บทที่ 5
การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม
(Analysis of Covariance)

การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม คือ การผสมผสานของการวิเคราะห์การถดถอยกับการวิเคราะห์ความแปรปรวน เราใช้ความแปรปรวนร่วมมื่อตัวแปรตาม Y ได้รับอิทธิพลจากทรีทเมนต์ และยังมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับตัวแปร X ตัวอื่น ๆ ในบทนี้เป็นการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมที่ผสมผสานระหว่าง การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย กับการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว

1. ประโยชน์ของการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม

การใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมมีประโยชน์คือ

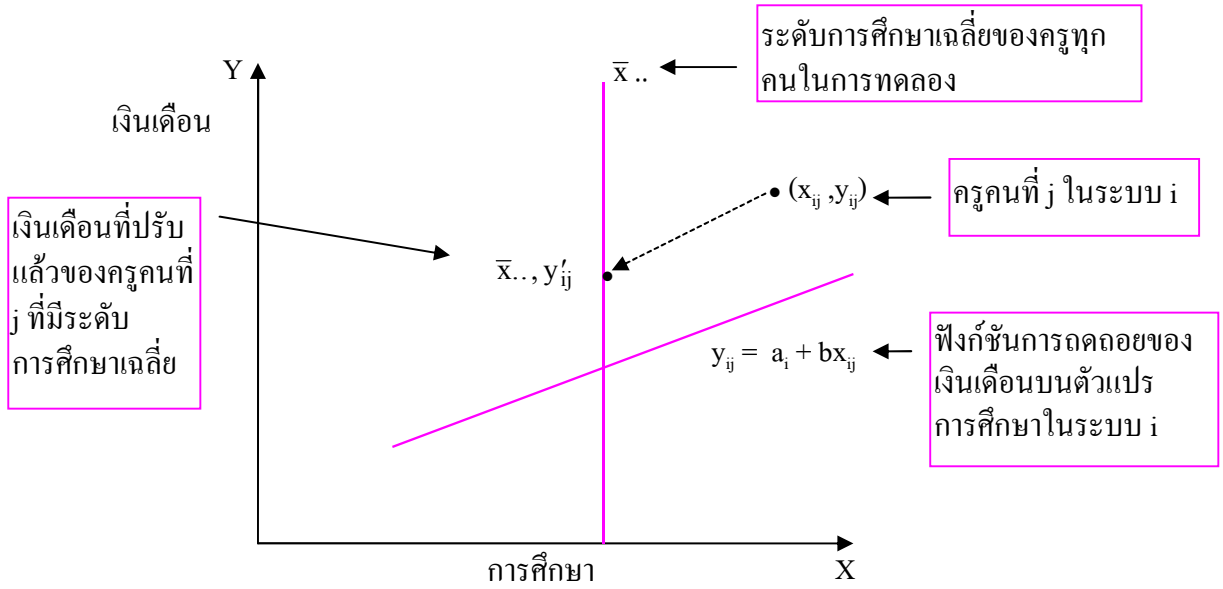
1. เพื่อเพิ่มความถูกต้องแม่นยำในการทดลอง
2. เพื่อควบคุมตัวแปรภายนอกในการสำรวจ
3. เพื่อเปรียบเทียบการถดถอยภายในกลุ่มต่าง ๆ

1.1 การเพิ่มความถูกต้องแม่นยำในการทดลอง

อธิบายโดยการใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมในการศึกษาเกี่ยวกับ น้ำหนักที่ลดลง y ให้วิธีการลดน้ำหนัก 3 วิธี เป็นทรีทเมนต์ การวิเคราะห์ความแปรปรวนธรรมดาอาจไม่สามารถตัดสินใจได้ว่ามีความแตกต่างของอิทธิพลของทรีทเมนต์ทั้ง 3 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ เพราะความแปรปรวนภายในทรีทเมนต์มีขนาดโตมาก อาจเนื่องมาจากน้ำหนักที่ลดลง Y มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับ น้ำหนักตอนเริ่มการทดลอง X เราสามารถลดความแปรปรวนภายในทรีทเมนต์ได้โดยการผสมผสานของการวิเคราะห์การถดถอยของ Y บน X กับการวิเคราะห์ความแปรปรวนบน Y ในกรณีนี้อาจใช้การบล็อกน้ำหนักเพื่อลดความแปรปรวนภายในทรีทเมนต์ แต่ในการบล็อก แต่ละบล็อกต้องมีจำนวนหน่วยทดลองเท่ากันทุกบล็อก

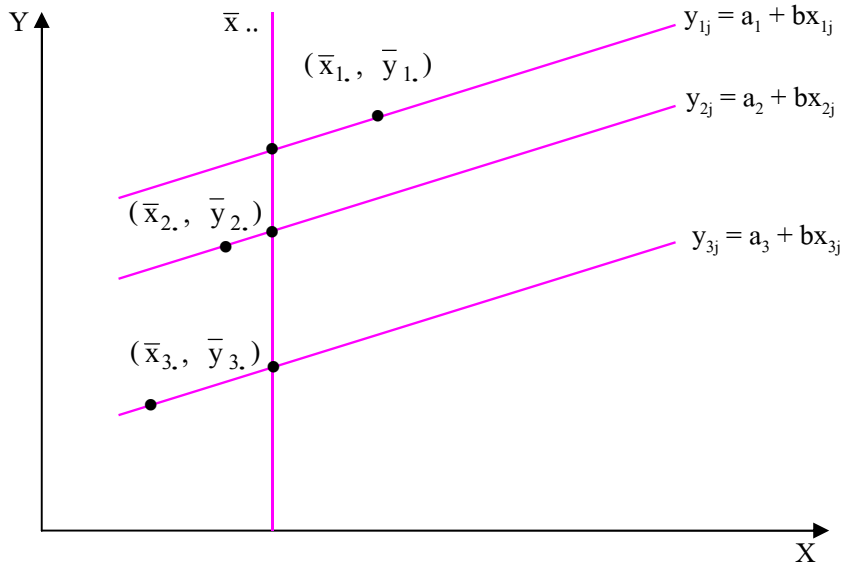
1.2 การควบคุมตัวแปรภายนอกในการสำรวจ

ตัวอย่างเช่นการศึกษาเงินเดือนครู Y ในโรงเรียนที่มีระบบแตกต่างกัน 3 ระบบ เป็นทรีทเมนต์ ซึ่งระดับการศึกษาของครูเป็นตัวแปรภายนอก X ถ้า Y มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับ X เราจะใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมเป็นตัวทรานส์ฟอร์มข้อมูลแต่ละตัว (x_{ij}, y_{ij}) กับ $\left(\bar{x}_{..}, y'_{ij}\right)$ แสดงได้ดังภาพ



ภาพ 1 การปรับค่าสังเกตโดยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม

จากภาพหมายความว่า หน่วยทดลองทั้งหมดถูกทรานส์ฟอร์มด้วยค่าเฉลี่ยของตัวแปรการศึกษา X แล้วทรานส์ฟอร์มตัวแปรตาม Y ด้วยวิธีการนี้จะทำให้ค่าเฉลี่ยของกลุ่มถูกทรานส์ฟอร์มด้วย แสดงได้ดังภาพ



ภาพ 2 การปรับ (adjusting) ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม

1.3 การเปรียบเทียบการถดถอยภายในกลุ่มต่าง ๆ เราสนใจความสัมพันธ์ของ Y กับ X ภายในแต่ละทรีทเมนต์ เป็นความสนใจหลัก ตัวอย่างเช่น เราทราบว่าในกลุ่มเชื้อชาติบางกลุ่มมีความดันโลหิตสูงกว่ากลุ่มเชื้อชาติอื่น ๆ ข้อมูลความสัมพันธ์ของเกลือ intake X กับ ความดันโลหิต Y อาจถูกแบ่งแยกได้โดยกลุ่มเชื้อชาติ ดังนั้นเราจะใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม เพื่อพิจารณาว่าความสัมพันธ์ระหว่างเกลือกับความดันโลหิตของกลุ่มเชื้อชาติกลุ่มต่าง ๆ ในการศึกษาเท่ากันทุกกลุ่มหรือไม่

2. ข้อกำหนดในการวิเคราะห์ความแปรปวนร่วม

ข้อกำหนดในการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมก็จะเป็นข้อกำหนดของความแปรปรวนและการถดถอยรวมกัน ดังนี้

1. ตัวแปรร่วม X เป็นค่าคงที่ไม่ใช่อิทธิพลของทรีทเมนต์ ส่วนตัวแปรตาม Y เป็นตัวแปรสุ่ม ซึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ

2. ความคลาดเคลื่อนของการทดลอง (e_{ij}) เกิดขึ้นโดยสุ่มเป็นอิสระต่อกันและมีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และมีค่าความแปรปรวนร่วมกัน

3. การถดถอยของ Y บน X หลังจากหักอิทธิพลอื่น ๆ ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนออกแล้วต้องเป็นเส้นตรง

4. เส้นการถดถอยทั้งหมดมีความชันเท่ากัน

3. ตัวแบบสถิติ

ตัวแบบสถิติของการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมจะแตกต่างกันไปตามแผนการทดลองที่ใช้ ตัวแบบสถิติของความแปรปรวนร่วมสำหรับการออกแบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์คือ

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta\left(x_{ij} - \bar{x}_{\bullet\bullet}\right) + e_{ij} \qquad (1)$$

$$i = 1, 2, \ldots, a \quad ; \quad j = 1, 2, \ldots, n_i$$

เมื่อ μ คือ ค่าเฉลี่ยทั้งหมด

α_i คือ อิทธิพลของทรีทเมนต์ที่ i

β คือ ความชันของเส้นถดถอย

$\bar{x}_{\bullet\bullet}$ คือ ค่าเฉลี่ยทั้งหมดของตัวแปรร่วมหรือตัวแปรภายนอก

e_{ij} คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่มของสมาชิกตัวที่ j ในทรีทเมนต์ที่ i

$$e_{ij} \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$$

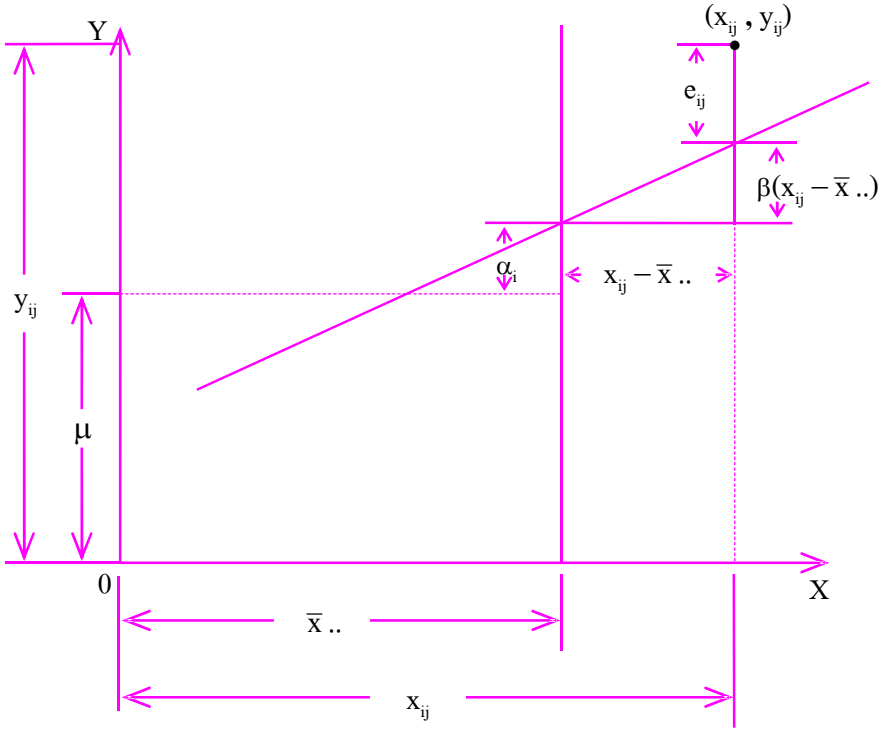
ซึ่งอาจเขียน (1) ได้ใหม่คือ

$$y_{ij} - \beta(x_{ij} - \bar{x}_{\bullet\bullet}) = \mu + \alpha_i + e_{ij} \qquad (2)$$

หรือ $$y_{ij} - \alpha_i = \mu + \beta(x_{ij} - \bar{x}..) + e_{ij} \quad (3)$$

ถ้าเขียนในรูป (2) หมายความว่า ผู้ทดลองต้องการวิเคราะห์ความแปรปรวนของ Y ที่ได้รับการปรับเอาอิทธิพลของ X ออกแล้ว

ถ้าเขียนในรูป (3) หมายความว่า ผู้ทดลองต้องการวิเคราะห์การถดถอยโดยหาการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นของ Y บน X ซึ่งหักอิทธิพลของทรีทเมนต์ออกแล้ว



ภาพ 3 แสดงเทอมต่าง ๆ ของตัวแบบความแปรปรวนร่วม

4. การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมในการออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

ตัวแบบของการทดลองคือ

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta(x_{ij} - \bar{x}..) + e_{ij}$$

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบสถิติทำได้โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดกล่าวคือ หาค่า $\hat{\mu}, \hat{\alpha}_i,$ โดยที่ มีค่าน้อยที่สุดทำให้ได้ค่าประมาณของพารามิเตอร์ต่าง ๆ ดังนี้

=

=

= b =

= =

จะเห็นได้ว่า ในการประมาณค่า อิทธิพลของทรีเมนต์ที่ i นั้น ค่าความแตกต่างระหว่าง และ จะต้องหักด้วย b ซึ่งเป็นการปรับเอาอิทธิพลของ X ออก ดังนั้นในการเปรียบเทียบอิทธิพลของทรีทเมนต์ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม จะเป็นการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ได้ปรับอิทธิพลของ X ออกไปแล้ว ซึ่งเรียกว่า adjusted treatment means (α_i) โดยตั้งสมมติฐานทางสถิติดังนี้

$H_O : \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots . = \alpha_a = 0$ VS $H_1 : \alpha_i \neq 0$ อย่างน้อย 1 ค่า

ในการทดสอบทำได้โดยนำตัวแปรอิสระ X มาวิเคราะห์ร่วมกับตัวแปรตาม Y โดยคำนวณค่าผลบวกกำลังสองสำหรับตัวแปร X ตัวแปร Y และผลบวกของการคูณตัวแปร X และ Y ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 การศึกษาเงินเดือนของครูกำหนดให้ μ คือเงินเดือนเฉลี่ยของครูทั้งหมดในโรงเรียนทั้ง 3 ระบบ α_i คืออิทธิพลของระบบโรงเรียนที่ i เป็นอิทธิพลแบบกำหนด ความชัน β เป็นอัตราการเปลี่ยนของเงินเดือน y ต่อจำนวนปีการศึกษาของครูที่เพิ่มขึ้น คือค่าเฉลี่ยของจำนวนปีการศึกษาของครูในโรงเรียนทั้ง 3 กลุ่ม e_{ij} คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่มของครูคนที่ i ในโรงเรียนกลุ่มที่ j จากเส้นถดถอยสำหรับโรงเรียนกลุ่มที่ i

สมมติฐานทางสถิติที่ต้องการทดสอบคือ ทดสอบความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ ต่าง ๆ ดังนี้

$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ VS $H_1 : \alpha_i \neq 0$ อย่างน้อย 1 ค่า

5. การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมทางเดียว (One way Analysis of Covariance)

รูปแบบข้อมูลสำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมทางเดียวที่มีทรีทเมนต์ 3 ทรีทเมนต์ และในแต่ละทรีทเมนต์มี 4 ค่าสังเกต

ตาราง 5.1 รูปแบบข้อมูลสำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมทางเดียว

ทรีทเมนต์					
1		2		3	
x	y	x	y	x	y
x_{11}	y_{11}	x_{21}	y_{21}	x_{31}	y_{31}
x_{12}	y_{12}	x_{22}	y_{22}	x_{32}	y_{32}
x_{13}	y_{13}	x_{23}	y_{23}	x_{33}	y_{33}
x_{14}	y_{14}	x_{24}	y_{24}	x_{34}	y_{34}
$T_{1.(x)}$	$T_{1.(y)}$	$T_{2.(x)}$	$T_{2.(y)}$	$T_{3.(x)}$	$T_{3.(y)}$

5.1 ขั้นตอนการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม

5.1.1 คำนวณหา Uncorrected Sums of Squares และ Products

มีวิธีการคำนวณดังตาราง

ตาราง 5.2 สูตรการคำนวณหา Uncorrected Sums of Squares และ Products ของ xy

	x	xy	y
Total	$T_{(x)} =$	$T_{xy} =$	$T_y =$
ทรีทเมนต์	$A_{(x)} = \frac{\sum_i T_{i.(x)}^2}{n_i}$	$A_{xy} = \frac{\sum_i T_{i.(x)} T_{i.(y)}}{n_i}$	$A_y = \frac{\sum_i T_{i.(y)}^2}{n_i}$
Corrected term	$CT_{(x)} = \frac{T_{..(x)}^2}{N}$	$CT_{xy} =$	$CT_y = \frac{T_{..(y)}^2}{N}$

5.1.2 คำนวณหา Corrected Sums of Squares และ Products ของ xy

มีวิธีการคำนวณดังตาราง

ตาราง 5.3 สูตรการคำนวณหา Corrected Sums of Squares และ Products ของ xy

Source of Variation	df	$SS_{(x)}$	SP	$SS_{(y)}$
Treatmnt	$a-1$	$SS_{a(x)} = A_{(x)} - CT_{(x)}$	$SP_a = A_{(xy)} - CT_{(xy)}$	$SS_{a(y)} = A_{(y)} - CT_{(y)}$
Error	$N-a$	$SS_{e(x)} = T_{(x)} - A_{(x)}$	$SP_e = T_{(xy)} - A_{(xy)}$	$SS_{e(y)} = T_{(y)} - A_{(y)}$
Total	$N-1$	$SS_{t(x)} = T_{(x)} - CT_{(x)}$	$SP_t = T_{(xy)} - CT_{(xy)}$	$SS_{t(y)} = T_{(y)} - CT_{(y)}$

5.1.3 สร้างตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยคำนวณหา Adjusted Sums of Squares

มีวิธีการคำนวณดังตาราง

ตาราง 5.4 การคำนวณหา Adjusted Sums of Squares

Source of Variation	df	$SS_{(y)}$	$Ms_{(y)}$	F_0
Treatment	$a-1$	$SS'_{a(y)} = SS'_{t(y)} - SS'_{e(y)}$	$MS'_{a(y)} = \dfrac{SS'_{a(y)}}{(a-1)}$	$\dfrac{MS'_{a(y)}}{MS'_{e(y)}}$
Error	$N-a-1$	$SS'_{e(y)} = SS_{e(y)} - \dfrac{SP_e^2}{SS_{e(x)}}$	$MS'_{e(y)} = \dfrac{SS'_{e(y)}}{(N-a-1)}$	
Total	$N-2$	$SS'_{t(y)} = SS_{t(y)} - \dfrac{SP_t^2}{SS_{t(x)}}$		

การกำจัดอิทธิพลของ X ออกจากความผันแปรของ Y ทำได้โดยปรับค่า $SS_{e(y)}$ โดยหัก SS ที่เนื่องมาจากการถดถอยออก ดังนี้

เมื่อ $SS'_{e(y)}$ คือผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่ y ถดถอยบน x

$$SS'_{e(y)} = SS_{e(y)} - \frac{SP_e^2}{SS_{e(x)}}$$

เรียก $SS'_{e(y)}$ ว่า adjusted error Sum of Square

และในทำนองเดียวกัน

สูตรคำนวณหา adjusted total Sum of Square คือ

$$SS'_{t(y)} = SS_{t(y)} - \frac{SP_t^2}{SS_{t(x)}}$$

ดังนั้น adjust treatment Sum of Square, $SS'_{a(y)} = SS'_{t(y)} - SS'_{e(y)}$

5.1.4 การสรุปผลการทดสอบเราตัดสินใจปฏิเสธ H_O ถ้า $F = \frac{MS'_{a(y)}}{MS'_{e(y)}} > F_{\alpha,a-1,\,N-a-1}$ ที่ระดับนัยสำคัญ α

ตัวอย่างที่ 2 การศึกษาเปรียบเทียบสื่อโฆษณา 3 แบบ ของร้านอาหารจานด่วนคือ ทางวิทยุ หนังสือพิมพ์ และโทรทัศน์ ใช้สื่อโฆษณาแต่ละแบบกับร้านอาหาร 5 ร้านที่มีเครื่องหมายการค้าเดียวกัน ร้านอาหารทั้งหมด 15 ร้านตั้งอยู่ในที่ต่าง ๆ กัน แต่ตั้งอยู่ในเมืองขนาดเดียวกัน สุ่มร้านอาหารให้ได้รับทรีทเมนต์คือสื่อโฆษณาแบบที่หนึ่ง 5 ร้าน แบบที่สอง 5 ร้าน และแบบที่สาม 5 ร้าน กำหนดช่วงเวลาการโฆษณาด้วยสื่อทั้ง 3 แบบ ในช่วงเวลาเดียวกัน แล้วเก็บข้อมูลเป็นรายได้ y หน่วยเป็น 1,000 ดอลลา ดังตาราง 5.5 ถึงแม้ว่าร้านอาหารจะมีขนาดเท่ากัน แต่มีจำนวนคนงานไม่เท่ากันซึ่งจำนวนคนงานอาจมีความสัมพันธ์กับรายได้จึงให้จำนวนคนงานเป็นตัวแปร X

ตาราง 5.5 ข้อมูลรายได้ของร้านอาหารที่ใช้สื่อโฆษณาแตกต่างกัน

	สื่อโฆษณา						
	วิทยุ 1		หนังสือพิมพ์ 2		โทรทัศน์ 3		
	x	y	x	y	x	y	
	10	30	21	24	34	17	
	14	18	26	20	39	11	
	19	13	31	7	43	3	
	25	6	36	4	47	−6	
	27	3	41	−5	52	−10	ผลรวม
$T_{i,(x)}$	95		155		215		$T_{..(x)} = 465$
$T_{i,(y)}$		70		50		15	$T_{..(y)} = 135$
$\sum x_{ij}^2$	2011		5055				16505
$\sum x_{ij} y_{ij}$	1030		1180		334		2544
$\sum y_{ij}^2$		1438		1066		555	3059

1. คำนวณ Uncorrected Sum of Squares และ Products xy

1.1 Uncorrected Sum of Squares ของตัวแปร x

Total , $T = \sum_i \sum_j x_{ij}^2$

$= 16505$

ทรีทเมนต์, $A = \sum_i T_{i\bullet(x)}^2 / n_i$

$= (95^2 + 155^2 + 215^2)/5$

$= 15{,}855$

Crrected term, $CT = T_{\bullet\bullet(x)}^2 / N$

$= 465^2 / 15$

$= 14415$

1.2 Uncorrected Sum of Squares ของตัวแปร y

Total, $T = \sum_i \sum_j y_{ij}^2$

$= 3059$

ทรีทเมนต์, $A = \sum_i T_{i\bullet(y)}^2 / n_i$

$= (70^2 + 50^2 + 15^2) / 5$

$= 1525$

Corrected term, $CT = T_{\bullet\bullet(y)}^2 / N$

$= 135^2 / 15$

$= 1215$

1.3 Uncorrected Sum of Squares ของตัวแปร xy

Total, $T = \sum_i \sum_j x_{ij} y_{ij}$

$= 2544$

ทรีทเมนต์, $A = \sum_j T_{i\bullet(x)} \; T_{i\bullet(y)} / n_i$

$= \left[95(70) + 155(50) + 215(15)\right] / 5$

$= 3525$

Corrected term, $CT = T_{\bullet\bullet(x)} T_{\bullet\bullet(y)} / N$

$= 465\,(135) / 15$

$= 4185$

2. คำนวณ Corrected Sums of Squares และ Products xy

ตาราง 5.6 วิเคราะห์ความแปรปรวนของรายได้สำหรับร้านอาหารที่ใช้สื่อโฆษณาแตกต่างกัน

Source of Variation	df	$SS_{(x)}$	SP	$SS_{(y)}$
ทรีทเมนต์	2	15855 – 14415 = 1440	3525 – 4185 = –660	1525 – 1215 = 310
Error	12	16505 – 15885 = 650	2544 – 3525 = –981	3059 – 1525 = 1534
Total	14	16505 – 14415 = 2090	2544 – 4185 = –1641	3059 – 1215 = 1844

3. สร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยคำนวณ Adjusted Sums of Square

ตาราง 5.7 วิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของข้อมูลรายได้ของร้านอาหารที่ใช้สื่อโฆษณาแตกต่างกัน

Source of Variation	df	$SS'_{(y)}$	$MS'_{(y)}$	F_0
ทรีทเมนต์	2	555.54 – 53.44 = 502.10	251.050	51.68
Error	11	1534 – (–981)2 / 650 = 53.44	4.858	
Total	13	1844 (((1641)2 / 2090 = 555.54		

4. ทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

4.1 ทดสอบนัยสำคัญของอิทธิพลของตัวแปร X ที่มีต่อตัวแปร Y

สมมติฐานทางสถิติที่ต้องการทดสอบ คือ

HO : (= 0 VS H1 : ((0

สถิติทดสอบคือ

FO = ‼ EMBED Equation.2 ¶ ⌐⊥ = ‼ EMBED Equation.2 ¶ ⌐⊥

= ‼ EMBED Equation.2 ¶ ⌐⊥ = ‼ EMBED Equation.2 ¶ ⌐⊥

= 304.7664

เปรียบเทียบกับค่าวิกฤติ F.05,2,11 = 3.98

ค่า F0 ที่คำนวณได้มากกว่าค่าวิกฤติ F.05,2,11 จึงปฏิเสธ HO นั่นคือ มีความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคนงานกับรายได้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติและสรุปได้ว่าการปรับเอาอิทธิพลของจำนวน

คนงานออกแล้วช่วยลดความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการทดลองลงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .05

4.2 ทดสอบนัยสำคัญของอิทธิพลของทรีทเมนต์ภายหลังการปรับเอาอิทธิพลของตัวแปร X ออกแล้ว

สมมติฐานทางสถิติที่ต้องการทดสอบคือ

HO : (1 = (2 = (3 = 0 VS H1 : (i (0 อย่างน้อย 1 ค่า

สถิติทดสอบคือ

$$F_O = \frac{MSA\ (adjusted)}{MSE}$$

$$= \frac{251.050}{4.858}$$

$$= 51.6777$$

เปรียบเทียบกับค่าวิกฤติคือ $F_{.05,2,11} = 3.98$

ค่า F_0 ที่คำนวณได้มากกว่าค่าวิกฤติ $F_{.05,2,11}$ จึงปฏิเสธ H_O นั่นคือ มีอิทธิพลของทรีทเมนต์ที่เป็นสื่อโฆษณาต่อรายได้ของร้านอาหารจานด่วนอย่างมีนัยคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .05

สรุปว่า สื่อโฆษณาทั้ง 3 แบบ ทำให้รายได้มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติภายหลังการปรับจำนวนคนงานแล้ว

ถ้าไม่ทำการปรับค่า y ด้วยจำนวนคนงาน x การทดลองนี้จะไม่พบความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญของสื่อโฆษณาทั้ง 3 แบบ โดยพิจารณาจากตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนต่อไปนี้

ตาราง 5.8 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลรายได้ของร้านอาหารที่ใช้สื่อโฆษณาแตกต่างกัน

Source of Variation	Degree of Freedom	$SS_{(y)}$	$MS_{(y)}$	F_0
ทรีทเมนต์	2	310	155.00	1.21
Error	12	1534	127.83	
Total	14	1844		

5. คำนวณค่าประมาณของความชันของเส้นถดถอย คือ

$$b = \frac{SP_e}{SS_{e(x)}} = \frac{-981}{650} = -1.5092$$

6. คำนวณหาความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการถดถอย

ค่าประมาณของ $\sigma^2_{Y|X}$ คือ $s^2_{y|x} = MSE = 4.858$

5.2 การประมาณค่าเฉลี่ยของแต่ละทรีทเมนต์ที่ปรับเอาอิทธิพลของ X ออก

ค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ i โดยปรับอิทธิพลของ X ออก คือ

$$\hat{\bar{y}}_{i.} = \bar{y}_{i.} - b\left(\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..}\right)$$

ตัวอย่างที่ 3 การคำนวณค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์โดยปรับอิทธิพลของ X ออก อาศัยข้อมูลจากตัวอย่างที่ 2

สำหรับร้านอาหารที่ใช้สื่อโฆษณาทางวิทยุมีรายได้เฉลี่ยคือ

$$\hat{\bar{y}}_{1.} = 14 - (-1.5092)(19 - 31)$$
$$= -4.1104$$

สำหรับร้านอาหารที่ใช้สื่อโฆษณาทางหนังสือพิมพ์มีรายได้เฉลี่ยคือ

$$\hat{\bar{y}}_{2.} = 10 - (-1.5092)(31 - 31) = 10$$

สำหรับร้านอาหารที่ใช้สื่อโฆษณาทางโทรทัศน์มีรายได้เฉลี่ยคือ

$$\hat{\bar{y}}_{3.} = 3 - (-1.5092)(43 - 31) = 21.1104$$

5.3 การประมาณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ปรับแล้ว

ตัวอย่างที่ 4 การประมาณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ปรับแล้ว อาศัยข้อมูลจากตัวอย่างที่ 2 สำหรับทรีทเมนต์ที่เป็นสื่อโฆษณาทางวิทยุ คือ

$$s_{\bar{y}_{i.}} = \sqrt{s^2_{y|x}\left(\frac{1}{n_i} + \frac{\left(\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..}\right)^2}{SS_{e(x)}}\right)} = \sqrt{4.858\left(\frac{1}{5} + \frac{\left(19 - 31\right)^2}{650}\right)}$$
$$= 1.4310$$

5.4 การประมาณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ปรับแล้ว

ตัวอย่างที่ 5 การประมาณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ปรับแล้ว อาศัยข้อมูลจากตัวอย่างที่ 2 สำหรับทรีทเมนต์ที่เป็นสื่อโฆษณาทางวิทยุกับโทรทัศน์ คือ

$$s_{\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{j.}} = \sqrt{s^2_{y/x}\left(\frac{2}{n} + \frac{\left(\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{j.}\right)^2}{SS_{e(x)}}\right)}$$

$$= \sqrt{4.858\left(\frac{2}{5} + \frac{(19 - 43)^2}{650}\right)}$$

$$= 2.4996$$