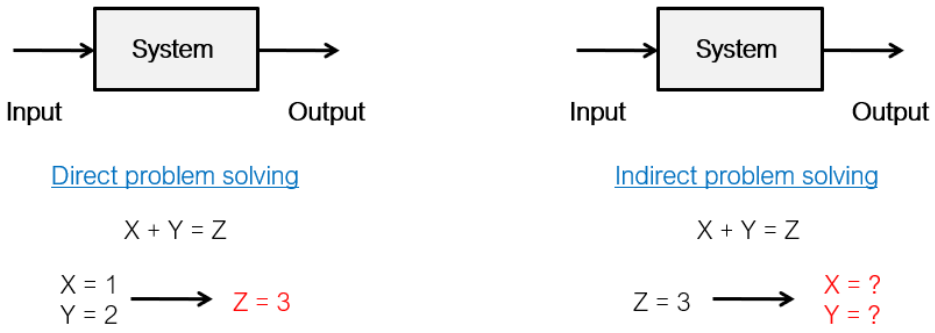
ปฏิบัติการที่ 10 การวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้าง

วัตถุประสงค์

1. เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจกระบวนการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุด
2. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถประยุกต์กระบวนการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดกับการออกแบบโครงสร้างได้

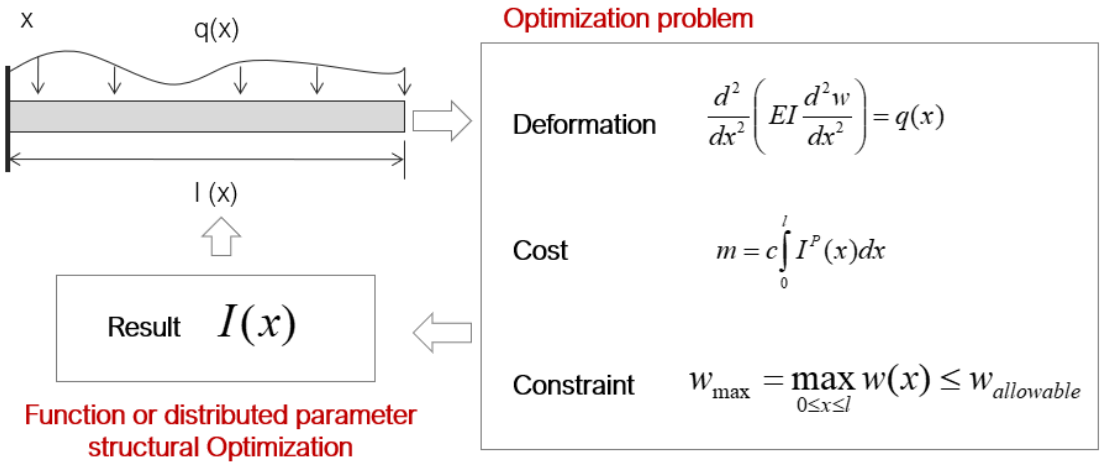
บทนำ

การวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดเป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยเป็นกระบวนการโดยอ้อม กล่าวคือในกระบวนการวิเคราะห์สมการโดยปกติเป็นการกำหนดค่าตัวแปรต้นเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่เป็นตัวแปรตาม แต่การวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดเป็นการวิเคราะห์สมการเพื่อหาค่าตัวแปรต้น จากระบบที่กำหนดค่าตัวแปรตามที่ต้องการไว้ก่อน (Haftka & Gürdal, 2012)



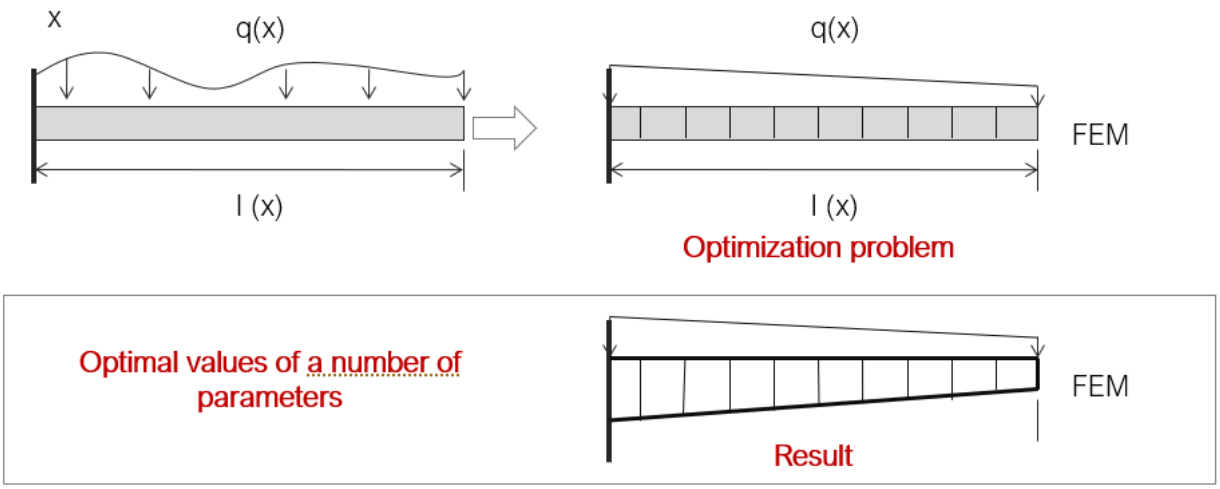
ภาพที่ 224 เปรียบเทียบการวิเคราะห์สมการแบบตรง กับ การวิเคราะห์สมการแบบทางอ้อม

ซึ่งระบบ (system) ในครอบคลุมถึงเงื่อนไขเฉพาะทางต่าง ๆ เช่น ทางวิศกรรมโครงสร้าง ระบบสามารถคำนวนการตอบสนองทางโครงสร้างเช่น Deformation เพื่อให้ได้ตัวแปรต้น เป็นค่า โมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัดคาน



ภาพที่ 225 การจำลองระบบโครงสร้างคานให้อยู่ในรูปสมการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุด

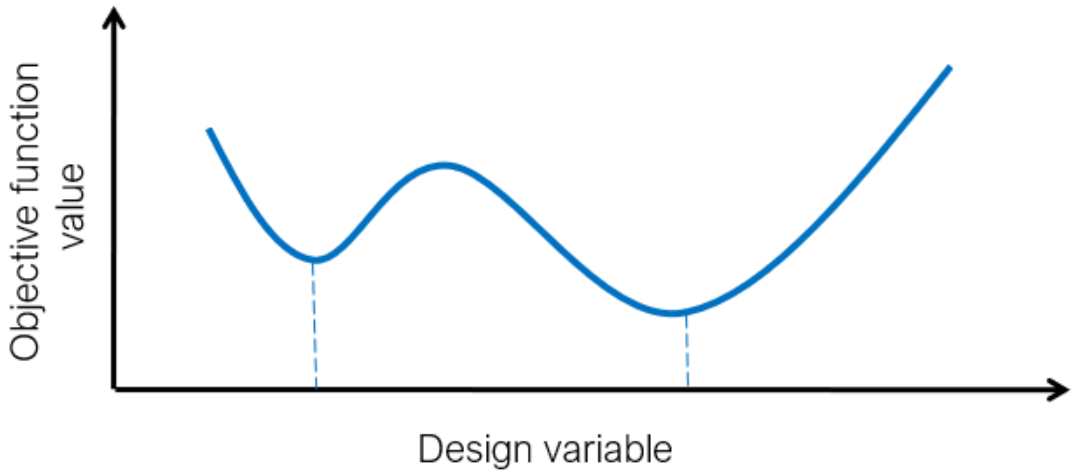
Copyright 2019-2020



ภาพที่ 226 การกำหนดขนาดหน้าตัดเป็นตัวแปรทำให้ได้รูปร่างของคาน

การกำหนดตัวแปรต้นในทางการวิเคราะห์โครงสร้างเป็นการกำหนดตัวแปรอออกแบบ ซึ่งสามารถเป็นได้ทั้ง ขนาดหน้าตัดของโครงสร้าง (Sizing Optimization) และ รูปร่างของโครงสร้าง (Shape Optimization) และ ทอพอโลยีของโครงสร้าง (Topology Optimization) (Martin P Bendsøe & Sigmund, 1995)

อย่างไรก็ วัตถุประสงค์ในการวิเคราะห์ มีความเหมือนกันคือ การสร้างความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรออกแบบและ ค่าของฟังกชันวัตถุประสงค์ (Objective function) โดยผลที่เหมาะที่สุด ดูจากตัวแปรออกแบบที่ทำให้เกิดค่า ฟังกชันวัตถุประสงค์น้อยที่สุด



ภาพที่ 227 ความสัมพันธ์ระหว่างเซตของตัวแปรออกแบบและฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์

 Copyright 2019-2020

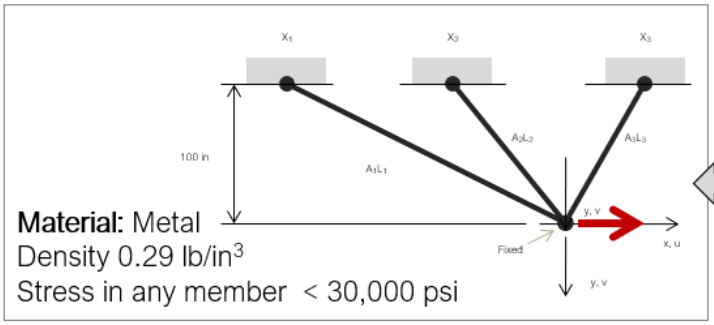
ตัวอย่างเช่น การแปลงระบบโครงสร้าง ให้อยู่ในรูปของสมการเมทริกซ์ ตัวแปรออกแบบเป็นตำแหน่งของจุดรองรับ โดยมีวัตถุประสงค์คือการวิเคราะห์หาน้ำหนัก (มวล) ของโครงสร้างที่น้อยที่สุด สามารถสร้างระบบสมการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดได้ดังต่อไปนี้

Illustrative problem 2
Step 2 : objective function

Minimize

$$m = 0.29(A_1L_1 + A_2L_2 + A_3L_3)$$

$$\text{where} L = \sqrt{x_i^2 + 100^2}; i = 1,2,3$$



Material: Metal
Density 0.29 lb/in^3
Stress in any member < 30,000 psi

Math Model

$$k_{11}(X)u + k_{12}(X)v = 10{,}000$$
$$k_{12}(X)u + k_{22}(X)v = 0$$

Where

$$k_{11}(X) = E\sum_{i=1}^{3}\frac{A_i x_i^2}{L_i^3}$$

$$k_{12}(X) = -E\sum_{i=1}^{3}\frac{100\,A_i x_i}{L_i^3}$$

$$k_{22}(X) = E\sum_{i=1}^{3}\frac{10{,}000\,A_i}{L_i^3}$$

Illustrative problem 2
Step 4 : optimization problem

Minimize $m = 0.29(A_1L_1 + A_2L_2 + A_3L_3)$

$$\text{where} L = \sqrt{x_i^2 + 100^2}; i = 1,2,3$$

$$k_{11}(X)u + k_{12}(X)v = 10{,}000$$
$$k_{12}(X)u + k_{22}(X)v = 0$$

Where

$$k_{11}(X) = E\sum_{i=1}^{3}\frac{A_i x_i^2}{L_i^3}$$

$$k_{12}(X) = -E\sum_{i=1}^{3}\frac{100\,A_i x_i}{L_i^3}$$

$$k_{22}(X) = E\sum_{i=1}^{3}\frac{10{,}000\,A_i}{L_i^3}$$

Subjected to

Tension $$g_i = 30{,}000 - E\frac{(-ux_i + 100v)}{L_i^2} \geq 0$$

Compression $$g_{i+3} = E\frac{(-ux_i + 100v)}{L_i^2} + 30{,}000 \geq 0$$

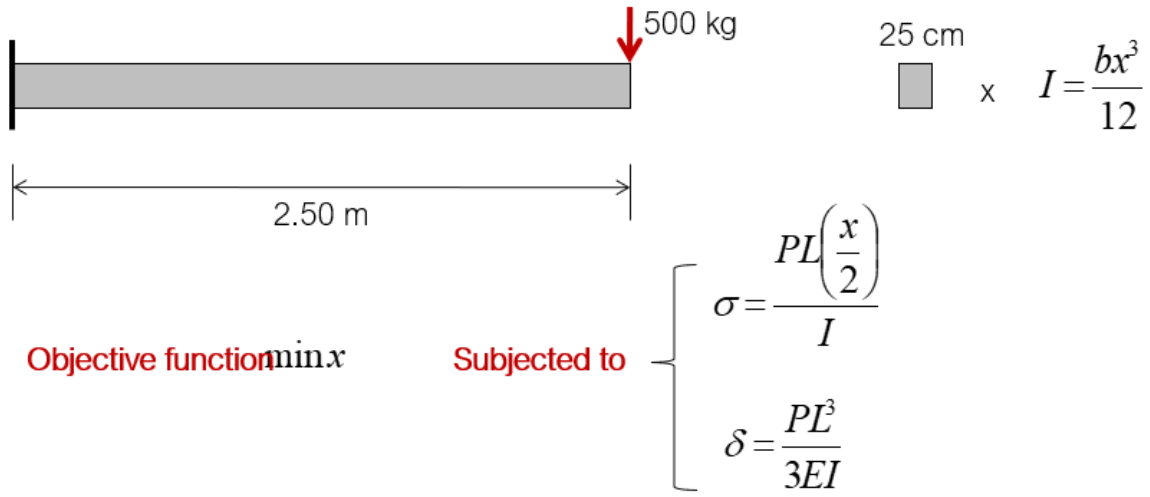
Min. Section Area $$g_{i+6} = A_i - 0.1 \geq 0$$

How to solve the system with 6 design variables ?

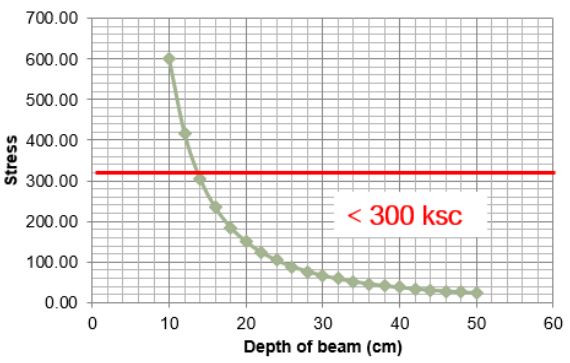
"Indirect problem solving"

Copyright 2019-2020

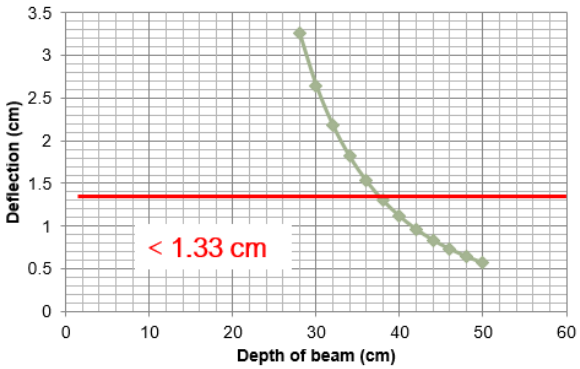
ในรูปแบบปัญหาที่มีความซับซ้อนน้อยลง เช่นการกำหนดตัวแปรออกแบบเป็น ขนาดความลึกของหน้าตัดเพียงตัวแปรเดียว โดยมีสมการข้อจำกัดคือ หน่วยแรงที่ยอมให้ และ การเปลี่ยนรูปของโครงสร้าง



โดยมเมื่อพิจารณาหน่วยแรงที่ยอมให้เป็นข้อจำกัดการออกแบบ ความลึกต่ำสุดของคานจะอยู่ที่ 12.5 เซนติเมตร แต่ถ้าพิจารณาการเปลี่ยนรูปความลึกของคานที่น้อยที่สุดคือ 38 เซนติเมตร ดังนั้น ค่าความลึกที่สอดคล้องกับเงื่อนไขข้อจำกัดทั้ง 2 คือ ความลึกถูกกำหนดโดยเงื่อนไขการเปลี่ยนรูปของโครงสร้าง



Stress Constraint

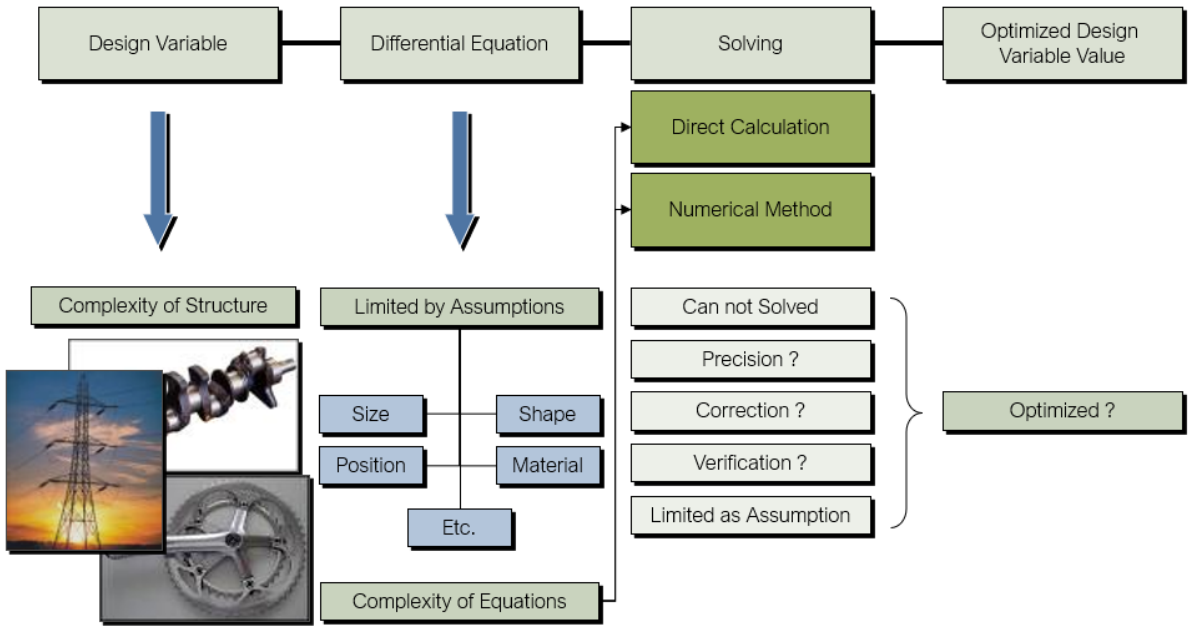


Deflection Constraint

ภาพที่ 228 ความสัมพันธ์ระหว่างความลึกของหน้าตัดคาน (x) กับค่าหน่วยแรงและการเปลี่ยนรูป

Copyright 2019-2020

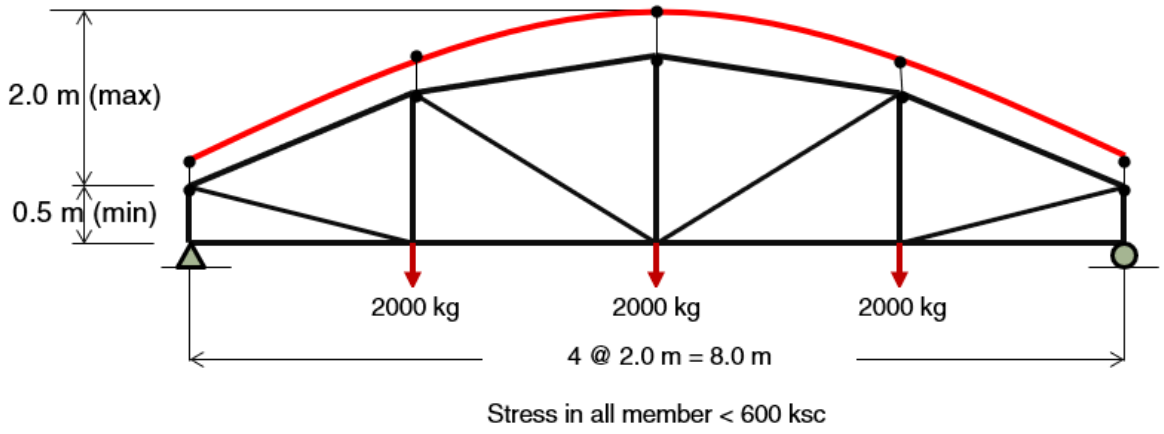
อย่างไรก็ตาม การวิเคราะห์ Sizing Opimization หรือ Shape Optimization อาจไม่ตอบโจทย์ในการออกแบบที่มีความซับซ้อนในการกำหนดปัญหาการวิเคราะห์ ซึ่งจะนำไปสู่การวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้างด้วยระเบียบวิธี Topoplogy Optimization (Surit & Wethyavivorn, 2011)



ภาพที่ 229 ความซับซ้อนของปัญหา Optimization

ปฏิบัติการ

ให้ทำการวิเคราะห์หารูปร่างเหมาะที่สุดของโครงข้อหมุนที่กำหนดให้ โดยการใช้ รูปของ Control geometry เป็น เส้นโค้งพาราโบลา กำหนดให้ใช้วัสดุเป็น Fe24 และ ใช้ขนาดของ Section เป็นขนาด WF350x350x156 kg/m



 Copyright 2019-2020

Copyright 2019-2020

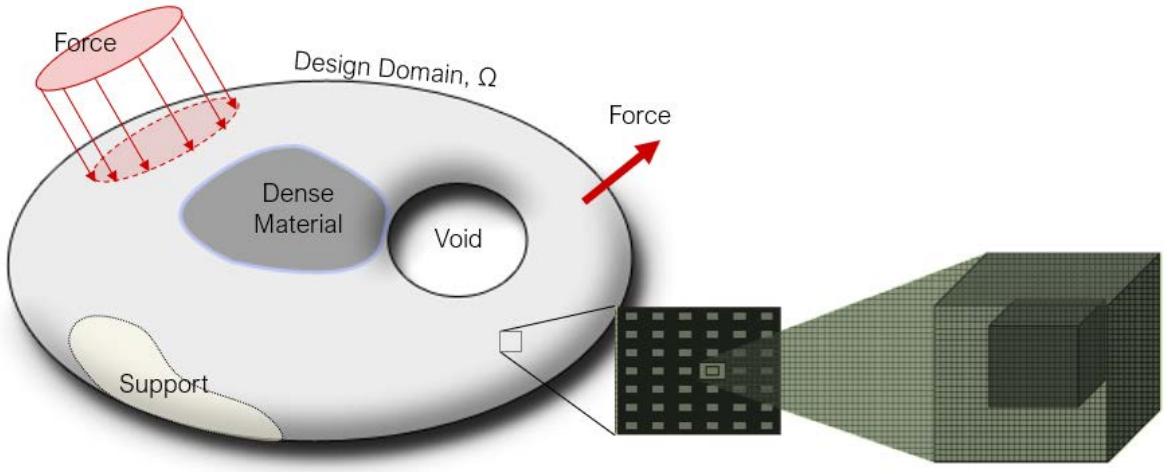
ปฏิบัติการที่ 11 กระบวนการ Topology Optimization

วัตถุประสงค์

1. ศึกษากระบวนการ Topology Optimization ของโครงสร้าง
2. ดำเนินกระบวนการ Topoloy Optimization ของ โครงสร้าง โดยใช้ Autodesk Fusion

บทนำ

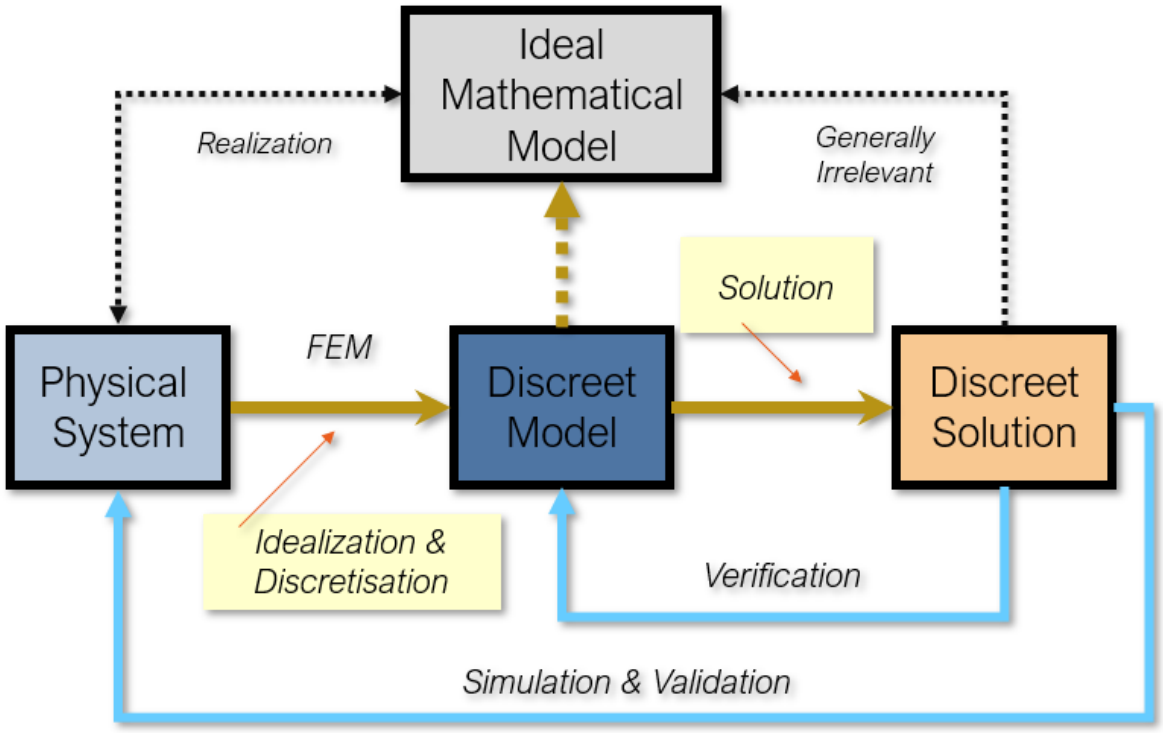
กระบวนการ Topology Optimization เป็นกระบวนการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้างโดยพิจารณาถึงการกระจายความหนาแน่นของเนื้อวัสดุในส่วนที่มีความต้องการอย่างเหมาะสม (Sigmund, 1994)



ภาพที่ 230 แนวคิด Solid Isotropic Material Penalization

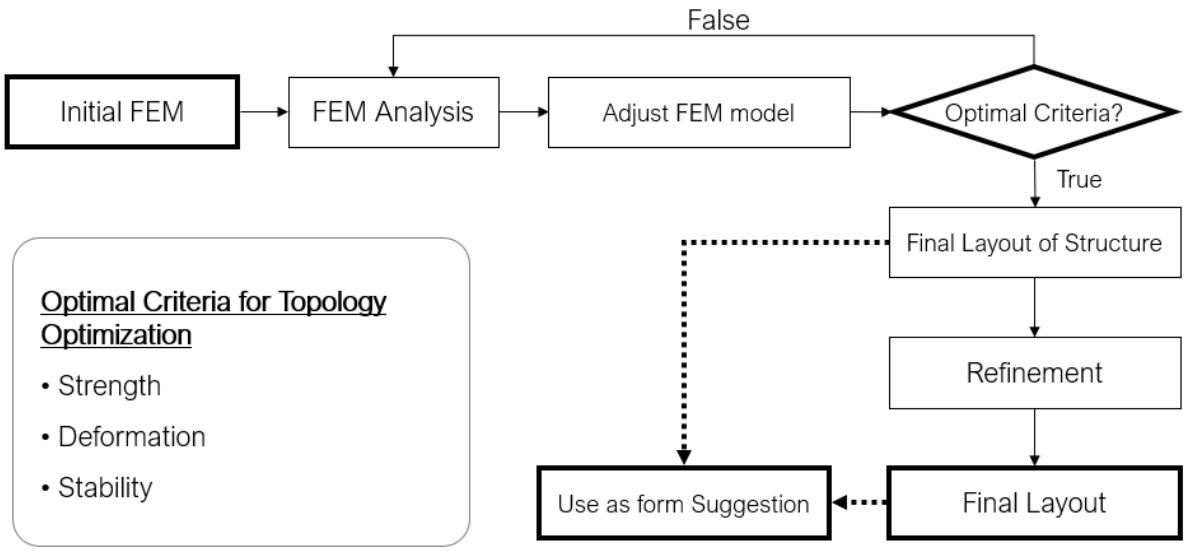
กระบวนการวิเคราะห์ เป็นกระบวนการซึ่งมีความสัมพันธ์กับระเบียบวิธี Finite Element กล่าวคือขอบเขตของปัญหาจะถูกสร้างเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วย ระเบียบวิธี Finite Element จากนั้นจึงใช้กระบวนการจำลองสถานการณ์เพื่อวิเคราะห์หาหน่วยแรงที่เกิดขึ้น

 Copyright 2019-2020



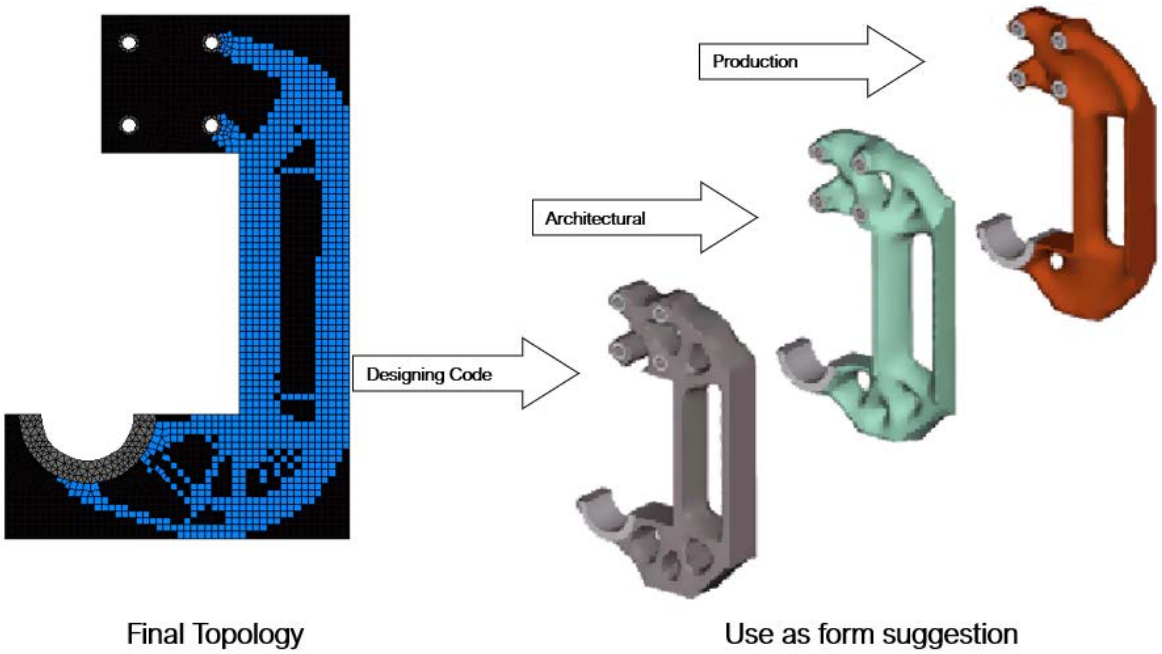
ภาพที่ 231 กระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโครงสร้างโดยใช้ FEM

ด้วยกระบวนการปรับเปลี่ยนพื้นผิวขอบเขตของแบบจำลองทีละนิดวิเคราะห์สามารถวิวัฒนาการโครงสร้างให้เกิดคำตอบที่ลูเข้าสู่สภาวะเหมาะที่สุดโดยคำตอบที่ได้สามารถนำไปผ่านกระบวนการเพื่อใช้เป็นรูปแบบแนะนำในการออกแบบเชิงรายละเอียดของโครงสร้าง



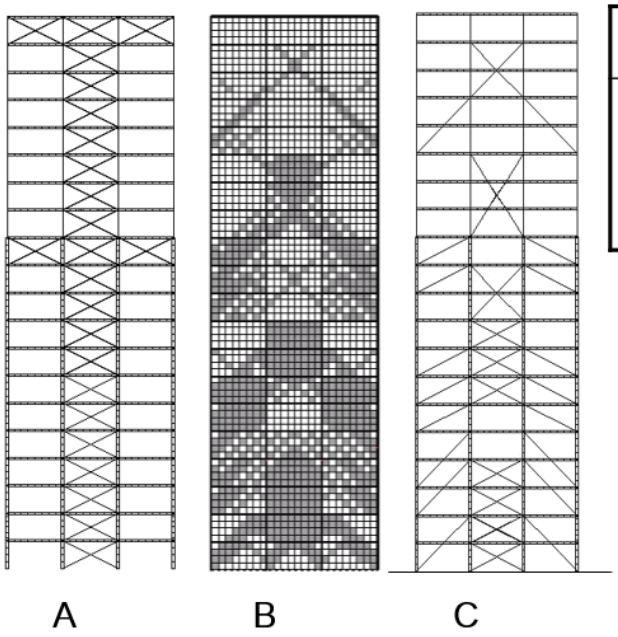
ภาพที่ 232 การใช้งาน Finite Element ในการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้าง

Copyright 2019-2020



ภาพที่ 233 กระบวนการรูปแบบแนะนำ (Form-Suggestion)

รูปแบบของโครงสร้างที่ได้จากกระบวนการTopology Optimization มักมีลักษณะเฉพาะคือมีรูปแบบซึ่งคล้ายกับโครงสร้างทางชีววิทยาของสิ่งมีชีวิต เนื่องจากมีขั้นตอนที่มีความคล้ายคลึงกันกับกระบวนการวิวัฒนาการ



แบบของโครงสร้าง	Volume (cm^3)	Weight (Kg)
A : Conventional	815717	6183
B : Topology Optimization	204000	1546
C : Pure Fitting	183206	1389
C : Adjust Lateral Disp.	366412	2777
C : Form Steel Table	396082	3002

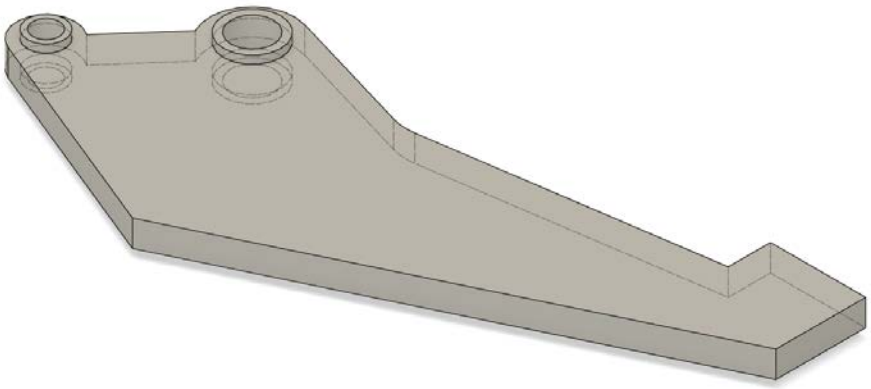
ภาพที่ 234 เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้าง

Copyright 2019-2020

ปฏิบัติการ

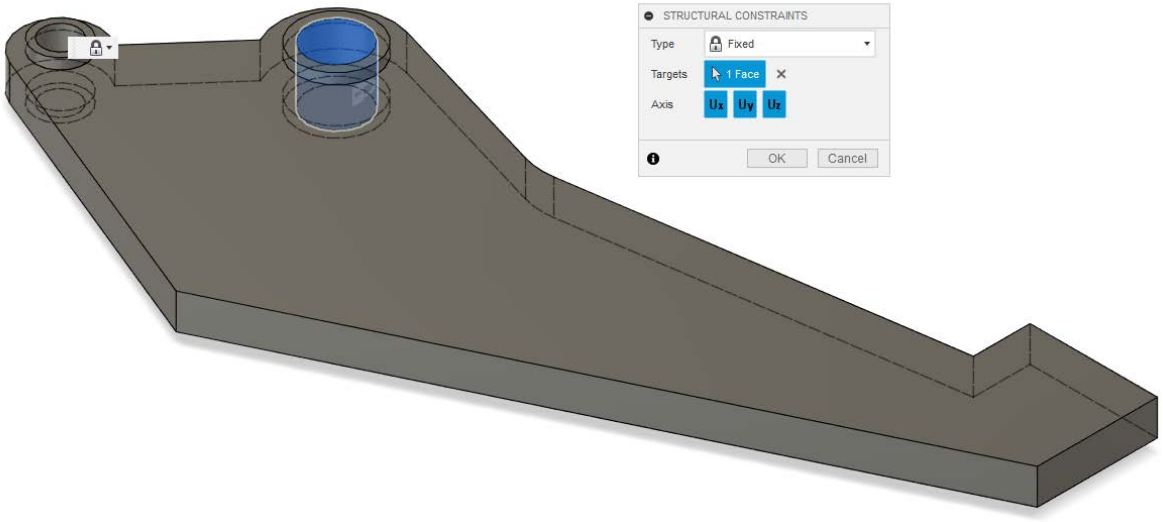
ดำเนินการวิเคราะห์ Topology Optimization โดยใช้โปรแกรม autodesk fusion มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ทำการกำหนดขอบเขตของปัญหา
   เป็นกระบวนการกำหนดขอบเขตภายนอกโดยพิจารณาจากขอบเขตทางเรขาคณิตที่เป็นไปได้ของโครงสร้าง ซึ่งในกระบวนการนี้รูปทรงทางเรขาคณิตแบบคร่าวๆถูกกำหนดขึ้นโดยผู้วิเคราะห์



ภาพที่ 235 การกำหนด Design domain

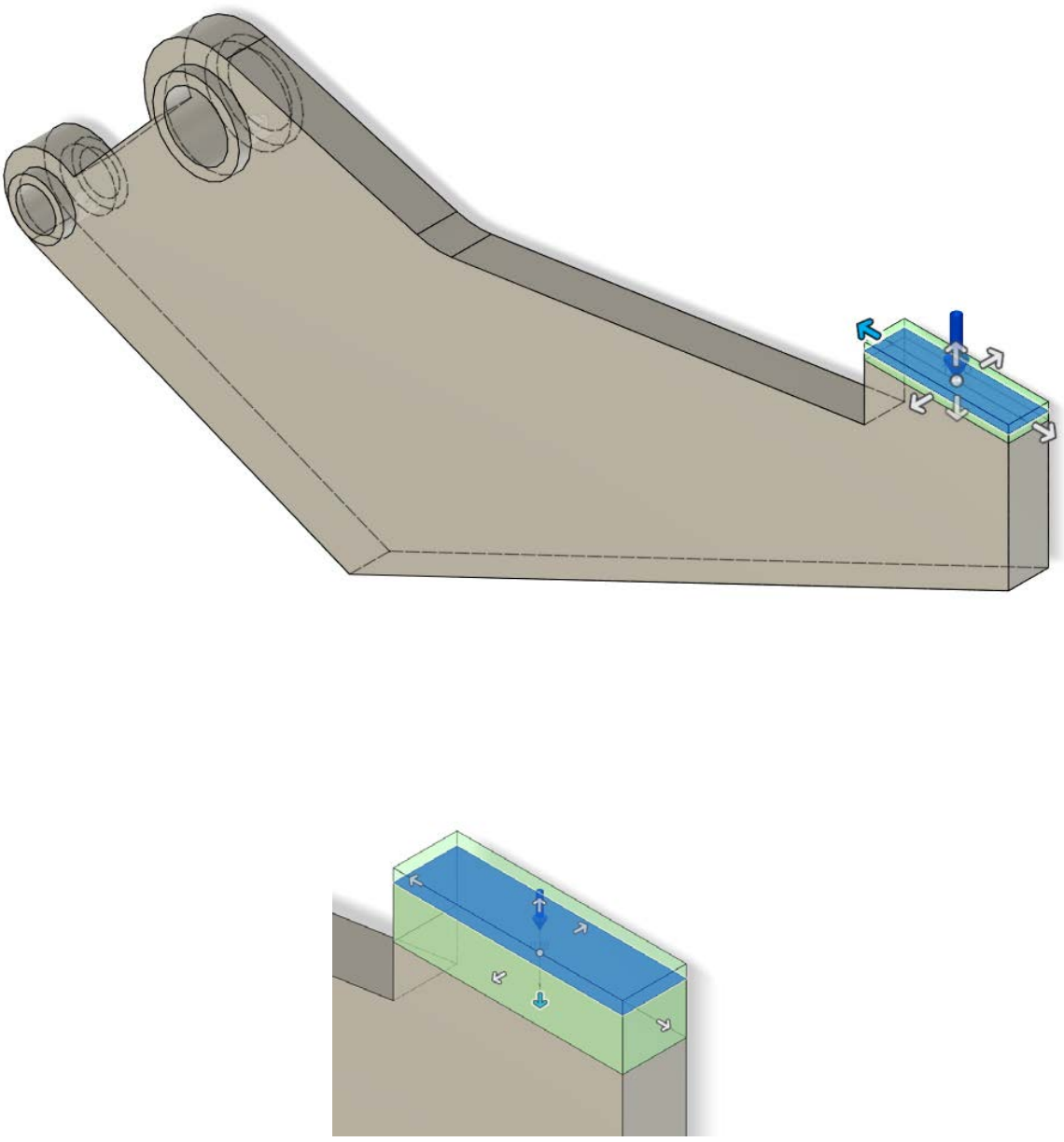
2. ทำการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตได้แก่ สภาพบังคับของจุดรองรับ และแรงกระทำ
   โดยแรงกระทำให้พิจารณาจากแรงที่เกิดขึ้นในสภาวะการใช้งาน



ภาพที่ 236 การกำหนด Structural Constrain

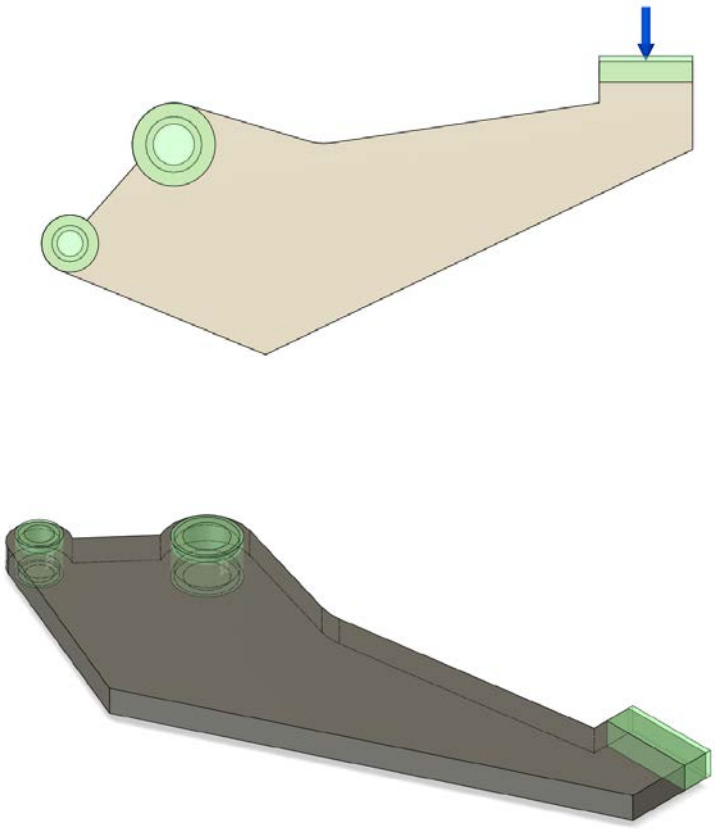
Copyright 2019-2020

3. แบ่งพื้นที่ออกเป็น 2 บริเวณได้แก่ พื้นที่ออกแบบและพื้นที่รายการออกแบบ
   โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้โครงสร้างยังคงสภาพสอดคล้องกับสภาวะการใช้งาน
   โดยพื้นที่ไร้การออกแบบเป็นพื้นที่ซึ่งจะไม่ถูกเปลี่ยนแปลงในระหว่างกระบวนการวิเคราะห์



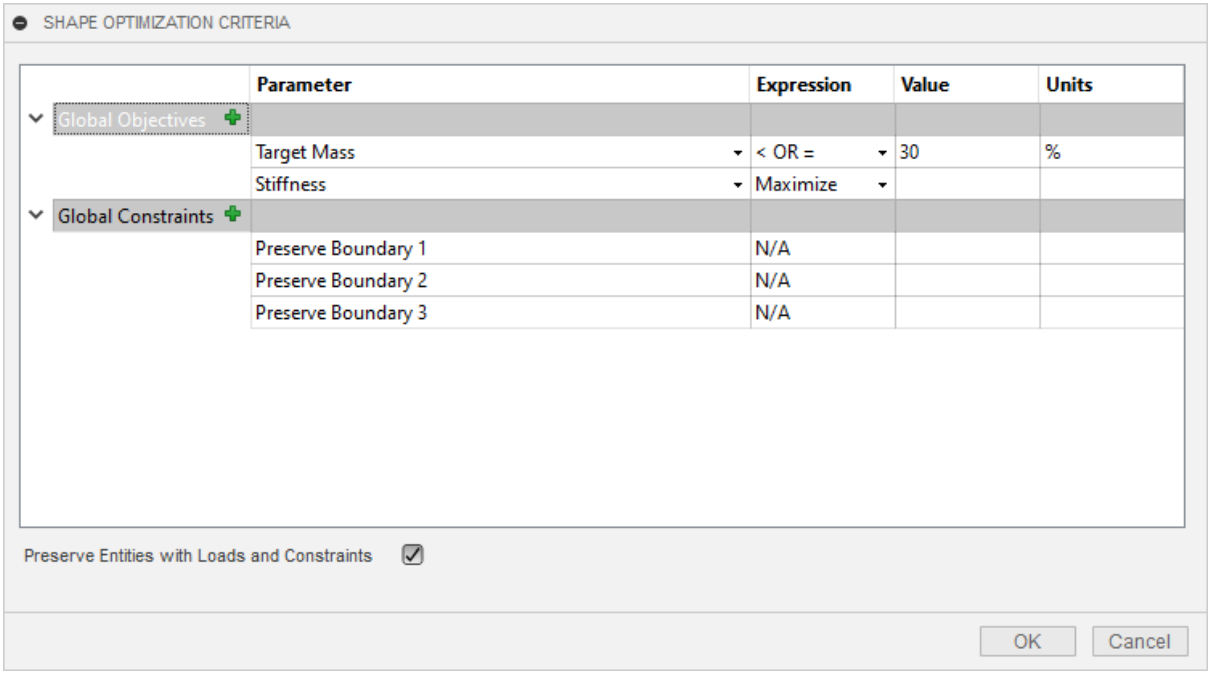
ภาพที่ 237 การกำหนด Non-Design Domain

Copyright 2019-2020



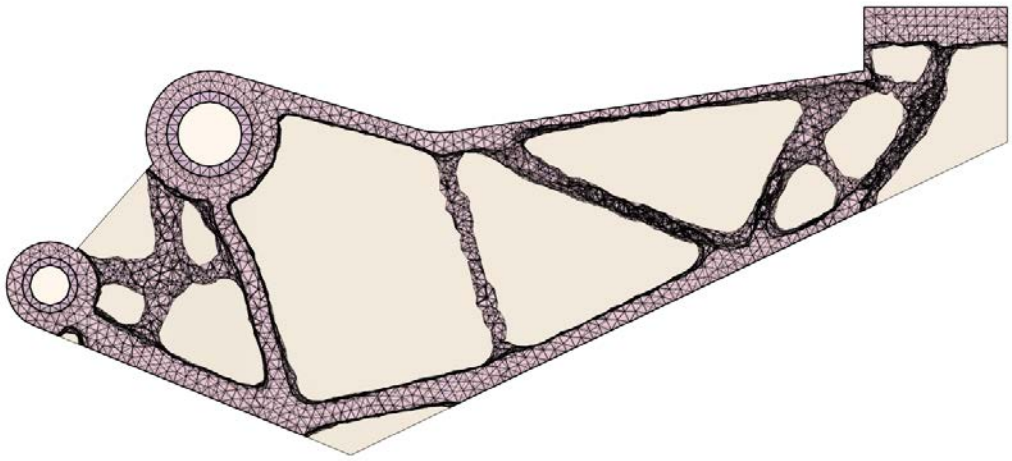
ภาพที่ 238 การกำหนด Non-design Domain ทั้งหมด

4. กำหนดเงื่อนไขสิ้นสุดการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุด



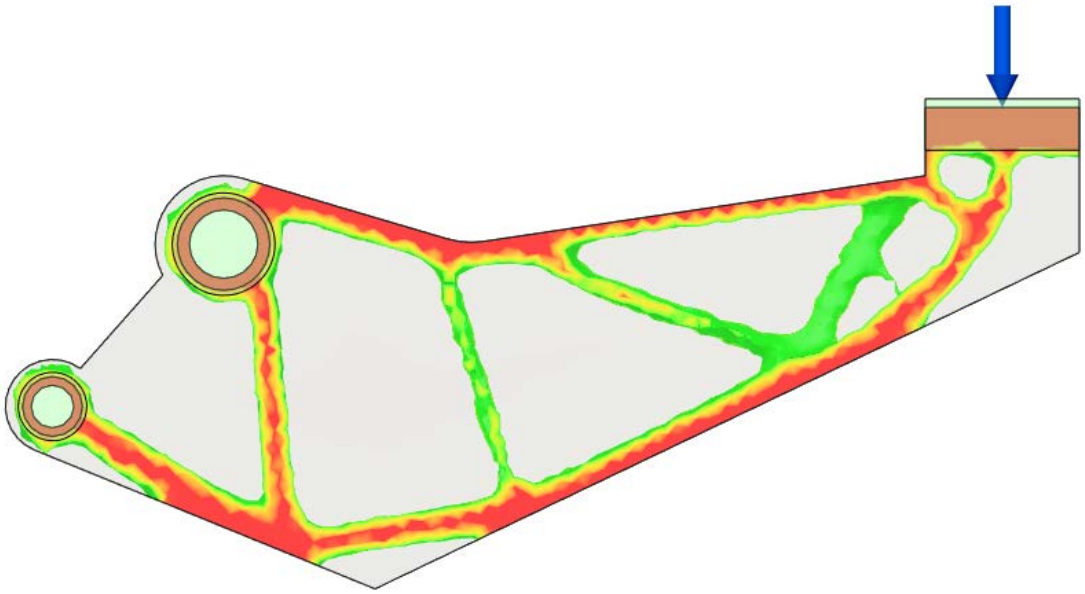
ภาพที่ 239 เงื่อนไขการสิ้นสุดกระบวนการ และ Objective function

Copyright 2019-2020



ภาพที่ 240 Optimal Topology ที่ได้

5. ดำเนินการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุด โดยผู้วิเคราะห์สามารถนำรูปร่างที่ได้จากกระบวนการใช้ในลักษณะรูปแบบแนะนำในการออกแบบเชิงรายละเอียดได้ในลำดับต่อไป



ภาพที่ 241 ผล Critical Stress Path จากกระบวนการ Topology Optmization

Copyright 2019-2020