การทดลองที่มีหลายปัจจัย
(Factorial experiment)

อ.รุ่งกานต์ บุญนาถกร

Factorial

เป็นการจัดการทดลองที่สามารถศึกษาอิทธิพลของปัจจัย (main effect) ต่างๆ ได้ในเวลาเดียวพร้อมกัน รวมทั้งสามารถศึกษาปฏิกิริยาสัมพันธ์ (interaction) ของปัจจัยที่มีต่อกันได้ด้วย

นิยาม

- ปัจจัย (factor) สิ่งที่นำมาศึกษา และมีอิทธิต่อสิ่งทดลองด้านใดด้านหนึ่ง หรือหลายด้าน
- ระดับปัจจัย (level) จำนวนของคุณภาพที่ศึกษาในแต่ละปัจจัย
- สิ่งทดลอง (treatment) ส่วนผสมของระดับปัจจัยทั้งหมดที่ทำการศึกษา
- อิทธิพลหลัก (main effect) ผลของปัจจัยเดียวที่มีต่อค่าสังเกต หาได้จากความแตกต่างของระดับปัจจัยนั้น
- ปฏิกิริยาสัมพันธ์ (interaction) อิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัย ปัจจัยใดปัจจัยหนึ่งอาจไปทำให้อิทธิของอีกปัจจัยที่มีต่อค่าสังเกตเปลี่ยนแปลงไปในทางบวกหรือลบก็ได้

การจัดหน่วยการทดลองแบบแฟคทอเรียล

	a_1	a_2
b_1	a_1b_1	a_2b_1
b_2	a_1b_2	a_2b_2

Main Effect

- A effect

$$A = \overline{X}_{a1} - \overline{X}_{a2}$$

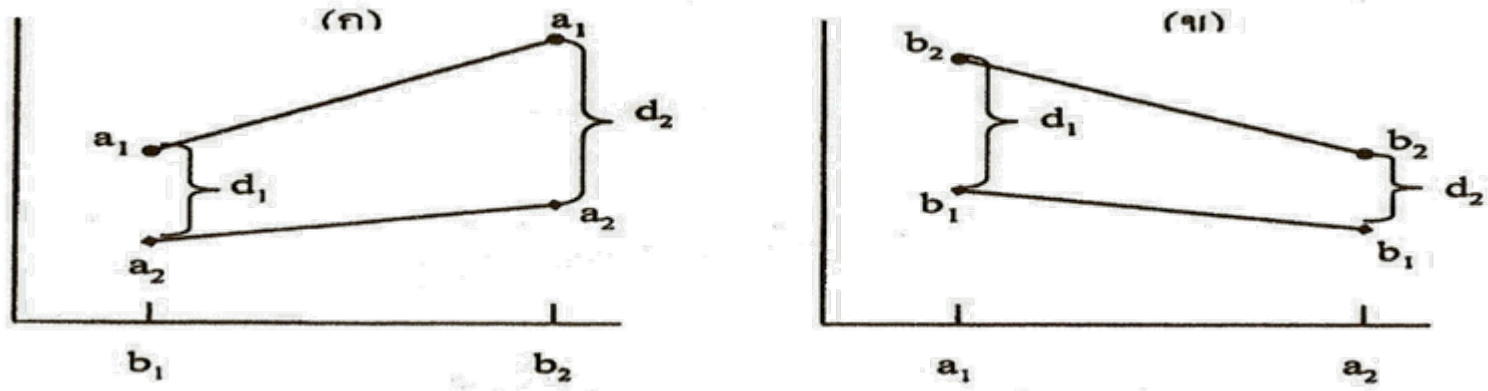
(อิทธิพลของปัจจัย A)

- B effect

$$B = \overline{X}_{b1} - \overline{X}_{b2}$$

(อิทธิพลของปัจจัย B)

Interaction

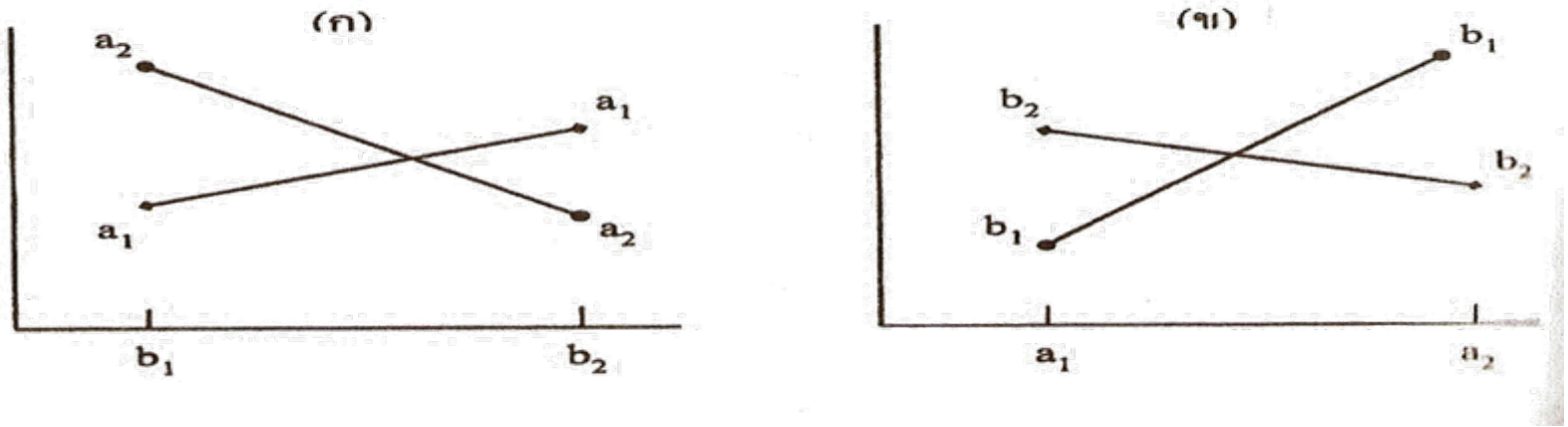


d_1-d_2 เป็นค่าที่ชี้ให้เห็นการเกิดอิทธิพลร่วม AB

ถ้า $d_1-d_2 = 0$ ไม่มีอิทธิพลร่วม AB

ถ้า $d_1-d_2 \neq 0$ มีอิทธิพลร่วม AB

Interaction



กรณีอิทธิพลร่วมที่เห็นชัดเจน เช่น ที่ b_1 ; a_1 มีค่าน้อยกว่า a_2 แต่ที่ b_2 ; a_1 กลับมีค่ามากกว่า a_2

สมมุติฐานการทดลอง

- Main effect

  H_0: ปัจจัย A ไม่มีอิทธิพลต่อค่าสังเกต

  H_0: ปัจจัย B ไม่มีอิทธิพลต่อค่าสังเกต

- Two-way interaction

  H_0: ไม่มีอิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัย A และ B

ตัวแบบของการทดลอง

- k x k Factorial in CRD

  SSTotal= SSA+SSB+SSAB+SSError

- k x k Factorial in RCBD

  SSTotal= SSA+SSB+SSAB+SSblock+SSError

ตัวอย่าง

- นักพัฒนาผลิตภัณฑ์คนหนึ่งต้องการที่จะศึกษาผลของส่วนประกอบผลิตภัณฑ์ว่าจะมีผลต่อค่าสี (L* value) ของผลิตภัณฑ์หรือไม่ โดยวางแผนการทดลองแบบ Factorial in CRD ทำการทดลองทั้งหมด 3 ซ้ำ

  ปัจจัย A ปริมาณน้ำตาล (20%, 30%)

  ปัจจัย B ปริมาณโซเดียมเมตาไบซัลไฟท์ (0.5,1%)

วิธีคำนวณ

	20%	30%	
0.5%	78,79,76 (233)	67,70,71 (208)	441
1%	60,61,59 (180)	83,84,82 (249)	429
	413	457	870

การวิเคราะห์ความแปรปรวน

SOV	df	SS	MS	F
Trt	t-1	$SST=\{[(T_1)^2+...+(T_t)^2]/r\}-CF$	MST=SST/df	MST/MSE
A	a-1	$SSA=\{[(A_1)^2+...+(A_a)^2]/br\}-CF$	MSA=SSA/df	MSA/MSE
B	b-1	$SSB=\{[(B_1)^2+...+(B_b)^2]/ar\}-CF$	MSB=SSB/df	MSB/MSE
AB	(a-1)(b-1)	SS(AB)=SSTrt-SSA-SSB	MS(AB)=SS(AB)/df	MS(AB)/MSE
Error	t(r-1)	SSE=SStotal-SSTrt	MSE=SSE/df	
Total	tr-1	Σ(each value)^2-CF		

วิธีคำนวณ

CF= $(870)^2/12$ = 63075

SST=$[(233^2+180^2+208^2+249^2)/3]$-63075 = 909.67

SSA=$[(413^2+457^2)/6]$-63075 = 161.33

SSB=$[(441^2+429^2)/6]$-63075 = 12

SS(AB)= 909.67-161.33-12= 736.34

SStotal=64002-63075

SSE=927-909.67

ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน

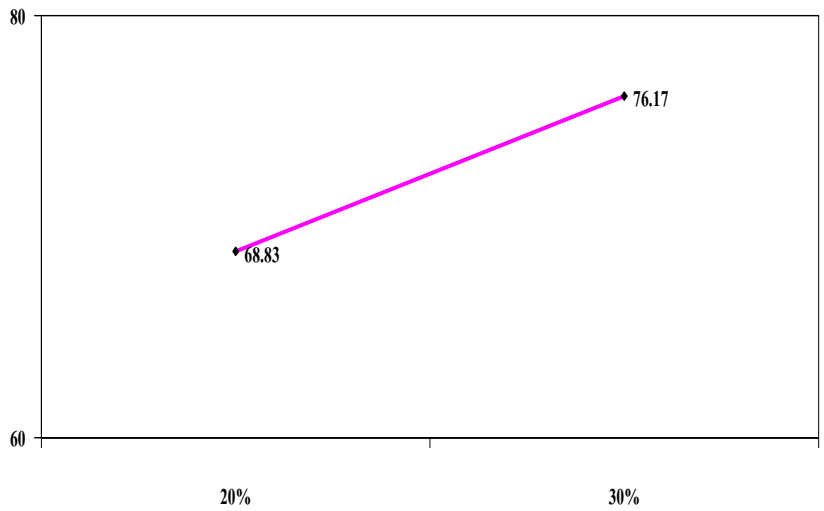
SOV	df	SS	MS	F	F_{table}
Trt	3	909.67	303.22	139.73	4.07
A	1	161.33	161.33	73.35	5.32
B	1	12	12	5.53	5.32
AB	1	736.34	736.34	339.33	5.32
Error	8	17.33	2.17		
Total	11	927			

การแปลผล

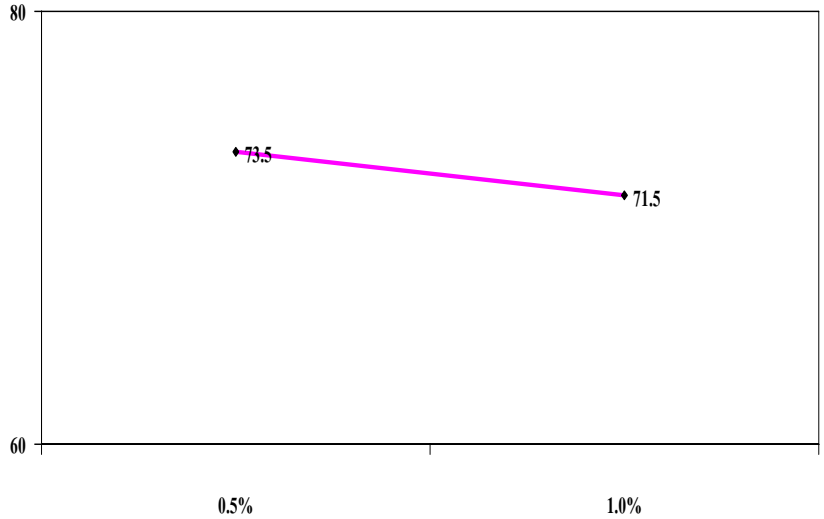
1. พิจารณาจากค่าอิทธิพล
2. พิจารณาจากผลการวิเคราะห์ความแปรปรวน
   a) พิจารณาอิทธิของปัจจัยหลัก (main effect)
   b) พิจารณาอิทธิพลร่วม (Interaction)

* ถ้าพบว่ามีอิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัย ให้สร้างกราฟการตอบสนองที่ปัจจัยแต่ละระดับเพื่อช่วยในการแปลผลว่าอิทธิพลร่วมที่เกิดขึ้นมีความสัมพันธ์และส่งผลต่อค่าสังเกตในลักษณะใด

Main Effect



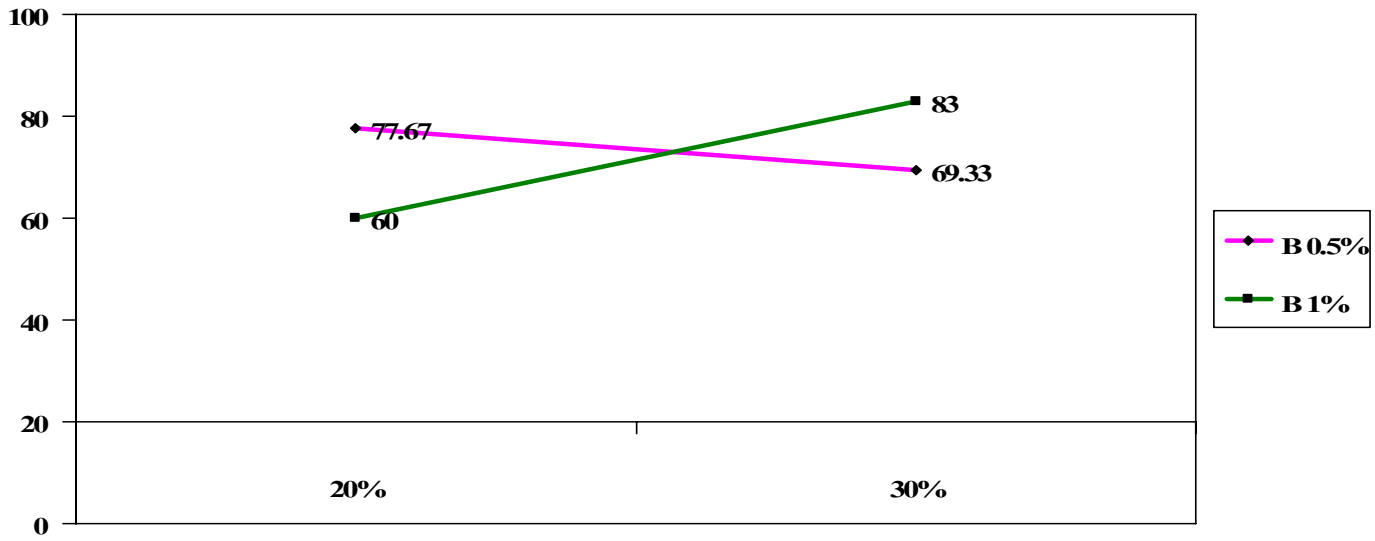
Main Effect A



Main Effect B

เมื่อพิจารณาจากอิทธิพลของปัจจัยหลักแล้ว พบว่าถ้าใช้ A ที่ระดับสูงขึ้น ค่าความสว่างมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่ถ้าใช้ B ที่ระดับสูงขึ้นค่าความสว่างมีแนวโน้มลดต่ำลง

Interaction



การทดลองนี้พบว่า Aและ B มีอิทธิพลร่วมกัน กล่าวคือถ้าใช้ A ร่วมกับ Bที่ระดับต่ำ(0.5%) เมื่อใช้ A ที่ระดับสูงขึ้น ค่าความสว่างมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่ถ้าใช้ A ร่วมกับ Bที่ระดับสูง(1%) เมื่อใช้ A ที่ระดับสูงขึ้น ค่าความสว่างมีแนวโน้มลดต่ำลง เนื่องจาก....

ผลการทดลอง

ดังนั้นถ้าต้องการให้ผลิตภัณฑ์มีค่าความสว่างสูงควรใช้ A 30%, B 1%

ปริมาณน้ำตาล	ปริมาณโซเดียมเมตาไบซัลไฟต์	ค่าความสว่าง(*L)
20%	0.5%	77.66^{c}
20%	1%	60.0^{a}
30%	0.5%	69.33^{b}
30%	1%	83^{d}

*หมายเหตุ ตัวอักษรที่ต่างกันหมายถึงค่าเฉลี่ยความสว่างที่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

การวิเคราะห์ความแปรปรวน

SOV	df	SS	MS	F
rep	r-1	$SSR=\{[(R_1)^2+...+(R_r)^2]/t\}-CF$	MSR=SSR/df	MSR/MSE
Trt	t-1	$SST=\{[(T_1)^2+...+(T_t)^2]/r\}-CF$	MST=SST/df	MST/MSE
A	a-1	$SSA=\{[(A_1)^2+...+(A_a)^2]/br\}-CF$	MSA=SSA/df	MSA/MSE
B	b-1	$SSB=\{[(B_1)^2+...+(B_b)^2]/ar\}-CF$	MSB=SSB/df	MSB/MSE
AB	(a-1)(b-1)	SS(AB)=SSTrt-SSA-SSB	MS(AB)=SS(AB)/df	MS(AB)/MSE
Error	t(r-1)	SSE=SStotal-SSR-SSTrt	MSE=SSE/df	
Total	tr-1	$\Sigma(\text{each value})^2-CF$		

วิธีคำนวณ

$CF = (870)^2/12 = 63075$

$SSR=[(288^2+294^2+288^2)/4]-63075$

$SST=[(233^2+180^2+208^2+249^2)/3]-63075$

$SSA=[(413^2+457^2)/6]-63075$

$SSB=[(441^2+429^2)/6]-63075$

$SS(AB) = 909.67-161.33-12$

$SStotal=64002-63075$

$SSE=927-909.67$

ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน

SOV	df	SS	MS	F	F_{table}
rep	2	6	3	1.59	5.14
Trt	3	909.67	303.22	160.44	4.76
A	1	161.33	161.33	85.36	5.59
B	1	12	12	6.35	5.59
AB	1	736.34	736.34	389.60	5.59
Error	6	11.33	1.89		
Total	11	927			

เฉลยการบ้าน

	a1	a2	a3	
b1	15,12,14 (41)	20,22,24 (66)	10,9,7.5 (26.5)	133.5
b2	13,10,10 (33)	15,17,14 (46)	25,23,23 (71)	150
	74	112	97.5	283.5

วิธีคำนวณ

$CF = (283.5)^2/18 = 4465.125$

$SST=[(41^2+66^2+26.5^2+33^2+46^2+71^2)/3]- 4465.125= 529.958$

$SSA=[(74^2+112^2+97.5^2)/6]- 4465.125= 122.583$

$SSB=[(133.5^2+150^2)/9]- 4465.125= 15.125$

$SS(AB)= 529.958-122.583-15.125= 392.25$

$SStotal =[(15^2+12^2+14^2+20^2+22^2+24^2+10^2+9^2+7.5^2+13^2+10^2+10^2$

$+15^2+17^2+14^2+25^2+23^2+23^2)]- 4465.125= 559.125$

$SSE=559.125-529.958= 29.167$

ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน

SOV	df	SS	MS	F	F_{table}
Trt	5	529.958	105.99	43.599	
A	2	122.583	61.29	25.212	
B	1	15.125	15.125	6.222	
AB	2	392.25	196.125	80.677	
Error	12	29.167	2.431		
Total	17	559.125			

ผลวิเคราะห์จากโปรแกรม SPSS

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: res

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	529.958[a]	5	105.992	43.608	.000
Intercept	4465.125	1	4465.125	1837.080	.000
A	122.583	2	61.292	25.217	.000
B	15.125	1	15.125	6.223	.028
A * B	392.250	2	196.125	80.691	.000
Error	29.167	12	2.431		
Total	5024.250	18			
Corrected Total	559.125	17			

a. R Squared = .948 (Adjusted R Squared = .926)

การศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงคุณภาพแอ๊ปเปิ้ลตัดแต่งสดพร้อมบริโภค โดยมีปัจจัยที่ศึกษาอยู่ 3 ปัจจัย ได้แก่ ระยะการสุก สารป้องกันการเกิดสีน้ำตาล และสภาวะในการเก็บรักษา โดยระยะการสุกมีอยู่ 3 ระดับ ได้แก่ แก่เต็มที่แต่ยังเป็นสีเขียว (mature green) สุกเป็นบางส่วน (patially ripe) และสุกเต็มที่ (ripe) สารป้องกันการเกิดสีน้ำตาลมี 2 ชนิด ได้แก่ *N*-acetylcysteine (*N*-cyst) และ Ascorbic acid (AA) ส่วนสภาวะในการผลิตมี 2 ระดับ ได้แก่ การเก็บรักษาที่อุณหภูมิห้อง (Air) และสภาวะดัดแปลงบรรยากาศ (2.5 kPa O2+7 kPa CO2) ได้ผลความแน่นเนื้อดังแสดงในตารางด้านล่าง ให้นิสิตวิเคราะห์ผลการทดลองตาม **แผนการทดลองแบบ 3x2x2 Factorial in CRD**

- แสดงผลการวิเคราะห์อยู่ในรูปของตาราง ANOVA
- สรุปผลการทดลองปัจจัยใดบ้างมีอิทธิพลต่อค่าสังเกตและแต่ละปัจจัยมีอิทธิพลร่วมต่อกันหรือไม่
- จากผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่าเฉลี่ย (post Hoc test) ระยะการสุกเป็นบางส่วน มีค่าความแน่นเนื้อแตกต่างจากสุกเต็มที่หรือไม่ เพราะอะไร

	Mature green		Partial ripe		ripe	
	Air	MAP	Air	MAP	Air	MAP
N-cyst	9.4 9.3 9.5 (28.2)	8.8 8.4 9.2 (26.4)	7.2 7.1 7.3 (21.6)	7.6 8.0 7.2 (22.8)	5.5 5.2 5.8 (16.5)	3.8 4.2 3.4 (11.4)
AA	8.7 8.5 8.9 (26.1)	8.9 8.3 9.5 (26.7)	7.7 7.0 6.3 (21)	6.9 7.6 8.3 (22.8)	5.3 5.9 5.6 (16.8)	4.9 4.3 4.6 (13.8)

วิธีคำนวณ

CF= $(254.1)^2/36$ = 1793.52

SST=[(28.22+26.42+21.62+22.82+16.52+11.42+26.12+26.72+212

+22.82+16.82+13.82)/3]- 1793.52= 109.29

SSA=[$(107.4^2+88.2^2+58.5^2)/12$]- 1793.52= 101.17

SSB=[$(126.9^2+127.2^2)/18$]- 1793.52= 0.005

SSC=[$(130.2^2+123.9^2)/18$]- 1793.52= 1.105

SStotal = 1907.110-1793.52= 113.59

SSE=113.59-109.29= 4.3

SSAB

	Mature green	Partial ripe	ripe
N-cyst	9.4 8.8 9.3 8.4 9.5 9.2 (54.6)	7.2 7.6 7.1 8.0 7.3 7.2 (44.4)	5.5 3.8 5.2 4.2 5.8 3.4 (27.9)
AA	8.7 8.9 8.5 8.3 8.9 9.5 (52.8)	7.7 6.9 7.0 7.6 6.3 8.3 (43.8)	5.3 4.9 5.9 4.3 5.6 4.6 (30.6)

$SSAB = SStrt_{AB} - SSA - SSB$

$= 102.08 - 101.17 - 0.005 = 0.905$

SSAC

	Mature green	Partial ripe	ripe
Air	9.4 8.7 9.3 8.5 9.5 8.9 (54.3)	7.2 7.7 7.1 7.0 7.3 6.3 (42.6)	5.5 5.3 5.2 5.9 5.8 5.6 (33.3)
MAP	8.8 8.9 8.4 8.3 9.2 9.5 (53.1)	7.6 6.9 8.0 7.6 7.2 8.3 (45.6)	3.8 4.9 4.2 4.3 3.4 4.6 (25.2)

$SSAC = SStrt_{AC} - SSA - SSC$

$= 107.505 - 101.17 - 1.105 = 5.23$

SSBC

	Air			MAP		
N-cyst	9.4	7.2	5.5	8.8	7.6	3.8
	9.3	7.1	5.2	8.4	8.0	4.2
	9.5	7.3	5.8	9.2	7.2	3.4
	(66.3)			(60.6)		
AA	8.7	7.7	5.3	8.9	6.9	4.9
	8.5	7.0	5.9	8.3	7.6	4.3
	8.9	6.3	5.6	9.5	8.3	4.6
	(63.9)			(63.3)		

$SSBC = SStrt_{BC} - SSB - SSC$

$= 1.83 - 0.005 - 1.105 = 0.72$

ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน

SOV	df	SS	MS	F	F_{table}
Trt	11	109.29	9.94	55.22	
A	2	101.17	50.59	281.06	
B	1	0.005	0.005	0.028	
C	1	1.105	1.105	6.14	
AB	2	0.905	0.45	2.5	
AC	2	5.23	2.62	14.56	
BC	1	0.72	0.72	4	
ABC	2	0.155	0.08	0.44	
Error	24	4.3	0.18		
Total	35	113.59			

ผลวิเคราะห์จากโปรแกรม SPSS

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: res

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	109.288[a]	11	9.935	55.452	.000
Intercept	1793.523	1	1793.523	10010.358	.000
A	101.165	2	50.583	282.321	.000
B	.003	1	.003	.014	.907
C	1.102	1	1.102	6.153	.021
A * B	.905	2	.453	2.526	.101
A * C	5.235	2	2.618	14.609	.000
B * C	.723	1	.723	4.033	.056
A * B * C	.155	2	.078	.433	.654
Error	4.300	24	.179		
Total	1907.110	36			
Corrected Total	113.588	35			

a. R Squared = .962 (Adjusted R Squared = .945)

ผลวิเคราะห์จากโปรแกรม SPSS

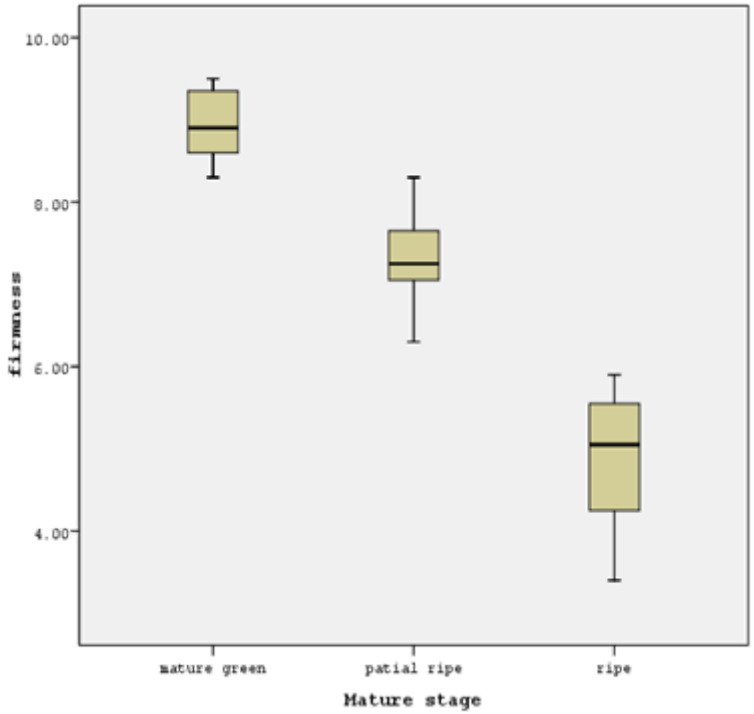
Tests of Between-Subjects Effects

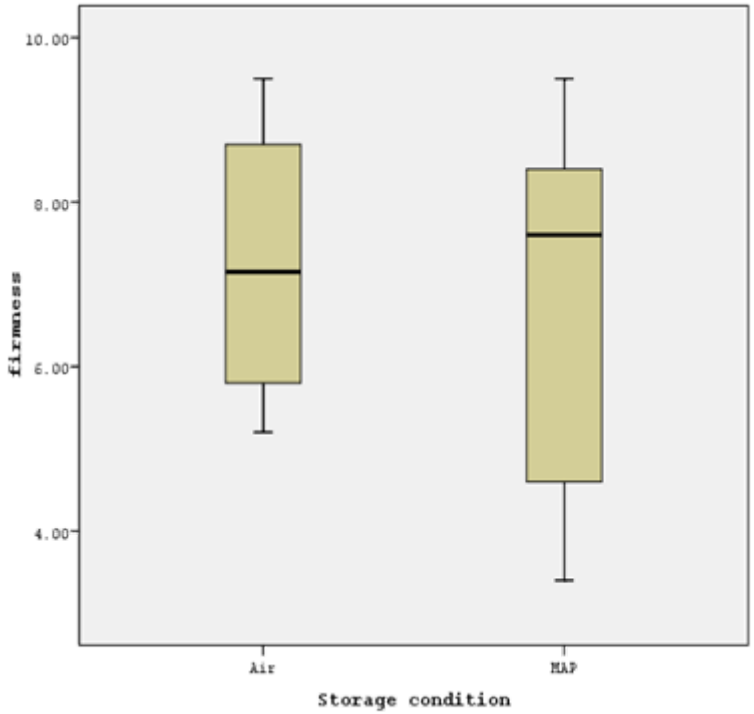
Dependent Variable: res

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	109.423[a]	13	8.417	44.460	.000
Intercept	1793.523	1	1793.523	9473.588	.000
block	.135	2	.067	.357	.704
A	101.165	2	50.582	267.182	.000
B	.003	1	.003	.013	.910
C	1.103	1	1.103	5.824	.025
A * B	.905	2	.453	2.390	.115
A * C	5.235	2	2.618	13.826	.000
B * C	.723	1	.723	3.816	.064
A * B * C	.155	2	.078	.409	.669
Error	4.165	22	.189		
Total	1907.110	36			
Corrected Total	113.588	35			

a. R Squared = .963 (Adjusted R Squared = .942)

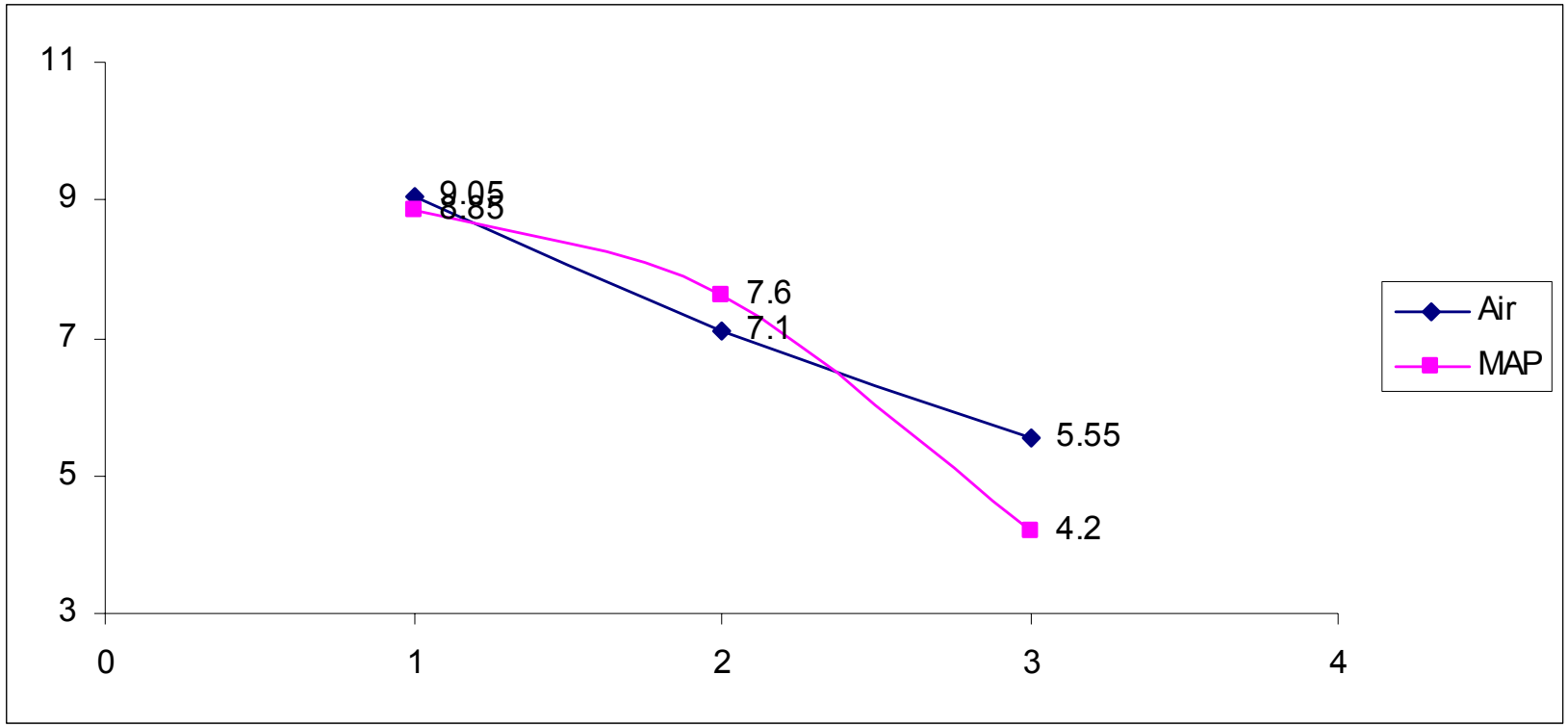
Main effect A และ C





พิจารณาจากค่าเฉลี่ยผลไม้ที่แก่เต็มที่แต่ยังไม่สุกจะมีค่าความแน่นเนื้อสูงสุด และมีแนวโน้มว่ายิ่งผลไม้สุกมากขึ้นค่าความแน่นเนื้อก็จะมีค่าลดลง (เนื่องจาก...) และพบว่าการเก็บที่สภาวะดัดแปลงสภาพบรรยากาศ (MAP) จะให้ค่าความแน่นเนื้อที่ดีกว่าการเก็บที่สภาวะปกติ

กราฟอิทธิพล AC



ความแน่นเนื้อขึ้นอยู่กับอายุของแอปเปิ้ลกับสภาวะในการเก็บ และทั้งสองปัจจัยมีอิทธิพลร่วมกัน ($p<0.05$)
การเก็บที่ MAP จะได้ผลดีเฉพาะกับแอ็ปเปิ้ลที่เริ่มสุก ซึ่งจะให้ค่าความแน่นเนื้อที่ดีกว่าสภาวะปกติ

Post Hoc Test AC Interaction

firmness

Duncan[a]

trt	N	Subset for alpha = .05			
		1	2	3	4
a3c2	6	4.2000			
a3c1	6		5.5500		
a2c1	6			7.1000	
a2c2	6			7.6000	
a1c2	6				8.8500
a1c1	6				9.0500
Sig.		1.000	1.000	.064	.448

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 6.000.

แต่เมื่อทดสอบค่าเฉลี่ยทางสถิติแล้วการใช้ MAP กับแอ็ปเปิ้ลตัดแต่งสดที่เริ่มสุกแล้ว ได้ผลไม่แตกต่างกับการเก็บที่สภาวะปกติ ($p \geq 0.05$)