บทที่ 4
การวิเคราะห์ข้อมูลจากหนึ่งและสองประชากร

1. แนวคิดเกี่ยวกับสถิติอนุมาน

สถิติอนุมานหรือสถิติสรุปอ้างอิง (inferential statistics) มีเนื้อหาเกี่ยวกับ 2 ประเด็นใหญ่ ๆ คือ ประเด็นแรก การประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากร (estimation) และประเด็นที่สอง การทดสอบสมมติฐาน (testing hypothesis) เกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ของประชากร

แต่ในการวิจัยส่วนใหญ่เราไม่สามารถศึกษาจากประชากรที่สนใจทั้งหมดได้ เนื่องจากมีข้อจำกัดหลายประการ เช่น งบประมาณ เวลาที่ใช้ในการศึกษาวิจัย จำนวนผู้ปฏิบัติในงานวิจัยนั้น ๆ วัสดุอุปกรณ์ที่ใช้ในการวิจัย มักจะมีจำนวนไม่มาก จึงจำเป็นต้องทำการศึกษาจากกลุ่มตัวอย่างที่เป็นตัวแทนที่ดีของประชากรนั้น ๆ แล้วอาศัยวิธีการวิเคราะห์ทางสถิติประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า เช่น ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างเป็นค่าประมาณแบบจุดของพารามิเตอร์ μ ซึ่งแทนค่าเฉลี่ยของประชากร ถ้าต้องการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรเท่ากับ μ_0 สถิติที่ใช้ทดสอบคือ t-test นอกจากนี้ยังสามารถหาช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยของประชากรได้ด้วย เหล่านี้เรียกว่า การสรุปอ้างอิงเกี่ยวกับพารามิเตอร์ โดยใช้การแจกแจงความน่าจะเป็น (probability distributions)

การแจกแจงความน่าจะเป็นที่รู้จักกันมากที่สุดคือ การแจกแจงแบบปกติ (normal distribution) ซึ่งเกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ μ และ σ^2 ซึ่งแทนค่าเฉลี่ยและความแปร ปรวนของการแจกแจง ใช้สัญลักษณ์ $N(\mu , \sigma^2)$ แทนการแจกแจงแบบปกติกับพารามิเตอร์ของการแจกแจง การแจกแจงแบบปกติมักเกี่ยวข้องกับข้อมูลแบบต่อเนื่องที่ได้จากการวัด

การแจกแจงแบบปกติมีข้อจำกัดการใช้กับข้อมูลที่ได้จากการวัดเป็นข้อมูลแบบต่อเนื่องเท่านั้นแต่ก็สามารถใช้ได้ดีกับข้อมูลที่มีสเกลวัดอย่างหยาบ ๆ เข้าใกล้กับจำนวนเต็ม เช่น คะแนนสอบ ได้ด้วย

2. การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม

สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม คือ t – test ซึ่งมีข้อกำหนด ดังนี้

ข้อตกลงเบื้องต้น (assumption) ของการทดสอบ t – test คือ

(1) ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ และขนาดตัวอย่างน้อยกว่า 30

(2) ตัวแปรมีสเกลการวัดแบบช่วง หรือแบบอัตราส่วน

2.1 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มเดียว

ข้อตกลงเบื้องต้น คือ กลุ่มตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติและไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร

เรามักใช้ t – test ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับพารามิเตอร์ μ ของการแจกแจงแบบปกติ เรากำหนดสมมติฐานสูญว่า $H_0 : \mu = \mu_0$ คู่กับสมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu \neq \mu_0$ การทดสอบจะเทียบกับค่าสถิติ t ซึ่งคือฟังก์ชันของค่าของกลุ่มตัวอย่างขนาด n ที่คำนวณจากสูตร คือ

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

ที่มีการแจกแจงแบบปกติมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ $df / (df - 2)$ เมื่อ $df = n - 1$ ถ้า $df = 30$ แล้ว $df / (df - 2) = 30/(30 - 2) = 1.07$ ซึ่งมีค่าเข้าใกล้ 1 และถ้า df มีค่ามาก ๆ $df / (df - 2)$ จะยิ่งมีค่าเข้าใกล้ 1 หมายความว่า ถ้า n มีขนาดใหญ่ขึ้น นั่นคือ เมื่อขนาดตัวอย่างมากกว่า 30 การแจกแจงของ t จะเข้าใกล้การแจกแจงแบบปกติ

วิธีการทดสอบทำได้ง่าย ๆ โดยการใช้ตารางเปรียบเทียบกับค่าที่คำนวณได้ t โดยไม่คำนึงถึงเครื่องหมาย มักจะเขียนว่า $|t|$ กับค่า t_α ที่ได้จากตารางเมื่อ H_0 เป็นจริง

$$\Pr(|t| \geq t_\alpha) = \alpha$$

เมื่อ α คือระดับนัยสำคัญ ในทางปฏิบัติเรามักจะเลือก α ที่ระดับ 0.05 , 0.01 , หรือ 0.001 ถ้าได้ว่า $|t| \geq t_\alpha$ จะสรุปผลว่ามีนัยสำคัญที่ความน่าจะเป็น α ถ้าผลการคำนวณ

พบว่ามีนัยสำคัญที่กำหนด เราจะสรุปว่าปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ที่ระดับนัยสำคัญนั้น แต่ถ้าผลการคำนวณไม่มีนัยสำคัญเราจะสรุปว่าไม่มีนัยสำคัญคือ ยอมรับ H_0

ระดับนัยสำคัญเป็นความน่าจะเป็นในการปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริง ตัวอย่างเช่น กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$ เป็นค่าที่บอกว่า ถ้าสุ่มกลุ่มตัวอย่างจำนวน n มา 100 ครั้ง จะมีโอกาสหรือความน่าจะเป็นที่จะสรุปผลผิดคือ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริง ด้วยความน่าจะเป็น .05 ระดับนัยสำคัญนี้เป็นความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดชนิดที่ 1 (type I error) ส่วนค่า p-value หรือ Significance ที่โปรแกรมซอฟแวร์ทางสถิติคำนวณให้สำหรับค่าสถิติทดสอบต่าง ๆ เป็นความน่าจะเป็นหรือโอกาสที่จะสรุปผลผิดคือ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 จริง ถ้าค่า p-value น้อยกว่า α จะปฏิเสธ H_0 และถ้า p-value มากกว่า α จะไม่ปฏิเสธ H_0

ในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \mu = \mu_0$ คู่กับ $H_1 : \mu \neq \mu_0$ ด้วยการทดสอบ t-test ถ้าค่าของ $|t|$ มากกว่าหรือเท่ากับค่าที่สังเกตได้ ความน่าจะเป็นนี้เรียกว่า P-value คือ การวัดความเข้มข้นของหลักฐานที่จะคัดค้าน H_0 โดยอาศัยหลักฐานจากข้อมูล ถ้าค่า P – value ยิ่งเล็ก หมายถึง ยิ่งมีหลักฐานมากขึ้นในการคัดค้าน H_0

การทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \mu = \mu_0$ คู่กับ $H_1 : \mu \neq \mu_0$ เรียกว่าการทดสอบแบบสองทาง เพราะว่ามีเขตวิกฤติอยู่ทั้งสองด้านของค่าสถิติ t ค่าที่อยู่ปลายทางด้านบวกของ t แสดงนัยว่า $\mu > \mu_0$ และค่าที่อยู่ปลายทางด้านลบของ t แสดงนัยว่า $\mu < \mu_0$

เราสามารถทำการทดสอบแบบทางเดียวโดยที่เขตวิกฤติจะอยู่ทางปลายด้านใดด้านหนึ่งเท่านั้น เช่น สมมติฐานที่ต้องการทดสอบคือ $H_0 : \mu = \mu_0$ คู่กับ $H_1 : \mu > \mu_0$ หรือ $H_0 : \mu \leq \mu_0$ คู่กับ $H_1 : \mu > \mu_0$ หรือ $H_0 : \mu \geq \mu_0$ คู่กับ $H_1 : \mu < \mu_0$

2.2 การใช้คำสั่ง One – Sample T Test ...

ตัวอย่างเช่น ผู้จัดการในบริษัทแห่งหนึ่งอ้างว่าเงินเดือนเฉลี่ยของพนักงานในบริษัทสูงกว่า 6,000 บาท ผู้วิจัยจึงทำการเก็บตัวอย่างจากพนักงานในบริษัทจำนวน 20 คน ดังข้อมูลในแฟ้มข้อมูล DataTest5.sav ที่มีตัวแปร salary ซึ่งมีสเกลการวัดแบบอัตราส่วน เพื่อทำการทดสอบว่าคำกล่าวอ้างของผู้จัดการเป็นจริงหรือไม่ มีขั้นตอนการใช้คำสั่ง ดังนี้

1. ไปที่เมนูบาร์ คลิกที่ Analyze , Compare Means , One Sample T Test... จะได้หน้าต่าง One – Sample T Test

2. ในหน้าต่าง One – Sample T Test ในช่องซ้ายมือ คลิกที่ตัวแปร salary แล้วคลิกที่หัวลูกศร ➢ หน้าช่อง Test Variable(S) : ตัวแปร salary จะย้ายเข้าไปอยู่ในช่อง Test Variable(S) :

ในช่อง Test Value : ใส่ตัวเลข 6,000

คลิกที่ปุ่ม Options... จะได้หน้าต่าง One – Sample T Test : Options ดังภาพที่ 4.1

3. ในหน้าต่าง One – Sample T Test : Options

คำสั่ง Confidence Interval : เป็นคำสั่งสำหรับระบุช่วงความเชื่อมั่นของการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ โดยปกติโปรแกรมจะกำหนดให้แล้วเท่ากับ 95% ถ้าต้องการเปลี่ยนก็สามารถใส่ค่าที่ต้องการได้ เช่น 99%

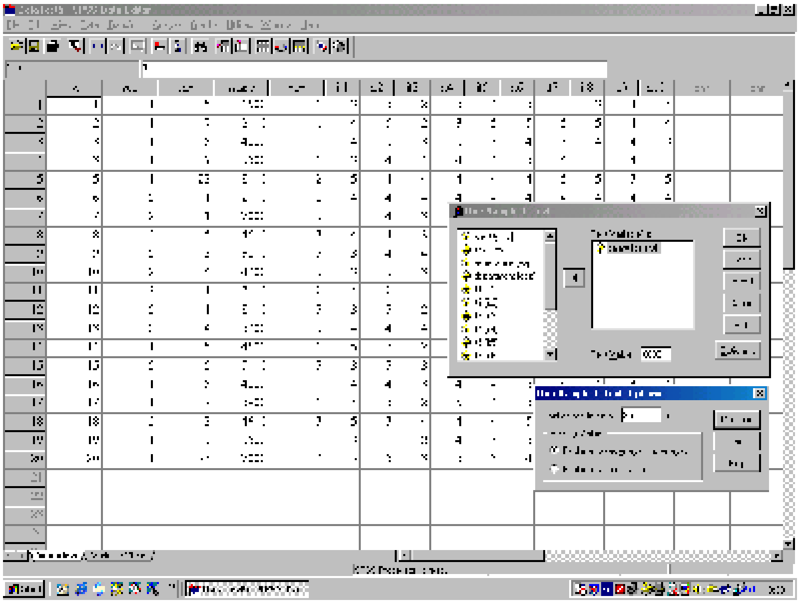
คำสั่ง Missing Values เป็นคำสั่งจัดการกับค่าที่ขาดหายไป (Missing) คือ

- ถ้าเลือกคำสั่ง O Exclude cases analysis by analysis ผลลัพธ์ที่ได้จะไม่นำตัวอย่างที่มีค่า missing ของตัวแปร salary มารวมในการวิเคราะห์ โดยปกติโปรแกรมจะเลือกคำสั่งนี้อยู่แล้ว

- ถ้าเลือกคำสั่ง O Exclude cases listwise ผลลัพธ์ที่ได้จะไม่นำตัวอย่างที่มีค่า missing ของตัวแปร salary มารวมในการวิเคราะห์เฉพาะกรณีที่มีการวิเคราะห์ครั้งละหลายตัวแปรพร้อมกันเท่านั้น โดยจำนวนตัวอย่างของทุกตัวแปรจะมีจำนวนเท่ากัน แต่ถ้าเป็นการวิเคราะห์ครั้งละ 1 ตัวแปร คำสั่งนี้จะให้ผลลัพธ์เหมือนคำสั่งแรก

แล้วคลิกปุ่ม Continue หน้าต่างนี้จะถูกปิดไป

4. ในหน้าต่าง One – Sample T Test คลิกปุ่ม OK จะได้ผลลัพธ์ดังภาพที่ 4.2



ภาพที่ 4.1

T-Test

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
salary	20	4455.00	1850.028	413.679

One-Sample Test

	Test Value = 6000					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
salary	-3.735	19	.001	-1545.000	-2410.84	-679.16

ภาพที่ 4.2

จากภาพที่ 4.2 ผลลัพธ์มีตัวอย่างที่นำมาวิเคราะห์จำนวนทั้งหมด 20 คน กลุ่มตัวอย่างนี้มีเงินเดือนเฉลี่ย 4,455 บาท ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1850.028 และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของเงินเดือนเฉลี่ยเท่ากับ 413.679

ตัวอย่างนี้เป็นการทดสอบแบบทางเดียว (One – tailed Testing) ซึ่งมีเขตวิกฤติอยู่ทางด้านขวา แต่ค่า t มีค่าเป็นลบซึ่งอยู่ด้านซ้าย ดังนั้น P-value จึงเริ่มต้นจากหางด้านขวาของพื้นที่ใต้โค้งไปถึง ณ ตำแหน่งของค่า t ซึ่งอยู่ด้านซ้าย จึงได้ค่า P-value เท่ากับ 1-sig (2 – tailed)/2 = 1 – (.001/2) = .9995 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด $\alpha = .05$ จึงยอมรับ $H_0 : \mu \leq 6000$ หมายความว่าเงินเดือนเฉลี่ยของพนักงานน้อยกว่าหรือเท่ากับ 6,000 บาท

นอกจากนี้จากค่า 95% Confidence Interval of the Difference (Lower, Upper) คือค่าแสดงขอบเขตของช่วงความเชื่อมั่น 95% ของความแตกต่างของค่าเฉลี่ย สรุปได้ว่าเงินเดือนเฉลี่ยของพนักงานแตกต่างจาก 6,000 บาท ตั้งแต่ -2410.84 ถึง -679.16 บาท คืออยู่ในช่วงน้อยกว่า 6,000 บาท

3. การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม

มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มทั้งที่เป็นอิสระกันและไม่เป็นอิสระกันว่าแตกต่างกันหรือไม่

ข้อตกลงเบื้องต้น คือ

กลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม สุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติและไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร

การทดสอบสมมติฐาน

สำหรับการทดสอบแบบสองทาง สมมติฐานที่ต้องการทดสอบคือ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ คู่กับ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ สำหรับการทดสอบแบบทางเดียว สมมติฐานที่ต้องการทดสอบคือ $H_0 : \mu \leq \mu_2$ คู่กับ $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ หรือ $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$ คู่กับ $H_1 : \mu_1 < \mu_2$

ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม ควรต้องพิจารณาเกี่ยวกับความเป็นอิสระของประชากรทั้ง 2 กลุ่มนั้น เพื่อเลือกใช้การทดสอบได้ถูกต้อง มี 2 กรณี คือ

(1) ประชากร 2 กลุ่ม เป็นอิสระกัน

(2) ประชากร 2 กลุ่ม ไม่เป็นอิสระต่อกัน

การทดสอบนี้เป็นการเปรียบเทียบ 2 ประชากร ที่ใช้แผนการสุ่มตัวอย่างในการเก็บข้อมูลได้ 2 วิธี คือ สำหรับกรณีประชากร 2 กลุ่ม เป็นอิสระกัน เราจะใช้แผนการสุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน (independent samples) สำหรับกรณีประชากร 2 กลุ่มไม่เป็นอิสระต่อกัน เราจะใช้แผนการสุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม แบบจับคู่ (paired samples)

ในการออกแบบการทดลองที่ต้องการเปรียบเทียบประชากร 2 กลุ่ม การออกแบบการทดลองสำหรับกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม ที่เป็นอิสระกัน (independent samples) คือ ขั้นแรก สุ่มตัวอย่างจากประชากรแล้วสุ่มตัวอย่างแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม ขั้นต่อมา ตัวแปรอิสระที่มีระดับ 2 ระดับ หรือทรีทเมนต์ (1, 2) กำหนดให้ตัวอย่างกลุ่มหนึ่งได้รับทรีทเมนต์ที่ 1 และตัวอย่างอีกกลุ่มหนึ่งได้รับทรีทเมนต์ที่ 2 หรืออาจเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ตัวอย่างเช่น ต้องการเปรียบเทียบอิทธิพลของอารมณ์ของคนที่มีต่อการทำแบบทดสอบวิชาหนึ่ง อารมณ์คือทรีทเมนต์ มี 2 ระดับ คือ 1 = อารมณ์ดี 2 = อารมณ์ไม่ดี วัดคะแนนสอบของทั้ง 2 กลุ่ม ทำการเปรียบเทียบคะแนนสอบของตัวอย่าง 2 กลุ่ม โดยใช้การทดสอบ t-test สำหรับกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน

ในการออกแบบการทดลองที่ต้องการเปรียบเทียบประชากร 2 กลุ่ม การออกแบบการทดลองสำหรับกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม ที่ไม่เป็นอิสระกัน (dependent samples) กลุ่มตัวอย่างที่อยู่ในการทดลองทั้ง 2 กลุ่ม จะมีความเกี่ยวข้องกันในทางใดทางหนึ่ง หรืออาจใช้กลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดียวกัน ตัวอย่างเช่น การออกแบบการทดลองที่ให้แต่ละหน่วยตัวอย่างถูกวัดค่าของตัวแปรตามก่อนและหลังการได้รับทรีทเมนต์ ถ้ากำหนดให้ทรีทเมนต์คือ การสอนพิเศษ กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนกลุ่มเดียว ทำการเปรียบเทียบคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการสอนพิเศษ โดยใช้การทดสอบ t-test สำหรับกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เกี่ยวข้องกัน ถ้าคะแนนสอบภายหลังการสอนพิเศษมากกว่าคะแนนสอบก่อนสอนพิเศษ เราอาจสรุปได้ว่า การสอนพิเศษมีผลทำให้คะแนนสอบดีขึ้น

ในการออกแบบการทดลองที่ต้องการเปรียบเทียบประชากร 2 กลุ่ม บางครั้งอาจใช้กลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม ที่มีลักษณะเท่าเทียมกัน เพื่อควบคุมปัจจัยรบกวนอื่น ๆ ที่อาจมีผลต่อการ

ทดลอง โดยการคัดเลือกหน่วยตัวอย่างที่เป็นฝาแฝด หรือมีลักษณะคล้ายกันแบบจับคู่ (paired samples) ตัวอย่างเช่น การศึกษาเรื่องการประเมินการสอนประชาชนเกี่ยวกับการแปรงฟัน กลุ่มตัวอย่างคือ คนไข้โรคฟันในโรงพยาบาลแห่งหนึ่ง จับคู่คนไข้ด้วยปัจจัยด้านอายุ เพศ คะแนนความฉลาด และคะแนนตั้งต้นเกี่ยวกับความสะอาดของช่องปาก ตัวอย่างคนหนึ่งของแต่ละคู่จะได้รับการสอนเกี่ยวกับการแปรงฟัน และการรักษาความสะอาดของช่องปาก หลังจากนั้น 6 เดือน ทำการตรวจและให้คะแนนความสะอาดของช่องปากกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ทำการเปรียบเทียบคะแนนของทั้ง 2 กลุ่ม โดยใช้การทดสอบ t-test สำหรับกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มแบบจับคู่ ถ้าคะแนนความสะอาดของช่องปากของกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการสอนเกี่ยวกับการแปรงฟันมากกว่าคะแนนสอบของอีกกลุ่มหนึ่ง เราอาจสรุปได้ว่าการสอนเกี่ยวกับการแปรงฟันได้ผล

3.1 การทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากร 2 กลุ่ม ที่เป็นอิสระกัน

การเลือกใช้สถิติทดสอบ t-test ต้องพิจารณาที่ความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่ม คือ

(1) ถ้าความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่มเท่ากัน $(\sigma_1^2 = \sigma_2^2)$ แล้วให้ใช้ค่าสถิติทดสอบ t ที่มีความแปรปรวนร่วม (pooled variance) คือ

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s_p^2 (1/n_1 + 1/n_2)}}$$

ที่มี $df = n_1 + n_2 - 2$

เมื่อ $\bar{x}_1$ = ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่ 1

$\bar{x}_2$ = ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่ 2

$s_p^2 = [(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2]/(n_1 + n_2 - 2)$

s_1^2 = ความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างที่ 1

s_2^2 = ความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างที่ 2

n_1 = ขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่ 1

n_2 = ขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่ 2

(2) ถ้าความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่ม ไม่เท่ากัน $(\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2)$ แล้วให้ใช้ค่าสถิติทดสอบ t ที่มีความแปรปรวนแยก (separate variance) คือ

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}}$$

ที่มี

$$df = \frac{[(s_1^2/n_1) + (s_2^2/n_2)]^2}{[(s_1^2/n_1)^2 / (n_1 - 1)] + [(s_2^2/n_2)^2 / (n_2 - 1)]}$$

3.2 การใช้คำสั่ง Independent – Samples T Test....

ตัวอย่างเช่น ต้องการทดสอบว่าพนักงานชายมีเงินเดือนเฉลี่ยน้อยกว่าพนักงานหญิงหรือไม่ จากแฟ้มข้อมูล DataTest5.sav มีขั้นตอนการใช้คำสั่ง ดังนี้

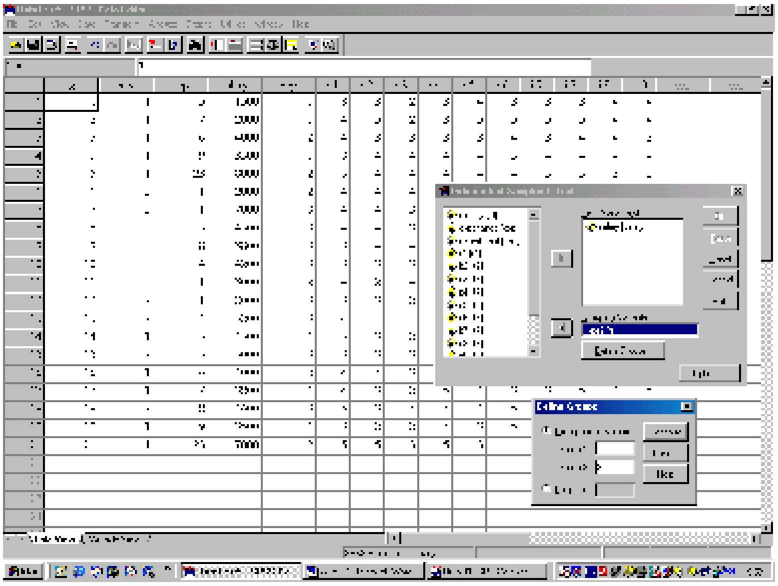
1. ไปที่เมนูบาร์ คลิกที่ Analyze , Compare Means , Independent – Samples T Test จะได้หน้าต่าง Independent – Samples T Test

2. ในหน้าต่าง Independent – Samples T Test ในช่องซ้ายมือ คลิกที่ตัวแปร salary แล้วคลิกที่ หัวลูกศร ➢ หน้าช่อง Test Variable(S) : ตัวแปร salary จะย้ายเข้าไปอยู่ในช่อง Test Variable(S) :

คลิกที่ตัวแปร sex แล้วคลิกที่หัวลูกศร ➢ หน้าช่อง Grouping Variable : ตัวแปร sex จะย้ายเข้าไปอยู่ในช่องนี้ แล้วคลิกที่ปุ่ม Define Groups... จะได้หน้าต่าง Define Groups ใส่เลข 1 ในช่อง Group 1: และใส่เลข 2 ในช่อง Group 2: ดังภาพที่ 4.3 แล้วคลิกที่ปุ่ม Continue หน้าต่างนี้จะถูกปิดไป

ที่ปุ่ม Options ... จะมีคำสั่งต่าง ๆ เหมือนกับการใช้คำสั่ง One – Sample T Test ในหัวข้อ 2.2 แต่ในที่นี้ไม่เลือกใช้คำสั่งนี้

3. แล้วคลิกที่ปุ่ม OK ในหน้าต่าง Independent – Samples T Test จะได้ผลลัพธ์ดังภาพที่ 4.4



ภาพที่ 4.3

T-Test

Group Statistics

	sex	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
salary	female	10	4180.00	1992.095	629.956
	male	10	4730.00	1757.555	555.788

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
salary	Equal variances assumed	.059	.811	-.655	18	.521	-550.000	840.086	-2314.96	1214.96
	Equal variances not assumed			-.655	17.725	.521	-550.000	840.086	-2316.92	1216.92

ภาพที่ 4.4

จากภาพผลลัพธ์มีตัวอย่างที่นำมาวิเคราะห์จำนวนทั้งหมด 20 คน เป็นพนักงานชาย 10 คน พนักงานหญิง 10 คน พนักงานชายมีเงินเดือนเฉลี่ยเท่ากับ 4,180 บาท ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1992.095 ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของเงินเดือนเฉลี่ยเท่ากับ 629.956 ส่วนพนักงานหญิงมีเงินเดือนเฉลี่ยเท่ากับ 4,730 บาท ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1757.555 ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของเงินเดือนเฉลี่ยเท่ากับ 555.788

ผลการทดสอบ t – test สำหรับประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน ทำการทดสอบสมมติฐานแบบทางเดียว ต้องพิจารณาที่ความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่ม ก่อนว่าเท่ากันหรือไม่ โดยดูในคอลัมน์ Levene's test for Equality of Variances ดูที่ค่า Sig. เท่ากับ .811 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$ ดังนั้นจึงยอมรับ $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ นั่นคือสรุปว่าความแปรปรวนของเงินเดือนของประชากร 2 กลุ่มเท่ากัน

ดังนั้นจึงดูที่แถวแรกคือ Equal variances assumed แล้วดูค่าสถิติ t = -.655 ซึ่งมีค่าเป็นลบอยู่ทางด้านซ้าย ตัวอย่างนี้เป็นการทดสอบแบบทางเดียว ($H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$ คู่กับ $H_1 : \mu_1 < \mu_2$) ซึ่งมีเขตวิกฤติอยู่ทางด้านซ้าย ดังนั้น P – value จึงเริ่มต้นจากหางด้านซ้ายของพื้นที่ใต้โค้งไปถึง ณ ตำแหน่งของค่า t ซึ่งอยู่ด้านซ้าย จึงได้ค่า P – value เท่ากับ Sig. (2-tailed)/2 = .521/2 = .260 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด $\alpha = .05$ จึงยอมรับ $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$ นั่นคือ พนักงานชายมีเงินเดือนเฉลี่ยไม่น้อยกว่าพนักงานหญิง

ในทางตรงข้าม ถ้าต้องการทดสอบสมมติฐานที่ว่าพนักงานชายมีเงินเดือนเฉลี่ยสูงกว่าพนักงานหญิงหรือไม่ สมมติฐานที่ต้องการทดสอบคือ $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$ คู่กับ $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ ซึ่งมีเขตวิกฤติอยู่ทางด้านขวา ดังนั้น P-value จึงเริ่มต้นจากหางด้านขวาไปถึง ณ

ตำแหน่งที่ค่า t อยู่คือ ด้านซ้าย จึงได้ค่า P- value เท่ากับ 1 – Sig. (2 – taited)/2 = 1 - .521/2 = .7395 ซึ่งมากกว่า .05 จึงยอมรับ H_0 นั่นคือพนักงานชายมีเงินเดือนเฉลี่ยไม่มากกว่าพนักงานหญิง ซึ่งดูเหมือนว่าผลสรุปจากการทดสอบสมมติฐานทั้ง 2 ครั้งข้างต้นขัดแย้งกัน แต่อาจเป็นไปได้ว่าพนักงานชายและหญิงมีเงินเดือนเฉลี่ยไม่แตกต่างกัน ซึ่งเป็นการทดสอบแบบสองทางคือ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ คู่กับ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ พิจารณาจากค่า Sig.(2 – tailed) = .521 มากกว่า .05 จึงยอมรับ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ นั่นคือ พนักงานชายและหญิงมีเงินเดือนเฉลี่ยเท่ากันหรือไม่แตกต่างกัน หรือแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ

3.3 การทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากร 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระกัน

กลุ่มตัวอย่างที่ไม่เป็นอิสระกัน (dependent samples) หมายถึง การเป็นสมาชิกของตัวอย่างกลุ่มหนึ่งเกี่ยวข้องกับการเป็นสมาชิกของตัวอย่างอีกกลุ่มหนึ่ง เช่น การให้นักเรียนกลุ่มเดียวกันทำแบบทดสอบ 2 ฉบับคือ แบบทดสอบก่อนเรียนและแบบทดสอบหลังเรียน เป็นต้น ส่วนตัวอย่างแบบจับคู่ (paired samples) อาจได้มาจากคนฝาแฝด สัตว์ทดลองที่มาจากครอกเดียวกัน นักเรียนที่มี IQ เท่ากัน คนไข้ที่ป่วยเป็นโรคเดียวกันที่มีอาการเหมือนกัน เป็นต้น แล้วแบ่งตัวอย่างออกเป็น 2 กลุ่ม แบบจับคู่ ให้กลุ่มที่ 1 ได้รับทรีทเมนต์ 1 ให้กลุ่มที่ 2 ได้รับทรีทเมนต์ 2 แล้วหาค่าเฉลี่ยของตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มนี้ นำมาเปรียบเทียบกัน ตัวอย่างเช่น ให้นักเรียน 11 คน ทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์ชุดหนึ่ง หลังจากนั้นทำการสอนพิเศษเป็นเวลา 3 สัปดาห์ แล้วให้ทำแบบทดสอบอีกชุดหนึ่งที่มีความยากเท่า ๆ กันกับชุดแรก คะแนนที่ได้จากการสอบแต่ละครั้ง และความแตกต่างของคะแนนสอบทั้ง 2 ครั้ง อยู่ในตารางที่ 4.1 อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบครั้งที่สองดีขึ้นอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 หรือไม่ วิธีการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เกี่ยวข้องกันนี้ โดยใช้การทดสอบ t-test ขั้นแรกคำนวณหาความแตกต่างของคะแนนสอบครั้งแรกและครั้งที่สอง แทนด้วย d แล้วหาค่าเฉลี่ยของความแตกต่างนั้น แทนด้วย $\bar{d}$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความแตกต่างนั้น แทนด้วย s_d สมมติฐานที่ต้องการทดสอบที่ว่าค่าเฉลี่ยของความแตกต่างของคะแนนทั้ง 2 ครั้ง เท่ากับ 0 หรือไม่ คือ $H_0 : \mu_d = 0$ คู่กับ $H_1 : \mu_d \neq 0$ หรือสามารถเขียนได้อีกอย่างหนึ่งคือ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ คู่กับ $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ หรือ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ คู่กับ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

ตารางที่ 4.1 คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ 2 ครั้ง (เต็ม 90 คะแนน) ของนักเรียน 11 คน (n = 11)

นักเรียนคนที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
First : การสอบครั้งแรก (1)	45	61	33	29	21	47	53	32	37	25	81
Second : การสอบครั้งที่สอง (2)	53	67	47	34	31	49	62	51	48	29	86
d = (2) – (1)	8	6	14	5	10	2	9	19	11	4	5

สถิติทดสอบที่ใช้คือ

$$t = \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}}$$

ที่มี df = n – 1 โดยที่ d คือ ผลต่างของคะแนนแต่ละคู่ และ n คือ จำนวนคู่

เมื่อ $\bar{d} = \Sigma d/n$

$$s_d = \sqrt{\Sigma(d-\bar{d})^2 / n-1}$$

3.4 การใช้คำสั่ง Paired Samples T Test

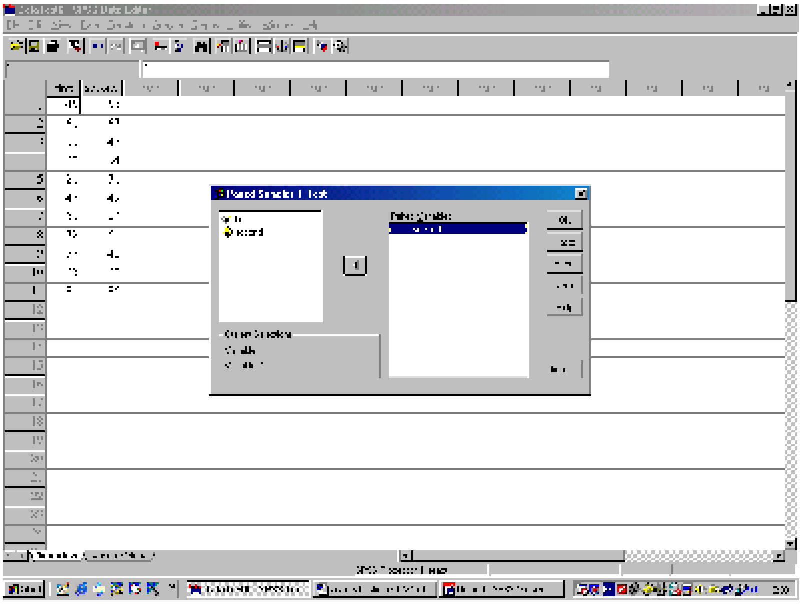
ข้อมูลคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ 2 ครั้ง ของนักเรียน 11 คน อยู่ในแฟ้มข้อมูล DataTest6.sav ขั้นตอนการใช้คำสั่ง Paired – Samples T Test คือ

1. ไปที่เมนูบาร์ คลิกที่ Analyze , Compare Means , Paired – Samples T Test... จะได้หน้าต่าง Paired – Samples T Test

2. ในหน้าต่าง Paired – Samples T Test ในช่องซ้ายมือ คลิกที่ตัวแปร first และ second แล้วคลิกที่หัวลูกศร ➢ หน้าช่อง Paired Variables : ตัวแปร first และ second จะย้ายไปอยู่ในช่อง Paired Variables : ดังภาพที่ 4.5

ที่ปุ่ม Options... จะมีคำสั่งต่าง ๆ เหมือนกับการใช้คำสั่ง One – Sample T Test ในหัวข้อ 2.2 แต่ในที่นี้ไม่เลือกใช้คำสั่งนี้

แล้วคลิกปุ่ม OK จะได้ผลลัพธ์ดังภาพที่ 4.6



ภาพที่ 4.5

T-Test

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	first	42.18	11	17.725	5.344
	second	50.64	11	16.753	5.051

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	first & second	11	.961	.000

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference Lower	95% Confidence Interval of the Difference Upper			
Pair 1	first - second	-8.455	4.927	1.485	-11.76	-5.145	-5.692	10	.000

ภาพที่ 4.6

จากภาพผลลัพธ์ มีขนาดตัวอย่างที่นำมาวิเคราะห์จำนวนทั้งหมด 11 คู่ มีคะแนนเฉลี่ยในการสอบครั้งแรกเท่ากับ 42.18 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 17.725 ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานเท่ากับ 5.344 มีคะแนนเฉลี่ยในการสอบครั้งที่สองเท่ากับ 50.64 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 16.753 ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานเท่ากับ 5.051 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ระหว่างคะแนนการสอบครั้งแรกกับครั้งที่สอง (paired samples correlations) เท่ากับ .961 หมายความว่ามีความสัมพันธ์กันสูงมากอย่างมีนัยสำคัญ ดูที่ค่า Sig. เท่ากับ .000 ซึ่งน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$ ที่กำหนด

ผลการทดสอบ t – test สำหรับประชากร 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระกัน ทำการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \mu_d = 0$ คู่กับ $H_1 : \mu_d \neq 0$ ดูที่ค่า t เท่ากับ -5.692 และค่า Sig. (2-tailed) เท่ากับ .000 ซึ่งน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$ ที่กำหนด สรุปได้ว่าปฏิเสธ H_0 นั่นคือมีความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบก่อนและหลังการสอนพิเศษ หรืออาจบอกได้ว่าคะแนนสอบของนักเรียนสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญภายหลังการสอนพิเศษ

4. การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร 1 กลุ่ม

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร 1 กลุ่ม เป็นการทดสอบเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรที่มีการแจกแจงแบบทวินาม (binomial distribution) ตัวแปรมีสเกลการวัดแบบจำแนกประเภท (nominal scale) แบ่งออกได้เป็น 2 กรณี คือ

1. กรณีที่ตัวแปรมีค่าที่เป็นไปได้เพียง 2 ค่า ตัวอย่างเช่น ชายหรือหญิง ดีหรือเสีย ใช่หรือไม่ใช่ เห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วย สนใจหรือไม่สนใจ ข้อมูลเป็นจำนวนนับของค่าที่สนใจของตัว

แปรนั้น เช่น ตัวแปรที่สนใจศึกษาคือตัวแปรเพศ มีค่าที่เป็นไปได้ 2 ค่า (1 = หญิง , 2 = ชาย) สมมติว่าสนใจสัดส่วนของเพศหญิงในประชากรที่ศึกษา ข้อมูลก็คือจำนวนนับของเพศหญิง ซึ่งมีการแจกแจงแบบทวินาม

2. กรณีที่ตัวแปรมีค่าที่เป็นไปได้ตั้งแต่ 2 ค่าขึ้นไป ตัวอย่างเช่น ตัวแปรที่สนใจศึกษาคือความคิดเห็นมีค่าที่เป็นไปได้ 5 ค่า (5 = เห็นด้วยอย่างยิ่ง , 4 = เห็นด้วย , 3 = ไม่มีความเห็น , 2 = ไม่เห็นด้วย , 1 = ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง) จะได้ข้อมูลแบบจำแนกประเภท (categorical data) คือค่าความถี่ของแต่ละค่าของตัวแปรที่สนใจนั้น ซึ่งมีการแจกแจงแบบพหุนาม (multinomial distribution)

4.1 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนสำหรับข้อมูลจำแนกประเภทมีค่าที่เป็นไปได้ 2 ค่า

ตัวแปรที่สนใจศึกษาอาจเป็นจำนวนสินค้าที่ชำรุด หรือจำนวนผู้ที่แสดงความคิดเห็นว่าเห็นด้วย หรือจำนวนของลักษณะที่สนใจ ตัวแปรที่สนใจศึกษาซึ่งมีค่าที่เป็นไปได้เพียง 2 ค่านี้มีการแจกแจงแบบทวินาม (binomial distribution) ซึ่งความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ประสบผลสำเร็จเท่ากับ p มีค่าเท่ากันในแต่ละครั้งการทดลอง เมื่อ p คือ สัดส่วนของจำนวนของเหตุการณ์ที่สนใจส่วนจำนวนของเหตุการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด ตัวอย่างเช่น ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 5 ครั้ง เหตุการณ์ที่สนใจคือ ได้แต้ม 2 จำนวน 3 ครั้ง สามารถหาความน่าจะเป็นได้ดังนี้

ให้ตัวแปร X คือ จำนวนครั้งของการเกิดเหตุการณ์ที่สนใจ

n คือ จำนวนครั้งการทดลองในที่นี้ $n = 5$

p คือ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สนใจประสบผลสำเร็จ ในที่นี้ $p = \frac{1}{6}$

และ $q = 1 - p$

คำนวณ $$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

แทนค่า $$P(X = 3) = \binom{5}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^2 = 0.032$$

นั่นคือความน่าจะเป็นที่จะได้แต้ม 2 จำนวน 3 ครั้ง เท่ากับ 0.032

จำนวนครั้งของการทดลองหรือหมายถึงขนาดของกลุ่มตัวอย่าง เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ การแจกแจงของตัวแปร X ที่มีการแจกแจงแบบทวินามจะเข้าใกล้การแจกแจงปกติ โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อ p มีค่าเข้าใกล้ $\frac{1}{2}$ จึงสามารถใช้การแจกแจงปกติมาประมาณการแจกแจงทวินาม ดังนั้นการทดสอบจะใช้การทดสอบแบบโค้งปกติที่มีสถิติทดสอบคือ

$$z = \frac{x - np}{\sqrt{npq}}$$

ที่มีการแจกแจงเข้าใกล้การแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1 และทำให้อยู่ในรูปของสัดส่วน p ได้โดยการหารทั้งตัวเศษและตัวส่วนด้วย n ที่มีสถิติทดสอบคือ

$$z = \frac{(x - np)/n}{\sqrt{npq/n}} = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{pq/n}}$$

เมื่อ $\hat{p} = \frac{x}{n}$ คือค่าประมาณของสัดส่วนของประชากร

ซึ่ง $\hat{p}$ จะมีการแจกแจงเข้าใกล้การแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ p และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ $\sqrt{pq/n}$

การทดสอบสมมติฐาน

สำหรับการทดสอบแบบสองทาง สมมติฐานที่ต้องการทดสอบคือ

H_0 : สัดส่วนของประชากรไม่แตกต่างจากค่าที่กำหนด

H_1 : สัดส่วนของประชากรแตกต่างจากค่าที่กำหนด

หรือเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้คือ $H_0 : p = p_0$ คู่กับ $H_1 : p \neq p_0$

สำหรับการทดสอบแบบทางเดียว สมมติฐานที่ต้องการทดสอบคือ

H_0 : สัดส่วนของประชากรมากกว่าหรือเท่ากับค่าที่กำหนด

H_1 : สัดส่วนของประชากรน้อยกว่าค่าที่กำหนด

หรือ H_0 : สัดส่วนของประชากรน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าที่กำหนด

H_1 : สัดส่วนของประชากรมากกว่าค่าที่กำหนด

หรือเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้คือ $H_0 : p \geq p_0$ คู่กับ $H_1 : p < p_0$ หรือ $H_0 : p \leq p_0$ คู่กับ $p > p_0$

ในการทดสอบสมมติฐานข้างต้นสามารถใช้โปรแกรม SPSS ช่วยในการคำนวณได้โดยใช้คำสั่ง **Binomial ...** ซึ่งเป็นการทดสอบเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร

4.2 การใช้คำสั่ง Binomial ...

4.2.1 ตัวอย่างเช่น อยากทราบว่าสัดส่วนของพนักงานหญิงเท่ากับ 0.5 หรือไม่ ซึ่งเป็นการทดสอบแบบสองทาง จากแฟ้มข้อมูล DataTest 55.sav ตัวแปรที่สนใจศึกษาคือ sex ซึ่งมีค่าที่เป็นไปได้เพียง 2 ค่า คือ 1 = หญิง และ 2 = ชาย สมมติฐานที่ต้องการทดสอบคือ $H_0 : p = .5$ คู่กับ $H_1 : p \neq .5$ การทดสอบสมมติฐานดังกล่าวมีขั้นตอนการใช้คำสั่งดังนี้

1. ไปที่เมนูบาร์ คลิกที่ Analyze , Nonparametric Tests , Binomial ... จะได้หน้าต่าง Binomial Test ดังภาพที่ 4.7

2. ในหน้าต่าง Binomial Test ในช่องซ้ายมือ คลิกที่ตัวแปร sex แล้วคลิกที่หัวลูกศร ➢ หน้าช่อง Test Variable List : ตัวแปร sex จะย้ายเข้าไปอยู่ในช่อง Test Variable List :

ในช่อง Test Proportion : ใส่ตัวเลข .5 ซึ่งเป็นค่าสัดส่วนของพนักงานหญิงที่คาดหวัง

ในกรอบ Define Dichotomy

- ถ้าเลือกคำสั่ง O Get from data หมายถึง ใช้ค่าจากข้อมูลซึ่งมีค่าที่เป็นไปได้ 2 ค่าเท่านั้น

- ถ้าเลือกคำสั่ง O Cut point : หมายถึง กรณีที่ข้อมูลมีค่าที่เป็นไปได้มากกว่า 2 ค่า เราสามารถกำหนดจุดตัดเพื่อแบ่งข้อมูลออกเป็น 2 กลุ่มได้

ในที่นี้เลือก O Get from data เพราะตัวแปร sex มีค่าที่เป็นไปได้เพียง 2 ค่า เท่านั้น คือ 1 = หญิง , 2 = ชาย โดยโปรแกรมจะถือว่าค่าแรกเป็นค่าที่สนใจ ซึ่งได้แก่ พนักงานหญิง

คลิกที่ปุ่ม Options ... จะได้หน้าต่าง Binomial Test : Options ดังภาพที่ 4.7

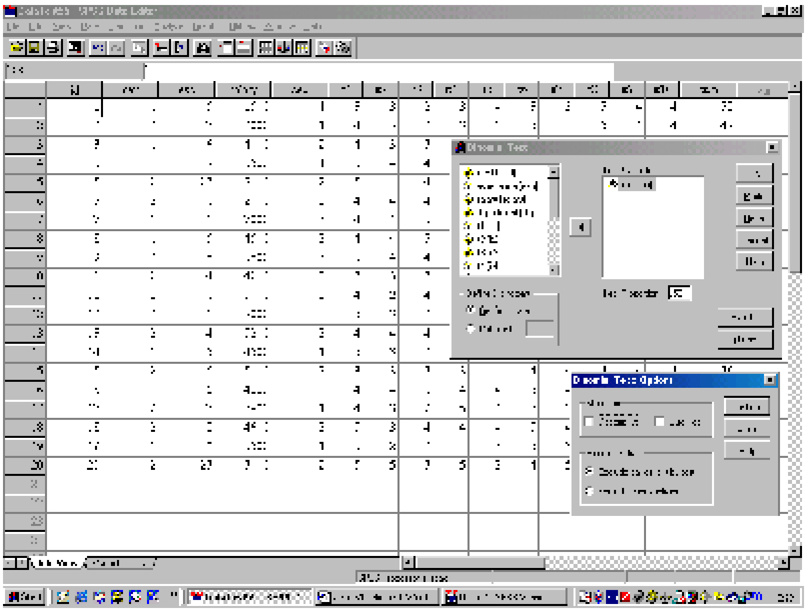
3. ในหน้าต่าง Binomial Test : Options

ในกรอบ Missing Values เลือก O Exclude cases test-by-test เมื่อเลือกตัวแปรหลายตัวโปรแกรมจะทดสอบให้ครั้งละ 1 ตัวแปร และค่า missing จะแยกกัน

แล้วคลิกปุ่ม continue หน้าต่างนี้จะถูกปิดไป

4. ในหน้าต่าง Binomial Test

คลิกปุ่ม OK จะได้ผลลัพธ์ดังภาพที่ 4.8



ภาพที่ 4.7

NPar Tests

Binomial Test

		Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Exact Sig. (2-tailed)
sex	Group 1	female	7	.35	.50	.263
	Group 2	male	13	.65		
	Total		20	1.00		

ภาพที่ 4.8

จากภาพผลลัพธ์มีตัวอย่างที่นำมาวิเคราะห์จำนวนทั้งหมด 20 คน เป็นพนักงานหญิง 7 คน คิดเป็นร้อยละ 35 ต้องการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : p = .5$ คู่กับ $H_1 : p \neq .5$ ได้ค่า Exact Sig. (2-tailed) สำหรับการทดสอบสองทาง เท่ากับ .263 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด $(\alpha = .05)$ จึงไม่สามารถปฏิเสธ H_0 หมายความว่าสัดส่วนของพนักงานหญิงเท่ากับ .5 หรือ 50%

4.2.2 ตัวอย่างเช่น ต้องการทดสอบว่ามีพนักงานหญิงในบริษัทอย่างน้อย 30% จริงหรือไม่ ซึ่งเป็นการทดสอบแบบทางเดียว จากแฟ้มข้อมูล DataTest 55.sav มีขั้นตอนการใช้คำสั่งเช่นเดียวกับหัวข้อที่ 4.2.1

แต่ในช่อง Test Proportion : ใส่ตัวเลข .3 ซึ่งเป็นค่าสัดส่วนของพนักงานหญิงที่คาดหวัง

จะได้ผลลัพธ์ดังภาพที่ 4.9

NPar Tests

Binomial Test

		Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Exact Sig. (1-tailed)
sex	Group 1	female	7	.4	.3	.392
	Group 2	male	13	.7		
	Total		20	1.0		

ภาพที่ 4.9

จากภาพผลลัพธ์มีตัวอย่างที่นำมาวิเคราะห์จำนวนทั้งหมด 20 คน เป็นพนักงานหญิง 7 คน คิดเป็นร้อยละ 35 ต้องการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : p \geq .3$ คู่กับ $H_1 : p < .3$ ได้ค่า Exact Sig. (1-tailed) เท่ากับ .392 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด ($\alpha = .05$) จึงไม่สามารถปฏิเสธ H_0 หมายความว่า มีพนักงานหญิงอย่างน้อย 30%

4.3 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนสำหรับข้อมูลมีค่าที่เป็นไปได้ตั้งแต่ 2 ค่าขึ้นไป

เมื่อตัวแปรที่สนใจศึกษามีค่าที่เป็นไปได้ตั้งแต่ 2 ค่า ขึ้นไป ตัวอย่างเช่น ถ้าคาดว่ามีพนักงานหญิง 40% และพนักงานชาย 60% สมมติฐานที่ต้องการทดสอบคือ $H_0 : p_{\text{หญิง}} = .4$, $p_{\text{ชาย}} = .6$ คู่กับ $H_1 : p_i \neq p_{i0}$ อย่างน้อย 1 ค่า ; $i = 1, 2$

หรือ H_0 : ความถี่ของพนักงานแยกตามเพศเท่ากับความถี่ที่คาดไว้ คู่กับ

H_1 : ความถี่ของพนักงานแยกตามเพศไม่เท่ากับความถี่ที่คาดไว้อย่างน้อย 1 ค่า

หรือเขียนเป็นสัญลักษณ์ในรูปทั่วไปได้คือ $H_0 : O_i = E_i$ คู่กับ $H_1 : O_i \neq E_i$ อย่างน้อย 1 ค่า ; $i = 1, 2, \ldots , k$

สถิติทดสอบคือ Chi-Square test คำนวณจากสูตรคือ

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad ; \quad df = k - 1$$

เมื่อ O_i คือ ความถี่ของข้อมูลในแต่ละช่อง (cell)

E_i คือ ความถี่ในเชิงทฤษฎี หรือที่คาดหวัง

k คือ จำนวนช่องในตาราง หรือจำนวนค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรที่สนใจศึกษา

ในตัวอย่างนี้สามารถคำนวณหาความถี่ที่คาดหวัง ได้แก่ ความถี่ของพนักงานเพศหญิงที่คาดหวัง (E_1) และความถี่ของพนักงานเพศชายที่คาดหวัง (E_2) ได้โดยการคูณค่าสัดส่วนกับจำนวนข้อมูลทั้งหมด คือ

$$E_1 = (.4)(20) = 8 \quad \text{คน}$$

$$E_2 = (.6)(20) = 12 \text{ คน}$$

ข้อตกลงเบื้องต้นของการใช้สถิติทดสอบไคสแควคือ

1. ตัวอย่างได้มาอย่างสุ่ม

2. ความถี่ที่คาดหวังของแต่ละระดับของตัวแปรที่สนใจศึกษาต้องมีค่าอย่างน้อย 1 และมีความถี่ที่คาดหวังที่น้อยกว่า 5 ได้ไม่เกิน 20% ของจำนวนช่องในตาราง

ในการทดสอบสมมติฐานข้างต้นสามารถใช้โปรแกรม SPSS ช่วยในการคำนวณได้ โดยใช้คำสั่ง **Chi-Square....**

4.4 การใช้คำสั่ง Chi-Square....

ตัวอย่างเช่น บริษัทแห่งหนึ่งมีพนักงานทั้งหมด 20 คน คาดว่ามีพนักงานเพศหญิง 40% และเพศชาย 60% จากแฟ้มข้อมูล DataTest 55.sav ตัวแปรที่สนใจศึกษาคือ sex ซึ่งมีค่าที่เป็นไปได้ 2 ค่า คือ 1 = หญิง และ 2 = ชาย สมมติฐานที่ต้องการทดสอบคือ $H_0 : p_{\text{หญิง}} = .4$, $p_{\text{ชาย}} = .6$ คู่กับ $H_1 : p_i \neq p_{i0}$ อย่างน้อย 1 ค่า ; $i = 1, 2$ การทดสอบสมมติฐานนี้มีขั้นตอนการใช้คำสั่งดังนี้

1. ไปที่เมนูบาร์ คลิกที่ Analyze, Nonparametric Tests, Chi-Square ... จะได้หน้าต่าง Chi-Square Test ดังภาพที่ 4.10

2. ในหน้าต่าง Chi-Square Test ในช่องซ้ายมือ คลิกที่ตัวแปร sex แล้วคลิกที่หัวลูกศร ➢ หน้าช่อง Test Variable List : ตัวแปร sex จะย้ายเข้าไปอยู่ในช่อง Test Variable List:

ในกรอบ Expected Range เลือก Get from data

ในกรอบ Expected Values

- ถ้าเลือก O All categories equal หมายความว่า ต้องการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของระดับต่าง ๆ ของตัวแปรที่สนใจศึกษาว่าเท่ากันหรือไม่คือ $H_0 : p_1 = p_2 = \ldots = p_k$ เมื่อตัวแปรที่สนใจศึกษามี k ระดับ

- ถ้าเลือก O Values : หมายความว่า ต้องการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของแต่ละระดับของตัวแปรที่สนใจศึกษาว่าเท่ากับค่าที่คาดหวังหรือไม่ ดังตัวอย่างนี้ต้องการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : p_{\text{หญิง}} = .4 , p_{\text{ชาย}} = .6$

ในที่นี้จึงเลือก O Values : สำหรับตัวแปร sex ที่มีค่าเป็น 1 แล้วใส่เลขค่าสัดส่วนที่คาดไว้ในช่องว่างเป็น .4 แล้วคลิกปุ่ม Add ตัวเลข .4 จะย้ายไปอยู่ในช่องว่างด้านล่าง ต่อจากนั้นใส่เลขค่าสัดส่วนที่คาดไว้สำหรับตัวแปร sex ที่มีค่าเป็น 2 ในช่องว่างเป็น .6 แล้วคลิกปุ่ม Add ตัวเลข .6 จะย้ายไปอยู่ในช่องว่างด้านล่างต่อจากเลข .4 (การใส่เลขในช่องของ Values : นี้อาจใส่เลขของความถี่ที่คาดหวังแทนค่าสัดส่วนก็ได้)

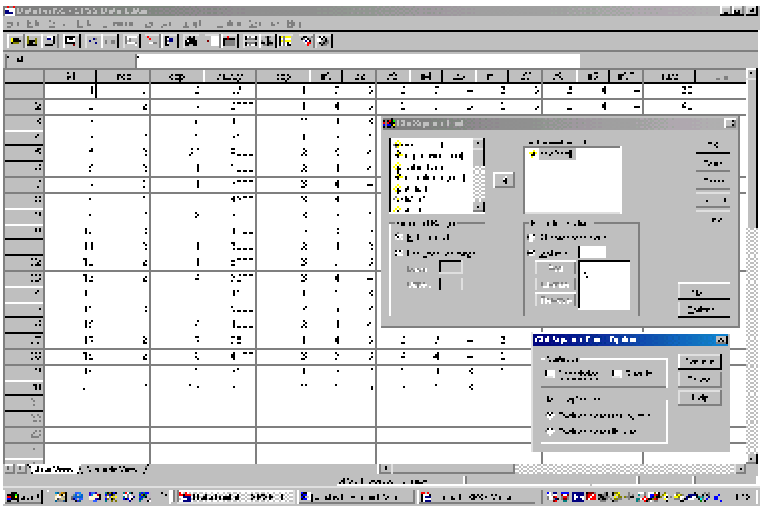
คลิกที่ปุ่ม Options... จะได้หน้าต่าง Chi-Square Test : Options ดังภาพที่ 4.10

3. ในหน้าต่าง Chi-Square Test : Options

ในกรอบ Missing Values เลือก O Exclude cases test-by-test เมื่อเลือกตัวแปรหลายตัว โปรแกรมจะทดสอบให้ครั้งละ 1 ตัวแปร และค่า missing จะแยกกัน

แล้วคลิกปุ่ม Continue หน้าต่างนี้จะถูกปิดไป

4. ในหน้าต่าง Chi-Square Test คลิกปุ่ม OK จะได้ผลลัพธ์ดังภาพที่ 4.11



ภาพที่ 4.10

NPar Tests
Chi-Square Test
Frequencies

sex

	Observed N	Expected N	Residual
female	7	8.0	-1.0
male	13	12.0	1.0
Total	20		

Test Statistics

	sex
Chi-Square[a]	.208
df	1
Asymp. Sig.	.648

a. 0 cells (.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 8.0.

ภาพที่ 4.11

จากภาพผลลัพธ์มีตัวอย่างที่นำมาวิเคราะห์จำนวนทั้งหมด 20 คน เป็นพนักงานหญิง 7 คน และพนักงานชาย 13 คน เป็นความถี่ของข้อมูลอยู่ในช่อง Observed N และคิดเป็นความถี่ที่คาดหวังของพนักงานหญิงได้ $(.4 \times 20)$ เท่ากับ 8 คน และความถี่ที่คาดหวังของพนักงานชายได้ $(.6 \times 20)$ เท่ากับ 12 คน อยู่ในช่อง Expected N และค่าในช่อง Residual ได้มาจาก $O_i - E_i$

ค่าสถิติทดสอบ Chi-Square เท่ากับ .208 มีจำนวนชั้นอิสระ $df = k - 1 = 2 - 1 = 1$ และค่า Asymp. Sig. เท่ากับ .648 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด $(\alpha = .05)$ จึงสรุปได้ว่ายอมรับ H_0 นั่นคือ บริษัทนี้มีพนักงานหญิง 40% พนักงานชาย 60%

5. การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร 2 กลุ่ม

5.1 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร 2 กลุ่ม ที่เป็นอิสระกัน

เมื่อตัวแปรที่สนใจศึกษามีค่าที่เป็นไปได้เพียง 2 ค่า เป็นการทดสอบเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของตัวแปรที่มีการแจกแจงแบบทวินามของประชากร 2 กลุ่ม สมมติฐานการทดสอบคือ H_0 : สัดส่วนของสิ่งที่สนใจศึกษาของทั้ง 2 ประชากรไม่แตกต่างกัน คู่กับ H_1 : สัดส่วนของสิ่งที่สนใจศึกษาของทั้ง 2 ประชากรแตกต่างกัน สามารถเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้คือ $H_0 : p_1 = p_2$ คู่กับ $p_1 \neq p_2$ ในทำนองเดียวกันอาจขยายให้เป็นรูปทั่วไปได้คือ ถ้ามีประชากร k กลุ่ม จะตั้งสมมติฐานการทดสอบคือ

H_0 : สัดส่วนของสิ่งที่สนใจศึกษาของแต่ละประชากรไม่แตกต่างกัน

H_1 : มีอย่างน้อย 2 ประชากร ที่สัดส่วนของสิ่งที่สนใจศึกษาแตกต่างกัน

สามารถเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้คือ $H_0 : p_1 = p_2 = \dots = p_k$ คู่กับ $H_1 : p_i \neq p_j$ อย่างน้อย 1 คู่ ที่ $i \neq j$

เมื่อตัวแปรที่สนใจศึกษามีค่าที่เป็นไปได้ตั้งแต่ 2 ค่าขึ้นไป เป็นการทดสอบเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของตัวแปรที่มีการแจกแจงแบบพหุนามของประชากรที่มีมากกว่า 2 กลุ่ม ตัวอย่างเช่น การเป็นโรค (เป็น, ไม่เป็น) หรือการมีชีวิต (ตาย, มีชีวิต), หรือความคิดเห็น (ชอบ,ไม่ชอบ), หรือ (เห็นด้วย, ไม่มีความเห็น, ไม่เห็นด้วย) และมีตัวแปรอีกหนึ่งตัวที่แสดงกลุ่มของประชากร ตัวอย่างเช่น สถานะการสูบบุหรี่ (กลุ่มไม่สูบ, กลุ่มสูบ) หรือเพศ (กลุ่มผู้ชาย, กลุ่มผู้หญิง), หรือบุคลากรในมหาวิทยาลัย (กลุ่มผู้บริหาร, กลุ่มอาจารย์, กลุ่มนักวิชาการ) หรือภูมิภาค (เหนือ, ตะวันออก, ตะวันตก, กลาง, ใต้) ข้อมูลอยู่ใน ตารางขนาด $r \times k$ ซึ่งใช้วิธีการทดสอบเหมือนกันกับกรณีของประชากร 2 กลุ่ม

สถิติทดสอบคือ Chi-Square test เรียกว่า Pearson Chi-Square คำนวณจากสูตรคือ

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{k}\frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}} \quad ; \quad df = (r-1)(k-1)$$

$$E_{ij} = \frac{(r_i)(k_j)}{n}$$

เมื่อ O_{ij} คือ ความถี่ของลักษณะที่ i ของประชากรกลุ่มที่ j ที่ได้จากการเก็บข้อมูล

E_{ij} คือ ความถี่ของลักษณะที่ i ของประชากรกลุ่มที่ j ที่คาดหวัง

r คือ จำนวนชั้นของตัวแปรที่สนใจศึกษาซึ่งอยู่ด้านแถวของตาราง

r_i คือ ผลรวมของแถวที่ i

k คือ จำนวนกลุ่มของประชากร ซึ่งอยู่ด้านคอลัมน์ของตาราง

k_j คือ ผลรวมของคอลัมน์ที่ j

n คือ ขนาดตัวอย่าง

ข้อตกลงเบื้องต้นของการใช้สถิติทดสอบไคสแควคือ

1. ความถี่ที่คาดหวังในแต่ละช่องของตารางมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 5 ($E_{ij} \geq 5$) ถ้ามี $E_{ij} < 5$ ไม่ควรเกิน 20% ของจำนวนช่องทั้งหมดในตาราง และไม่มี $E_{ij} < 1$

2. สำหรับตารางขนาด 2×2 ที่ $r = 2$, $k = 2$ จะต้องมีการปรับสูตรดังนี้

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{k}\frac{(\left|O_{ij} - E_{ij}\right| - 0.5)^2}{E_{ij}}$$

หรือใช้สถิติทดสอบ Fisher's exact test หรือ Odds ratio เป็นต้น แต่ถ้า $n \geq 50$ ก็สามารถใช้ Pearson Chi-Square ได้

ในการทดสอบสมมติฐานข้างต้นสามารถใช้โปรแกรม SPSS ช่วยในการคำนวณได้ โดยใช้ คำสั่ง **Crosstabs...**

5.2 การใช้คำสั่ง Crosstabs...

ตัวอย่างเช่น การศึกษาติดตามผู้ป่วยที่เป็นโรคไทรอยด์ เป็นระยะเวลา 20 ปี อยากทราบว่าผู้ที่สูบบุหรี่และผู้ที่ไม่สูบบุหรี่มีสัดส่วนของการตายเท่ากันหรือไม่ เก็บข้อมูลเกี่ยวกับการมีชีวิตและการสูบบุหรี่ กลุ่มตัวอย่างคือ คนไข้ผู้หญิง จำนวน 1314 คน กำหนดให้ตัวแปรที่สนใจศึกษาคือ survival แทนการมีชีวิต มีค่าที่เป็นไปได้ 2 ค่า คือ 0 = ตายในระหว่างเวลาที่ทำการศึกษา และ 1 = มีชีวิต และตัวแปรที่แสดงกลุ่มของประชากรคือ smoke แทนการสูบบุหรี่ ซึ่งมี 2 กลุ่มคือ 0 = ไม่สูบบุหรี่ และ 1 = สูบบุหรี่ สมมติฐานที่ต้องการทดสอบคือ H_0 : $P_{\text{ไม่สูบบุหรี่}} = P_{\text{สูบบุหรี่}}$ คู่กับ H_1 : $P_{\text{ไม่สูบบุหรี่}} \neq P_{\text{สูบบุหรี่}}$ ข้อมูลของตัวอย่างอยู่ในตาราง ขนาด 2×2 ต่อไปนี้

ตารางที่ 4.2 ข้อมูลจำนวนการมีชีวิตของผู้ป่วยโรคไทรอยด์ที่สูบบุหรี่และไม่สูบบุหรี่

การมีชีวิต	สถานะการสูบบุหรี่		รวม
	ไม่สูบ	สูบ	
ตาย	230	139	369
มีชีวิต	502	443	945
รวม	732	582	1314

แหล่งที่มา : Trumbo B.E. , 2002

บันทึกข้อมูลลงในแฟ้มข้อมูล P1P2.sav กำหนดให้ตัวแปร survival (0 = ตาย, 1 = มีชีวิต) และตัวแปร smoke (0 = ไม่สูบบุหรี่ , 1 = สูบบุหรี่) รูปแบบข้อมูลในแฟ้มข้อมูลคือ

ตารางที่ 4.3 รูปแบบข้อมูลเป็นจำนวนนับของการมีชีวิตของผู้ป่วยที่สูบบุหรี่และไม่สูบบุหรี่

smoke	survival	count
0	0	230
0	1	502
1	0	139
1	1	443

ขั้นตอนการใช้คำสั่งในการทดสอบคือ

1. ไปที่เมนูบาร์ คลิกที่ Data , Weight Cases... จะได้หน้าต่าง Weight Cases ทำการถ่วงน้ำหนักด้วยตัวแปร count โดยคลิกที่ O Weight cases by แล้วคลิกที่ตัวแปร count แล้วคลิกที่หัวลูกศร ➢ ตัวแปร count จะย้ายเข้าไปอยู่ในช่อง Frequency Variable : แล้วคลิกที่ปุ่ม OK

2. ไปที่เมนูบาร์ คลิกที่ Analyze, Descriptive Statistics, Crosstabs... จะได้หน้าต่าง Crosstabs ดังภาพที่ 4.12

3. ในหน้าต่าง Crosstabs ในช่องซ้ายมือ คลิกที่ตัวแปร survival ให้ย้ายเข้าไปอยู่ในช่องของ Row(s): และคลิกที่ตัวแปร smoke ให้ย้ายเข้าไปอยู่ในช่องของ Column(s): คลิกที่ปุ่ม Statistics... จะได้หน้าต่าง Crosstabs: Statistics ดังภาพที่ 4.13

คลิกที่ปุ่ม Cells... จะได้หน้าต่าง Crosstabs: Cell Display ดังภาพที่ 4.14

4. ในหน้าต่าง Crosstabs: Statistics

เลือก ☐ Chi-square เพื่อให้ผลลัพธ์แสดงค่าสถิติทดสอบ Pearson Chi-Square

แล้วคลิกปุ่ม Continue หน้าต่างนี้จะถูกปิดไป

5. ในหน้าต่าง Crosstabs: Cell Display

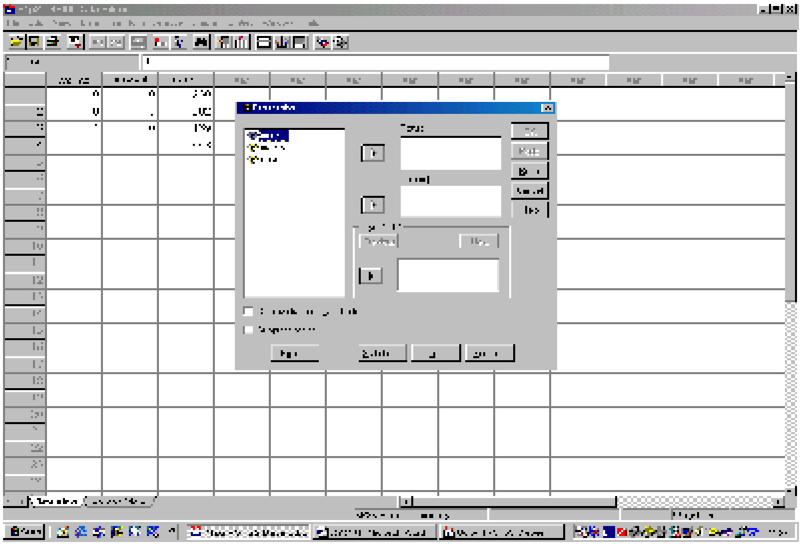
ในกรอบ Counts

เลือก ☐ Observed เพื่อให้ในตารางแสดงค่าความถี่การตายของกลุ่มผู้ป่วยที่ สูบบุหรี่และกลุ่มที่ไม่สูบบุหรี่ที่ได้จากข้อมูลตัวอย่าง

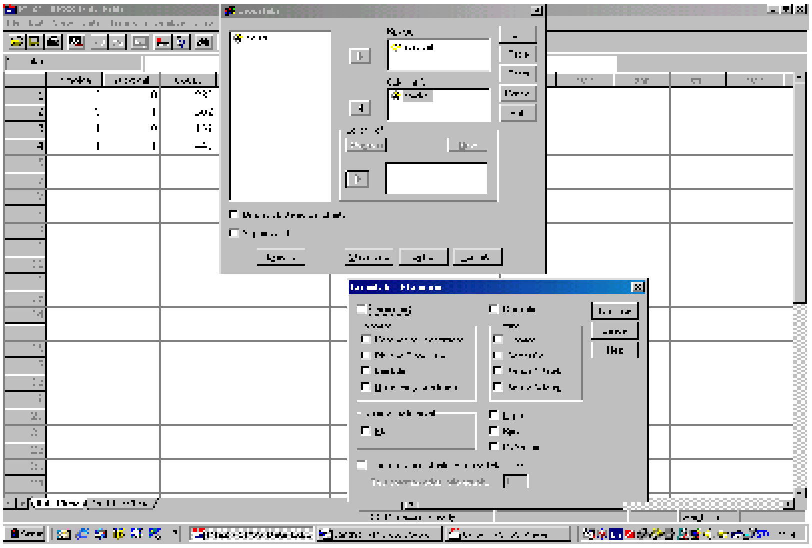
เลือก ☐ Expected เพื่อให้ในตารางแสดงค่าความถี่คาดหวังของการตายใน กลุ่มผู้ป่วยที่สูบบุหรี่และกลุ่มที่ไม่สูบบุหรี่

แล้วคลิกปุ่ม Continue หน้าต่างนี้จะถูกปิดไป

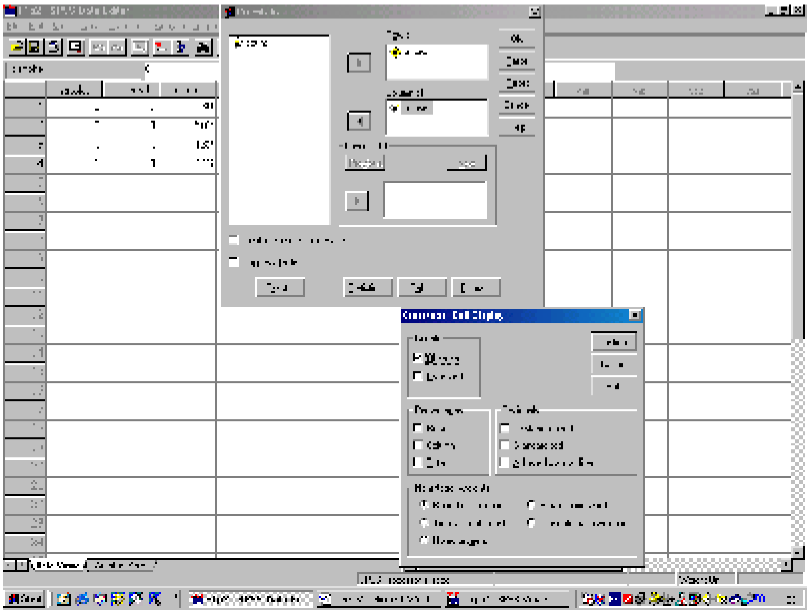
6. ในหน้าต่าง Crosstabs คลิกปุ่ม OK จะได้ผลลัพธ์ดังภาพที่ 4.15



ภาพที่ 4.12



ภาพที่ 4.13



ภาพที่ 4.14

Crosstabs

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
survival * smoke	1314	100.0%	0	.0%	1314	100.0%

survival * smoke Crosstabulation

			smoke		Total
			no	yes	
survival	death	Count	230	139	369
		Expected Count	205.6	163.4	369.0
	alive	Count	502	443	945
		Expected Count	526.4	418.6	945.0
Total		Count	732	582	1314
		Expected Count	732.0	582.0	1314.0

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	9.121[b]	1	.003		
Continuity Correction[a]	8.752	1	.003		
Likelihood Ratio	9.200	1	.002		
Fisher's Exact Test				.003	.001
Linear-by-Linear Association	9.114	1	.003		
N of Valid Cases	1314				

a. Computed only for a 2x2 table

b. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 163.44.

ภาพที่ 4.15

จากภาพผลลัพธ์ในตาราง Case Processing Summary มีตัวอย่างที่นำมาวิเคราะห์จำนวนทั้งหมด 1314 คน ในตาราง SURVIVAL * SMOKE Crosstabulation แสดงตารางขนาด 2×2 ที่ด้านแถวเป็นตัวแปร survival แบ่งออกเป็น 2 ชั้นคือ 0 = ตาย, 1 = มีชีวิต ที่ด้านคอลัมน์เป็นตัวแปร smoke แบ่งออกเป็น 2 กลุ่มคือ 0 = ไม่สูบบุหรี่, 1 = สูบบุหรี่ ในแต่ละช่องของตาราง แสดงความถี่หรือจำนวนที่นับได้ของข้อมูล (Count) และความถี่ที่คาดหวังหรือจำนวนที่คาดหวัง

(Expected Count) ซึ่งคำนวณจาก $E_{ij} = (r_i)(k_j)/n$ ตัวอย่างเช่น $E_{00} = (369)(732)/1314 = 205.6$, $E_{10} = (945)(732)/1314 = 526.4$

ดูค่าสถิติทดสอบ Pearson Chi-Square ในตาราง Chi-Square Tests ได้ค่าสถิติทดสอบ Pearson Chi-Square เท่ากับ 9.121 จำนวนชั้นอิสระเท่ากับ 1 และค่า Asymp. Sig. (2-sided) เท่ากับ .003 ซึ่งน้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด ($\alpha = .05$) จึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ สัดส่วนการตายของกลุ่มผู้ป่วยไทรอยด์ที่ไม่สูบบุหรี่และกลุ่มที่สูบบุหรี่แตกต่างกัน และเนื่องจากการศึกษานี้ข้อมูลอยู่ในตารางขนาด 2×2 การคำนวณค่าสถิติทดสอบจึงต้องมีการปรับสูตรได้เป็นค่า Continuity Correction เท่ากับ 8.752 จำนวนชั้นอิสระเท่ากับ 1 และค่า Asymp.Sig. (2-sided) เท่ากับ .003 และสรุปว่าปฏิเสธ H_0 ด้วยเหมือนกันกับสถิติทดสอบ Pearson Chi-Square

5.3 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระกัน

เมื่อตัวแปรที่สนใจศึกษามีค่าที่เป็นไปได้เพียง 2 ค่า เช่น อาการของคนไข้ (ใช่, ไม่ใช่) และประชากร 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระกัน คือ เป็นประชากรกลุ่มเดียวกันที่ถูกวัดอาการก่อนและหลังการให้ยา

ตัวอย่างเช่น จากการทำโพลเกี่ยวกับการประเมินผลการปฏิบัติงานของนายกรัฐมนตรีของกลุ่มตัวอย่างประชาชนชาวแคนาดาที่มีสิทธิออกเสียงจำนวน 1,600 คน โดยทำการสำรวจความคิดเห็น 2 ครั้ง ห่างกันระยะเวลา 6 เดือน พบว่าการสำรวจความคิดเห็นในครั้งแรกตอบว่า พอใจ 944 คน และในครั้งที่สองตอบว่า พอใจ 880 คน นั่นคือในการสำรวจครั้งแรกค่าสัดส่วนของตัวอย่างที่ตอบว่า พอใจ เท่ากับ $944/1600 = .59$ และในการสำรวจครั้งที่สอง ค่าสัดส่วนของตัวอย่างที่ตอบว่าพอใจ เท่ากับ $880/1600 = .55$ การทดสอบความเหมือนกันของคำตอบว่าพอใจในการสำรวจความคิดเห็นทั้ง 2 ครั้ง สำหรับการทดสอบสองทางคือ $H_0 : p_{1.} = p_{.1}$ คู่กับ $H_1 : p_{1.} \neq p_{.1}$ หรือการทดสอบทางเดียวที่ว่าในการสำรวจครั้งแรกมีค่าสัดส่วนของคำตอบว่าพอใจมากกว่าในการสำรวจครั้งที่สอง สมมติฐานแย้งคือ $H_1 : p_{1.} > p_{.1}$ หรือ $H_1 : p_{12} > p_{21}$ ข้อมูลของตัวอย่างอยู่ในตารางขนาด 2×2 ต่อไปนี้

ตารางที่ 4.4 ข้อมูลความถี่ของการแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับผลการปฏิบัติงานของนายกรัฐ-มนตรี

การสำรวจครั้งแรก	การสำรวจครั้งที่สอง		รวม
	พอใจ	ไม่พอใจ	
พอใจ	$n_{11} = 794$	$n_{12} = 150$	$n_{1.} = 944$
ไม่พอใจ	$n_{21} = 86$	$n_{22} = 570$	$n_{2.} = 565$
รวม	$n_{.1} = 880$	$n_{.2} = 720$	$n = 1600$

เมื่อ n_{12} และ n_{21} แทนความถี่ของข้อมูลที่ตอบไม่เหมือนกันในการสำรวจความคิดเห็นทั้งสองครั้ง

n_{11} และ n_{22} แทนความถี่ของข้อมูลที่ตอบเหมือนกันในการสำรวจความคิดเห็นทั้งสองครั้ง

$n_{1.}$ และ $n_{2.}$ แทนจำนวนผู้ตอบว่าพอใจ และไม่พอใจในการสำรวจครั้งแรก

$n_{.1}$ และ $n_{.2}$ แทนจำนวนผู้ตอบว่าพอใจ และไม่พอใจในการสำรวจครั้งที่สอง

และ n^* เท่ากับ $n_{12} + n_{21} = 150 + 86 = 236$

ซึ่งมีการแจกแจงไบโนเมียลที่มี 236 การทดลอง และความน่าจะเป็นของความสำเร็จเท่ากับ $\frac{1}{2}$

เมื่อ $n^* > 10$ การแจกแจงไบโนเมียลจะมีการแจกแจงคล้ายกับการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\frac{1}{2}n^*$ และความแปรปรวนเท่ากับ $n^*\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$ ที่มีค่าสถิติทดสอบแบบปกติมาตรฐาน คือ

$$Z = \frac{n_{12} - \left(\frac{1}{2}\right)n^*}{\left[n^*\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\right]^{1/2}} = \frac{n_{12} - n_{21}}{(n_{12} + n_{21})^{1/2}}$$

การทดสอบเพื่อเปรียบเทียบค่าสัดส่วน 2 ค่า ที่ไม่เป็นอิสระกันนี้เรียกว่า McNemar test โดยที่ Z^2 มีการแจกแจงไคสแควที่มี df = 1 จึงใช้สถิติทดสอบไคสแควที่คำนวณจากสูตรคือ

$$\chi^2 = \frac{(n_{12} - n_{21})^2}{n_{12} + n_{21}}$$

และถ้าตัวแปรที่สนใจศึกษามีค่าได้หลายค่า จะใช้การทดสอบ marginal homogeneity test ซึ่งเป็นการขยายของการทดสอบ McMemar test โดยใช้สถิติทดสอบไคสแคว

การทดสอบสมมติฐานข้างต้น สามารถใช้โปรแกรม SPSS ช่วยในการคำนวณได้ โดยใช้คำสั่ง **Crosstabs ...** หรือคำสั่ง **2 Related Samples ...**

5.4 การใช้คำสั่ง Crosstabs...

จากตัวอย่างการทำโพลเกี่ยวกับการประเมินผลการปฏิบัติงานของนายกรัฐมนตรี บันทึกข้อมูลในแฟ้มข้อมูล DataTest 45.sav กำหนดให้ตัวแปร perform (1 = approve , 2 = disapprove) และตัวแปร survey (1 = first , 2 = second) รูปแบบข้อมูลในแฟ้มข้อมูลคือ

ตารางที่ 4.5 ข้อมูลเป็นจำนวนนับของการประเมินผลการปฏิบัติงานของนายกรัฐมนตรี

survey	perform	count
1	1	794
1	2	150
2	1	86
2	2	570

ขั้นตอนการใช้คำสั่งในการทดสอบคือ

1. ไปที่เมนูบาร์ คลิกที่ Data , Weight Cases ... จะได้หน้าต่าง Weight Cases ทำการถ่วง น้ำหนักด้วยตัวแปร count โดยคลิกที่ O Weight cases by แล้วคลิกที่ตัวแปร count แล้วคลิกที่หัวลูกศร ➢ ตัวแปร count จะย้ายเข้าไปอยู่ในช่อง Frequency Variable : แล้วคลิกที่ปุ่ม OK

2. ไปที่เมนูบาร์ คลิกที่ Analyze , Descriptive Statistics , Crosstabs ... จะได้หน้าต่าง Crosstabs

3. ในหน้าต่าง Crosstabs คลิกที่ตัวแปร perform ให้ย้ายเข้าไปอยู่ในช่องของ Row(s): และคลิกที่ตัวแปร survey ให้ย้ายเข้าไปอยู่ในช่องของ Column(s):

คลิกที่ปุ่ม Statistics จะได้หน้าต่าง Crosstabs : Statistics

4. ในหน้าต่าง Crosstabs : Statistics

คลิกที่ ☐ McNemar เพื่อทดสอบความเหมือนกันของค่าสัดส่วน 2 ค่า ที่ไม่เป็นอิสระกัน

แล้วคลิกที่ปุ่ม Continue หน้าต่างนี้จะถูกปิดไป

5. ในหน้าต่าง Crosstabs คลิกปุ่ม OK จะได้ผลลัพธ์ดังภาพที่ 4.16

Crosstabs

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
perform * survey	1600	100.0%	0	.0%	1600	100.0%

perform * survey Crosstabulation

Count

		survey		Total
		first	second	
perform	approve	794	86	880
	disapprove	150	570	720
Total		944	656	1600

Chi-Square Tests

	Value	Exact Sig. (2-sided)
McNemar Test		.000[a]
N of Valid Cases	1600	

a. Binomial distribution used.

ภาพที่ 4.16

จากภาพผลลัพธ์ในตาราง Case Processing Summary มีตัวอย่างที่นำมาวิเคราะห์ทั้งหมด 1600 คน ในตาราง PERFORM*SURVEY Crosstabulation แสดงตารางขนาด 2×2 ที่ด้านแถวเป็นตัวแปร PERFORM แบ่งออกเป็น 2 ระดับ ที่ด้านคอลัมน์เป็นตัวแปร SURVEY แบ่งออกเป็น 2 ระดับ ในแต่ละช่องของตารางแสดงจำนวนนับหรือความถี่ของข้อมูล

ดูค่าสถิติทดสอบ McNemar Test ในตาราง Chi-Square Test ซึ่งมีค่า Exact Sig. (2-sided) เท่ากับ .000 ซึ่งน้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด (α = .05) จึงสรุปได้ว่าสัดส่วนของตัวอย่างที่ พอใจผลการปฏิบัติงานของนายกรัฐมนตรีแตกต่างกันในการสำรวจความคิดเห็น 2 ครั้ง

5.5 การใช้คำสั่ง 2 Related Samples...

จากตัวอย่างการทำโพลเกี่ยวกับการประเมินผลการปฏิบัติงานของนายกรัฐมนตรี แฟ้มข้อมูล DataTest 45.sav ขั้นตอนการใช้คำสั่งดังนี้

1. ไปที่เมนูบาร์ คลิกที่ Data , Weight Cases ... จะได้หน้าต่าง Weight Cases ทำการถ่วงน้ำหนักตัวแปร perform ด้วยตัวแปร count โดยที่คลิกที่ตัวแปร perform แล้วคลิกที่ O Weight cases by แล้วคลิกที่ตัวแปร count แล้วคลิกที่หัวลูกศร ➢ ตัวแปร count จะย้ายเข้าไปอยู่ในช่อง Frequency Variable : แล้วคลิกที่ปุ่ม OK

2. ไปที่เมนูบาร์ คลิกที่ Analyze , Nonparametric Tests , 2 Related Samples... จะได้หน้าต่าง Two-Related-Samples Tests

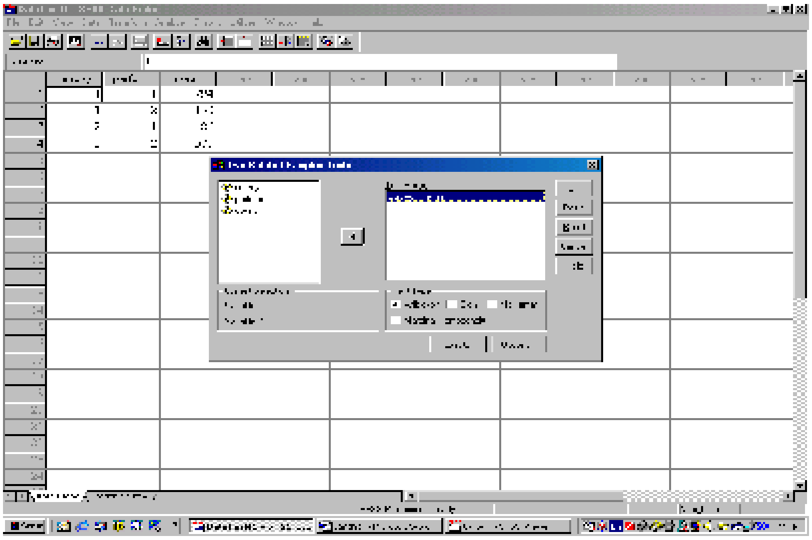
3. ในหน้าต่าง Two-Related-Samples Tests

ในช่องซ้ายมือ คลิกที่ตัวแปร survey และ perform แล้วคลิกที่หัวลูกศร ➢ หน้าช่อง Test Pair(s) List : จะได้ survey-perform ย้ายเข้าไปอยู่ในช่องนี้ ดังภาพที่ 4.17

ในกรอบ Test Type

เลือก ☐ McNemar เพื่อทดสอบความเหมือนกันของค่าสัดส่วน 2 ค่า ที่ไม่เป็นอิสระกัน

แล้วคลิกปุ่ม OK จะได้ผลลัพธ์ดังภาพที่ 4.18



ภาพที่ 4.17

NPar Tests

McNemar Test
Crosstabs

survey & perform

survey	perform 1	perform 2
1	794	150
2	86	570

Test Statistics[b]

	survey & perform
N	1600
Chi-Square[a]	16.818
Asymp. Sig.	.000

a. Continuity Corrected

b. McNemar Test

ภาพที่ 4.18

จากภาพผลลัพธ์ในตาราง SURVEY & PERFORM เป็นตารางขนาด 2 × 2 ที่ด้านแถวเป็นตัวแปร SURVEY แบ่งออกเป็น 2 ระดับ ที่ด้านคอลัมน์เป็นตัวแปร PERFORM แบ่งออกเป็น 2 ระดับ ในแต่ละช่องของตารางแสดงจำนวนนับหรือความถี่ของข้อมูล

ดูค่าสถิติในตาราง Test Statistics ของตัวแปร SURVEY & PERFORM ที่มีตัวอย่างขนาด N = 1600 คน ค่าสถิติทดสอบ Chi-Square เท่ากับ 16.818 ซึ่งมีค่า Asymp.Sig. เท่ากับ .000 ซึ่งน้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด (α = .05) จึงสรุปได้ว่าสัดส่วนของตัวอย่างที่พอใจผลการปฏิบัติงานของนายกรัฐมนตรีแตกต่างกันในการสำรวจความคิดเห็น 2 ครั้ง ซึ่งผลลัพธ์เหมือนกับการใช้คำสั่ง Crosstabs...

6. การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าความแปรปรวนของประชากร 1 กลุ่ม

6.1 การวัดการกระจาย (measures of variation) ของข้อมูล

ในการศึกษาเกี่ยวกับลักษณะของข้อมูลใด ๆ นอกจากการหาค่ากลางของข้อมูลแล้ว ต้องมีการวัดการกระจายรอบ ๆ ค่ากลางนั้นด้วย เพราะบางครั้งที่ข้อมูล 2 ชุด ซึ่งมีค่ากลางเหมือนกันอาจมีการกระจายของข้อมูลแตกต่างกัน การวัดค่ากลางของข้อมูลที่ใช้กันมากคือค่าเฉลี่ย $(\bar{x})$ เป็นค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง และค่าเบี่ยงเบน (deviation) จากค่าเฉลี่ยคือ $x - \bar{x}$ ซึ่งผลรวมของค่าเบี่ยงเบนของข้อมูลทั้งหมดเท่ากับ 0 นั่นคือ $\sum (x_i - \bar{x}) = 0$ ในการวัดการกระจายของข้อมูล เราจึงต้องยกกำลังสองค่าเบี่ยงเบนเหล่านี้ทุกตัวรวมกันทั้งหมดแล้วหารด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมดลบ 1 เรียกว่า ความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่าง (sample variance) มีสูตรคือ

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

เมื่อ n คือ ขนาดตัวอย่าง

และรากที่สองของความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างคือ ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง (sample standard deviation) เขียนแทนด้วย S

สำหรับความแปรปรวนของประชากร (population variance) คำนวณได้จากสูตร

$$\sigma^2 = \sum x_i^2 f(x_i) - \mu^2$$

เมื่อ $f(x) = P(X = x)$ เรียกว่าฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น (probability distribution function) หรือเขียนย่อ ๆ คือ p.d.f. ของ X

และ σ คือ ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (population standard deviation) ซึ่งมีหน่วยเหมือนหน่วยของ X ตัวอย่างเช่น ถ้า X คือรายได้มีหน่วยเป็นบาท σ ก็จะมีหน่วยเป็นบาท เรามักวัดการกระจายของข้อมูลด้วย σ มากกว่าการวัดด้วย σ^2

6.2 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับพารามิเตอร์ σ^2

นอกจากการสรุปอ้างอิงเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรแล้ว เรายังต้องการสรุปอ้างอิงเกี่ยวกับการกระจายของประชากรด้วย เพราะสามารถเป็นตัวชี้วัดความเที่ยงตรง (reliability) ของข้อมูล คือ การมีรูปแบบการกระจายของข้อมูลแบบเดียวกัน ซึ่งสามารถแสดงมาตรฐานของคุณภาพของกระบวนการผลิตสินค้าได้ ในการควบคุมคุณภาพของสินค้า เรามักจะต้องการความมั่นใจว่าค่าการกระจายของสินค้าหรือสิ่งที่สนใจจะไม่เกินค่าที่กำหนด ซึ่งผลิตมาจากเครื่องจักรหลาย ๆ ตัว ในการสรุปอ้างอิงเกี่ยวกับค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (σ) มีข้อตกลงเบื้องต้นคือ ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ

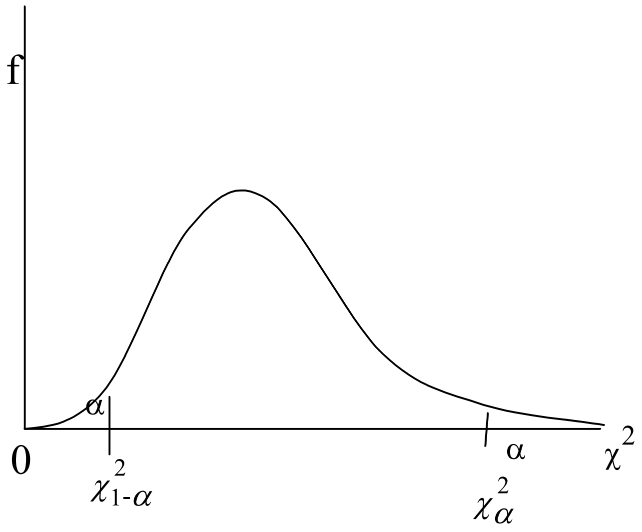
สมมติฐานที่ต้องการทดสอบคือ $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$

สถิติที่ใช้ทดสอบคือ $\chi^2 -$ test มีสูตรคือ

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \quad ; \quad df = n - 1$$

ถ้าต้องการทดสอบแบบทางเดียว สมมติฐานแย้ง $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$ เขตปฏิเสธของการทดสอบที่มีระดับนัยสำคัญ α คือ ค่า χ^2 ที่ได้จากการคำนวณมากกว่าหรือเท่ากับ χ^2_α ที่เปิดจากตารางที่ $df = n - 1$

ถ้าต้องการทดสอบแบบสองทาง สมมติฐานแย้ง $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ เขตปฏิเสธของการทดสอบที่มีระดับนัยสำคัญ α คือ ค่า χ^2 ที่ได้จากการคำนวณน้อยกว่าหรือเท่ากับ $\chi^2_{1-\alpha/2}$ หรือมากกว่าหรือเท่ากับ $\chi^2_{\alpha/2}$



ภาพที่ 4.19 โค้งการแจกแจงความน่าจะเป็นของการแจกแจงไคสแคว

6.3 ตัวอย่างการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับพารามิเตอร์ σ^2

ตัวอย่างเช่น การศึกษาเกี่ยวกับค่าความผันแปรของสินค้าที่ผลิตคือ นาฬิกาข้อมือ ผู้ผลิตอ้างว่าการทำงานของนาฬิกาข้อมือมีการแจกแจงแบบปกติ และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.2 วินาที โดยสุ่มตัวอย่างนาฬิกาข้อมือมาจำนวน 10 เรือน จากผลผลิตจำนวนมากที่ผ่านขั้นตอนการตรวจสอบคุณภาพแล้ว เมื่อครบ 1 เดือน ทำการบันทึกข้อมูลเวลาของนาฬิกาข้อมือทั้ง 10 เรือน ที่เบี่ยงเบนจากนาฬิกามาตรฐาน แล้วคำนวณค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่างได้ $\bar{x}$ = .7 วินาที , S = .4 วินาที

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบคือ $H_0 : \sigma^2 = .04$ คู่กับ $H_1 : \sigma^2 \neq .04$

คำนวณค่าสถิติทดสอบ

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{(10-1)(.4)^2}{.04} = 36.0 \;;\; df = 10-1 = 9$$

เปิดตารางเปอร์เซ็นไทล์ของการแจกแจงแบบไคสแคว ; $\chi^2_{\alpha,\upsilon}$ สำหรับ $P(\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha,\upsilon}) = \alpha$ ที่ $\alpha = .05$ ได้ค่า $\chi^2_{.025} = 19.02$ และ $\chi^2_{.975} = 2.70$ เขตปฏิเสธ H_0 คือ $\chi^2 \leq \chi^2_{1-\alpha/2}$ หรือ $\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha/2}$ เปรียบเทียบค่า χ^2 ที่คำนวณได้กับค่าที่เปิดจากตารางพบว่า χ^2 มี ค่ามากกว่า

$\chi^2_{.025}$ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าปฏิเสธ H_0 นั่นคือ ความแปรปรวนของการทำงานของนาฬิกาข้อมือที่ผลิตได้จากโรงงานไม่เท่ากับ 0.2 (วินาที)^2

7. การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าความแปรปรวนของประชากร 2 กลุ่ม

7.1 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับพารามิเตอร์ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

7.1.1 การทดสอบ F-test

มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบค่าความแปรปรวนของประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกันว่าแตกต่างกันหรือไม่

ข้อตกลงเบื้องต้นคือ กลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม สุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบคือ $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ คู่กับ $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

สถิติที่ใช้ทดสอบคือ F – test มีสูตรคือ

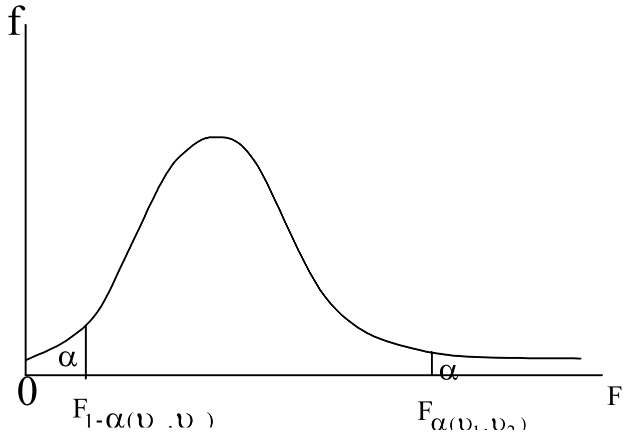
$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \quad ; \quad df = n_1 - 1 \text{ และ } n_2 - 1$$

เมื่อ s_1^2 คือ ค่าความแปรปรวนของตัวอย่างกลุ่มที่ 1

s_2^2 คือ ค่าความแปรปรวนของตัวอย่างกลุ่มที่ 2

n_1 , n_2 คือ จำนวนของตัวอย่างกลุ่มที่ 1 และ 2

เขตปฏิเสธของการทดสอบที่มีระดับนัยสำคัญ α คือ $F \leq F_{1-\alpha/2}$ หรือ $F \geq F_{\alpha/2}$



ภาพที่ 4.20 โค้งการแจกแจงความน่าจะเป็นของการแจกแจง F

7.1.2 การทดสอบ Levene's test

ในบทที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลจากหนึ่งและสองประชากร ในหัวข้อที่ 3.1 เรื่อง การทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน ต้องมีการตรวจสอบเกี่ยวกับความเท่ากันของความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่มนั้นก่อนทำการทดสอบด้วยสถิติทดสอบ t-test สมมติฐานที่ต้องการทดสอบคือ $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ คู่กับ $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ สถิติที่ใช้ทดสอบคือ F-test มีสูตรคือ $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$; $df = n_1 - 1$ และ $n_2 - 1$ เรียกว่า Levene's Test การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแปรปรวนของ 2 ประชากรนี้สามารถใช้โปรแกรม SPSS ช่วยในการคำนวณได้ โดยใช้คำสั่ง Independent-Samples T Test... ดังอธิบายวิธีการใช้คำสั่งและผลลัพธ์ที่ได้แล้วในบทที่ 4 หัวข้อที่ 3.2

ถ้าต้องการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแปรปรวนของประชากรมากกว่า 2 ประชากร สามารถใช้โปรแกรม SPSS ช่วยในการคำนวณได้ โดยใช้คำสั่ง One-Way ANOVA ซึ่งเป็นการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว ซึ่งในการวิเคราะห์นี้มีการตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนที่สำคัญข้อหนึ่งคือ ความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวน (homogeneity of variance) โดยมีสมมติฐานในการทดสอบคือ $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \; \ldots = \sigma_a^2$ คู่กับ H_1 : มีความแปรปรวนอย่างน้อย 1 คู่ ที่แตกต่างกัน เมื่อมีประชากร a กลุ่ม และสถิติที่ใช้ทดสอบคือ Levene's test ซึ่งสามารถใช้ได้กับข้อมูลที่มีการแจกแจงไม่ใช่แบบปกติ

สถิติทดสอบคือ $F = \frac{\text{MS ระหว่างกลุ่ม}}{\text{MS ภายในกลุ่ม}}$ หรือ $F = \frac{MSTr}{MSE}$

มีการแจกแจงแบบ F และจำนวนชั้นอิสระ $df = (a - 1)$ และ $a(n - 1)$ เมื่อ n คือ ขนาดตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม เขตปฏิเสธของการทดสอบที่มีระดับนัยสำคัญ α คือ $F \geq F_{\alpha/2\,;\, a-1\,,\, a(n-1)}$

เมื่อ MSTr และ MSE ได้มาจากตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) ซึ่งจะแสดงวิธีการคำนวณของการทดสอบ Levene's Test ในบทที่ 5 โดยละเอียดต่อไป

7.2 ตัวอย่างการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับพารามิเตอร์ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

ตัวอย่างเช่น การศึกษาเกี่ยวกับค่าความผันแปรของผลผลิตนมจากโคนมในฟาร์มของเกษตรกร 2 แห่ง อยากทราบว่าน้ำหนักผลผลิตนมของโคนมในฟาร์มทั้ง 2 แห่งมีค่าเบี่ยงเบนเท่ากันหรือไม่ โดยสุ่มตัวอย่างโคนมจากฟาร์มแรก จำนวน 13 ตัว และฟาร์มที่สอง จำนวน 12 ตัว แล้วเก็บข้อมูลน้ำหนักนมต่อวันของโคนมแต่ละตัวในระยะเวลา 2 สัปดาห์ แล้วหาค่าเฉลี่ยเป็นน้ำหนักนมต่อวัน ได้ข้อมูลดังตาราง

ตารางที่ 4.6 น้ำหนักนมต่อวัน (กิโลกรัม) ของโคนมจากฟาร์ม 2 แห่ง

ฟาร์มที่ 1	44	44	56	46	47	38	58	53	49	35	46	30	41
ฟาร์มที่ 2	35	47	55	29	40	39	32	41	42	57	51	39	

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบคือ $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ คู่กับ $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

ในการทดสอบสมมติฐานข้างต้นสามารถใช้โปรแกรม SPSS ช่วยในการคำนวณได้ โดยใช้คำสั่ง **One – Way ANOVA** ซึ่งเป็นการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว

7.3 การใช้คำสั่ง **One – Way ANOVA**

ข้อมูลน้ำหนักนมต่อวันของโคนมจากฟาร์ม 2 แห่ง อยู่ในแฟ้มข้อมูล Datacow.sav ที่มีตัวแปร farm (1 = ฟาร์ม 1 , 2 = ฟาร์ม 2) และตัวแปร yield แทนน้ำหนักนมต่อวัน การทดสอบสมมติฐานดังกล่าวข้างต้นมีขั้นตอนการใช้คำสั่งดังนี้

1. ไปที่เมนูบาร์ คลิกที่ Analyze , Compare Means , One – Way ANOVA... จะได้หน้าต่าง One – Way ANOVA

2. ในหน้าต่าง One – Way ANOVA คลิกที่ตัวแปรตาม yield ย้ายเข้าไปอยู่ในช่อง Dependent List : และคลิกที่ตัวแปร farm ย้ายเข้าไปอยู่ในช่อง Factor :

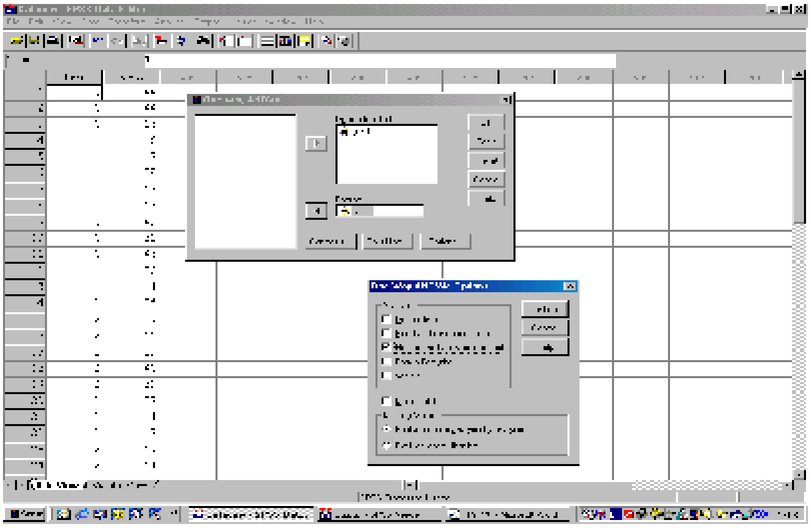
คลิกที่ปุ่ม Options .... จะได้หน้าต่าง One – Way ANOVA : Options

3. ในหน้าต่าง One – Way ANOVA : Options

คลิกที่ ☐ Homogeneity of variance test เพื่อทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ดังภาพที่ 4.21

คลิกที่ปุ่ม Continue หน้าต่างนี้จะถูกปิดไป

4. ในหน้าต่าง One – Way ANOVA คลิกที่ปุ่ม OK จะได้ผลลัพธ์ดังภาพที่ 4.22



ภาพที่ 4.21

Test of Homogeneity of Variances

yield

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
.176	1	23	.678

ANOVA

yield

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	52.618	1	52.618	.753	.395
Within Groups	1607.942	23	69.911		
Total	1660.560	24			

ภาพที่ 4.22

จากภาพผลลัพธ์ในตาราง Test of Homogeneity of Variances ดูค่าสถิติ Levene Statistic เท่ากับ .176 และค่า Sig. เท่ากับ .678 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด $(\alpha = .05)$ จึงสรุปได้ว่ายอมรับ $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ นั่นคือน้ำหนักของผลผลิตนมของโคนมในฟาร์มทั้ง 2 แห่ง มีความแปรปรวนเท่ากัน

แบบฝึกหัดบทที่ 4

1. ในการศึกษาเรื่องน้ำในแหล่งน้ำธรรมชาติ อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยของจำนวนแบคทีเรียต่อหน่วยปริมาตรน้ำที่ลำคลองแห่งหนึ่งอยู่ในระดับที่ปลอดภัยหรือไม่ ระดับที่ปลอดภัยเท่ากับ 150 ผู้วิจัยทำการเก็บตัวอย่างน้ำมา 10 ตัวอย่าง หน่วยปริมาตรน้ำ และนับจำนวนแบคทีเรียได้ดังนี้

112	145	136	128	155
160	152	140	130	125

   จากข้อมูลนี้สรุปได้หรือไม่ว่าลำคลองแห่งนี้มีความปลอดภัย

2. จากการศึกษาความสูงของผู้ชายอายุ 17-25 ปี ในประเทศหนึ่ง พบว่ามีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 170.5 เซนติเมตร อยากทราบว่าความสูงของนักศึกษาในมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งในปีการศึกษา 2547 มีความสูงเฉลี่ยเท่ากับ 170.5 หรือไม่ ผู้วิจัยจึงทำการสุ่มตัวอย่างนักศึกษาชายจำนวน 41 คน แล้ววัดความสูงได้ดังนี้

147	154	156	157.5	158	158.5	159	159	161	161	
161.5	161.5	162	162.5	163	164	164	168	168	168	
168	168	168.5	168.5	168.5	170	170	171	171	171	
171.5	171.5	171.5	171.5	172	173	173.5	176	176.5	177	177.5

   จงทำการทดสอบว่าความสูงของนักศึกษาในมหาวิทยาลัยเท่ากับความสูงเฉลี่ยของผู้ชายวัยเดียวกันหรือไม่

3. จากการศึกษาความสูงของประชากรประเทศหนึ่ง เราทราบว่าความสูงของผู้ชายและผู้หญิงแตกต่างกันประมาณ 11 เซนติเมตร อาจารย์สอนสถิติท่านหนึ่งเก็บข้อมูลความสูงของนักเรียนในชั้นเรียนเป็นกลุ่มตัวอย่างเพื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างความสูงของผู้ชายและผู้หญิงว่าเป็นไปตามผลการศึกษาความสูงของประชากรหรือไม่ กลุ่มตัวอย่างนักเรียนมี 36 คน เป็นชาย 15 คน และหญิง 21 คน วัดความสูงเป็นเซนติเมตรได้ดังนี้

ตาราง ความสูง (เซนติเมตร) ของนักเรียนที่เรียนวิชาสถิติแยกตามเพศ

ผู้ชาย		ผู้หญิง	
คนที่	ความสูง	คนที่	ความสูง
1	175	1	162.5
2	152	2	172.5
3	180	3	165
4	170	4	162.5
5	154	5	150
6	180	6	165
7	162.5	7	154
8	163	8	160
9	159	9	162
10	172.5	10	162
11	177.5	11	157.5
12	162.5	12	156
13	155	16	163
14	165	14	166
15	168	15	161
		16	170
		17	157
		18	150
		19	148
		20	145
		21	155

4. ในการทดลองหนึ่งต้องการศึกษาว่าการออกกำลังกายที่เหมาะสมของเด็กทารกภายหลังการคลอดตั้งแต่อายุ 1 ถึง 8 สัปดาห์ จะสามารถช่วยให้เด็กทารกสามารถเดินก้าวแรกโดยไม่ต้องช่วยเหลือได้เร็วกว่าเด็กทารกที่ไม่ได้ออกกำลังกายหรือไม่ กลุ่มตัวอย่างคือ เด็กทารกเพศชาย 23 คน ที่มาจากครอบครัวที่มีฐานะทางเศรษฐกิจระดับกลาง สุ่มแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรกมี 12 คน อีกกลุ่มหนึ่งมี 11 คน เรียกว่ากลุ่มควบคุม ทำการทดลองโดยสอนวิธีออกกำลังกายที่เหมาะสมสำหรับเด็กทารกเพื่อให้แม่ของเด็กกลุ่มแรกปฏิบัติให้กับเด็กทารก แล้วสังเกตการเดินก้าวแรกของเด็กทารกโดยไม่ต้องช่วยเหลือของเด็กทารกทั้ง 2 กลุ่ม โดยนับเป็นสัปดาห์ได้ข้อมูลดังตาราง (ปรับข้อมูลจาก Zelazo et al., 1972 อ้างถึงใน Trumbo, B.E., 2002)

จงทดสอบสมมติฐานที่ว่าการออกกำลังกายที่เหมาะสมภายหลังการคลอดของเด็กทารกสามารถช่วยให้เดินก้าวแรกโดยไม่ต้องช่วยเหลือได้เร็วกว่าเด็กทารกที่ไม่ได้รับการออกกำลังกายที่เหมาะสม

ตาราง เวลา (สัปดาห์) ที่เด็กทารกสามารถเดินก้าวแรกได้โดยไม่ต้องช่วยเหลือของเด็กทารกที่ได้รับการออกกำลังกาย และกลุ่มควบคุม

ได้รับการออกกำลังกาย		กลุ่มควบคุม	
คนที่	เวลา (สัปดาห์)	คนที่	เวลา (สัปดาห์)
1	9.00	1	11.50
2	9.50	2	12.00
3	9.75	3	9.00
4	10.00	4	11.50
5	13.00	5	13.25
6	9.50	6	13.00
7	11.00	7	13.25
8	10.00	8	11.50
9	10.00	9	12.00
10	11.75	10	13.50
11	10.50	11	11.50
12	15.00		

5. นักมานุษยวิทยาและนักสถิติในอินเดียทำการศึกษาเกี่ยวกับความถูกต้องและแม่นยำของการวัดความสูงของคนโดยเปรียบเทียบระหว่างผู้เชี่ยวชาญในการวัดทางมานุษยวิทยากับผู้ฝึกหัด กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนที่เรียนวิชาสถิติจำนวน 41 คน ทำการศึกษาโดยใช้ผู้วัดความสูง 2 คน คนหนึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญเกี่ยวกับการวัดในทางมานุษยวิทยา อีกคนหนึ่งได้รับการฝึกหัดวิธีการวัดตามวิธีการของผู้เชี่ยวชาญ ดำเนินการทดลองโดยผู้วัดแต่ละคนทำการวัดความสูงของกลุ่มตัวอย่างทั้งกลุ่ม จำนวน 4 ครั้ง คือ ตอนเย็น 2 ครั้ง (ระหว่าง 18.30 และ 22.30 น.) และตอนเช้า 2 ครั้ง (ระหว่าง 6.30 และ 8.30 น.) ทำการวัดความสูงเป็นมิลลิเมตร กำหนดตัวแปรดังนี้

Ex PM1 คือ การวัดตอนเย็นครั้งแรกโดยผู้เชี่ยวชาญ
Ex PM2 คือ การวัดตอนเย็นครั้งที่สองโดยผู้เชี่ยวชาญ
Ex AM1 คือ การวัดตอนเช้าครั้งแรกโดยผู้เชี่ยวชาญ
Ex AM2 คือ การวัดตอนเช้าครั้งที่สองโดยผู้เชี่ยวชาญ
Tr PM1 คือ การวัดตอนเย็นครั้งแรกโดยผู้ฝึกหัด
Tr PM2 คือ การวัดตอนเย็นครั้งที่สองโดยผู้ฝึกหัด
Tr AM1 คือ การวัดตอนเช้าครั้งแรกโดยผู้ฝึกหัด
Tr AM2 คือ การวัดตอนเช้าครั้งที่สองโดยผู้ฝึกหัด

ได้ข้อมูลดังตาราง

ตาราง ความสูง (มิลลิเมตร) ของนักเรียนที่เรียนวิชาสถิติที่วัดโดยผู้เชี่ยวชาญและผู้ฝึกหัดในเวลาเช้าและเย็น

นักเรียน	ExPM1	ExPM2	ExAM1	ExAM2	TrPM1	TrPM2	TrAM1	TrAM2
1	1717	1723	1727	1728	1724	1717	1730	1730
2	1528	1531	1535	1538	1526	1529	1540	1540
3	1454	1451	1462	1462	1454	1451	1463	1462
4	1778	1775	1783	1780	1775	1778	1783	1784
5	1664	1663	1671	1669	1668	1673	1672	1672
6	1573	1569	1580	1581	1572	1570	1583	1583
7	1662	1664	1673	1672	1667	1665	1676	1674
8	1709	1705	1722	1718	1709	1711	1723	1724
9	1633	1633	1648	1647	1639	1639	1646	1645
10	1782	1780	1796	1793	1782	1783	1793	1793
11	1815	1816	1823	1825	1814	1811	1826	1827
12	1788	1783	1804	1801	1788	1789	1800	1801
13	1729	1727	1739	1741	1732	1731	1746	1744
14	1711	1712	1722	1720	1713	1710	1721	1720
15	1714	1713	1725	1729	1723	1719	1728	1731
16	1743	1740	1752	1754	1744	1744	1753	1756
17	1715	1714	1722	1725	1718	1720	1728	1727
18	1593	1589	1598	1596	1595	1592	1596	1602
19	1747	1744	1755	1753	1748	1749	1758	1759
20	1663	1660	1669	1670	1662	1665	1679	1678

นักเรียน	ExPM1	ExPM2	ExAM1	ExAM2	TrPM1	TrPM2	TrAM1	TrAM2
21	1676	1675	1688	1687	1678	1679	1689	1691
22	1678	1678	1687	1685	1686	1682	1691	1692
23	1610	1610	1620	1617	1617	1617	1620	1626
24	1665	1668	1679	1678	1669	1671	1679	1680
25	1552	1549	1554	1555	1551	1549	1560	1560
26	1694	1692	1702	1702	1699	1701	1706	1708
27	1619	1615	1631	1632	1621	1621	1634	1634
28	1583	1581	1586	1587	1579	1583	1588	1587
29	1587	1591	1598	1596	1593	1591	1600	1601
30	1583	1582	1591	1589	1585	1584	1596	1593
31	1709	1708	1717	1716	1710	1710	1722	1723
32	1792	1794	1803	1804	1797	1797	1812	1811
33	1619	1618	1622	1624	1621	1620	1624	1626
34	1692	1694	1701	1705	1695	1697	1708	1707
35	1687	1688	1694	1691	1683	1686	1693	1693
36	1779	1783	1790	1794	1785	1781	1798	1799
37	1628	1626	1642	1640	1629	1632	1646	1646
38	1672	1669	1674	1673	1665	1667	1679	1683
39	1637	1638	1649	1645	1645	1646	1649	1648
40	1609	1607	1618	1619	1609	1608	1623	1620
41	1721	1720	1728	1726	1722	1722	1728	1728

แหล่งที่มา : Zelazo et al.(1972) อ้างถึงใน Trumbo E.B., 2002

อยากทราบว่าการวัดความสูงระหว่างผู้เชี่ยวชาญและผู้ฝึกหัดมีความแตกต่างกันหรือไม่

6. การตรวจสอบคุณภาพการผลิตสินค้าชนิดหนึ่ง ในการผลิตสินค้าแต่ละรุ่นผู้ผลิตสินค้าจะทำการตรวจสอบจำนวนสินค้าที่ชำรุด ถ้ามีสินค้าชำรุดมากกว่า 10% จะไม่ส่งสินค้าให้ลูกค้า ทำการตรวจสอบโดยสุ่มหยิบสินค้ามาจำนวน 25 ชิ้น และตรวจคุณภาพของสินค้าว่าดีหรือเสีย โดยให้ตัวแปร goods แทนคุณภาพของสินค้ามีค่าได้ 2 ค่า คือ 1 = เสีย 2 = ดี ได้ข้อมูลดังตาราง

ตาราง คุณภาพของสินค้าสำหรับการผลิต 1 รุ่น

ชิ้นสินค้า	คุณภาพ	ชิ้นสินค้า	คุณภาพ	ชิ้นสินค้า	คุณภาพ
1	2	11	2	21	2
2	2	12	2	22	2
3	2	13	2	23	2
4	1	14	2	24	2
5	2	15	1	25	2
6	2	16	2		
7	2	17	2		
8	2	18	2		
9	2	19	2		
10	1	20	2		

ผู้ผลิตอยากทราบว่ามีสัดส่วนของสินค้าเสียมากกว่า 10% หรือไม่

7. ในการเรียนการผูกปมเชือกชนิดหนึ่ง มีวิธีการผูกปมได้ 2 วิธี อยากทราบว่าการสอนวิธีใดวิธีหนึ่งเป็นครั้งแรกจะมีผลต่อการปฏิบัติจริงของนักเรียนหรือไม่ จึงทำการทดลองกับนักเรียนจำนวน 18 คน ดำเนินการทดลองโดยสุ่มนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่มเท่า ๆ กัน ให้กลุ่มแรกได้รับการสอนวิธีผูกปมเชือกวิธี A ก่อน และให้อีกกลุ่มหนึ่งได้รับการสอนวิธีผูกปมเชือกวิธี B ก่อน หลังจากนั้น 4 ชั่วโมง ทำการสอบให้ผูกปมเชือกด้วยวิธีใดก็ได้ แล้วเก็บข้อมูลโดยการสังเกตว่านักเรียนใช้วิธีที่ได้รับการสอนเป็นครั้งแรกหรือไม่ได้ข้อมูลดังตาราง

ตาราง การเลือกวิธีผูกปมเชือกซึ่งตรงกับการได้รับการสอนวิธีนั้นเป็นครั้งแรก

	การเลือกวิธี		รวม
	ได้รับการสอนครั้งแรก	ได้รับการสอนครั้งที่สอง	
ความถี่	16	2	18

แหล่งที่มา : Siegel , S., (1956)

จงทดสอบสมมติฐาน $H_0 : p_1 = p_2 = \frac{1}{2}$ และสรุปผลการทดสอบ

8. นักจิตวิทยาเด็กสนใจทำการศึกษาเกี่ยวกับการเข้าสังคมของเด็กเล็กที่เพิ่งเข้าเรียนในโรงเรียนเตรียมความพร้อมของเด็กเล็ก อยากทราบว่าเด็กเล็กจะเริ่มเข้าหาผู้ใหญ่หรือเด็กเล็กคนอื่น ๆ มากกว่ากัน โดยเปรียบเทียบระหว่างวันแรกที่เข้าโรงเรียนกับภายหลังเข้าโรงเรียนมาแล้ว 30 วัน ทำการศึกษาโดยสังเกตเด็กเล็กที่เข้ามาใหม่จำนวน 25 คน ในวันแรกที่เข้าโรงเรียน เด็กแต่ละคนเริ่มเข้าหาผู้ใหญ่หรือเด็กเล็กคนอื่น ๆ และหลังจากนั้น 30 วัน เด็กแต่ละคนเริ่มเข้าหาผู้ใหญ่หรือเด็กเล็กคนอื่น ๆ ได้ข้อมูลดังตาราง

ตาราง การเข้าสังคมของเด็กเล็กในวันแรกของการเข้าเรียน และในวันที่ 30 ของการเข้าโรงเรียนในโรงเรียนเตรียมความพร้อมของเด็กเล็ก

วันแรกของการเข้าโรงเรียน	วันที่ 30 ของการเข้าโรงเรียน	
	เด็กเล็ก	ผู้ใหญ่
เด็กเล็ก	3	4
ผู้ใหญ่	14	4

แหล่งที่มา : Siegel, S., (1956)

จงทดสอบสมมติฐาน H_0 : ค่าสัดส่วนของการเข้าสังคมของเด็กเล็กที่เปลี่ยนจากผู้ใหญ่เป็นเด็กเล็กคนอื่น เท่ากับค่าสัดส่วนของการเข้าสังคมของเด็กเล็กที่เปลี่ยนจากเด็กเล็กคนอื่นเป็นผู้ใหญ่เท่ากันเท่ากับ $\frac{1}{2}$