

บทที่ 7

การวิเคราะห์ความแปรปรวน

สำหรับการออกแบบการทดลองแบบลาตินสแคว

1. การออกแบบการทดลองแบบลาตินสแคว

ถ้ามีปัจจัยอื่นที่เราไม่สนใจศึกษา 1 ปัจจัย ซึ่งรบกวนผลการทดลองเป็นปัจจัยรบกวน เราเลือกออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ภายในบล็อก เพื่อลดความคลาดเคลื่อนของการทดลอง โดยแยกความผันแปรเนื่องจากปัจจัยรบกวนนี้ออกมาซึ่งเป็นปัจจัยที่เราทราบและควบคุมได้ เป็นการบล็อก 1 ทาง แต่ถ้ามีปัจจัยที่เข้ามารบกวน 2 ปัจจัย เราจะเลือกออกแบบการทดลองแบบลาตินสแคว โดยจัด 2 ปัจจัยนั้นเป็นบล็อก 2 ทาง เป็นการแยกความแปรปรวนของปัจจัยรบกวนที่มี 2 ตัวออกมา ดังนั้นเราจัดให้แถวและคอลัมน์แทนข้อจำกัดของการสุ่ม 2 ทาง คือ ทำการสุ่มทริทเมนต์ให้แต่ละแถวและคอลัมน์ปรากฏทริทเมนต์แต่ละทริทเมนต์เพียงครั้งเดียวเป็นข้อจำกัดของการสุ่ม

โดยทั่วไปลาตินสแควที่มี p ทริทเมนต์ หรือ $p \times p$ ลาตินสแควจะประกอบด้วย p แถว และ p คอลัมน์ แต่ละสแคว (p^2) จะปรากฏตัวอักษร p ตัว ซึ่งทริทเมนต์ต่าง ๆ p ทริทเมนต์ ตัวอักษรแต่ละตัวจะปรากฏเพียงครั้งเดียวในแต่ละแถวและแต่ละคอลัมน์ เราแทนทริทเมนต์ด้วยอักษรภาษาอังกฤษตัวใหญ่ ตัวอย่างของลาตินสแควคือ

4 × 4	5 × 5	6 × 6
A B D C	A D B E C	A D C E B R
B C A D	D A C B E	B A E C F D
C D B A	C B E D A	C E D F A B
D A C B	B E A C D	D C F B E A
	E C D A B	F B A D C E
		E F B A D C

การออกแบบการทดลองแบบลาตินสแควมีตัวแบบสถิติคือ

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \tau_j + \beta_k + \varepsilon_{ijk}$$
$$i = 1, 2, \dots, p ; j = 1, 2, \dots, p ; k = 1, 2, \dots, p$$

เมื่อ y_{ijk} คือ ค่าสังเกตของทริทเมนต์ j ในแถวที่ i คอลัมน์ที่ k
 μ คือ ค่าเฉลี่ยทั้งหมด
 α_i คือ อิทธิพลของแถวที่ i
 τ_j คือ อิทธิพลของทริทเมนต์ที่ j
 β_k คือ อิทธิพลของคอลัมน์ที่ k
 ε_{ijk} คือ ความคลาดเคลื่อนของการทดลองโดยสุ่ม ในแถวที่ i ทริทเมนต์ที่

j

คอลัมน์ที่ k

ข้อตกลงเบื้องต้น คือ

- (1) ตัวแบบสถิตินี้ไม่มีอิทธิพลร่วมระหว่างแถว , คอลัมน์และทริทเมนต์
- (2) ความคลาดเคลื่อนของการทดลองแต่ละตัวเป็นอิสระกันมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2

สมมติฐานทางสถิติที่ต้องการทดสอบคือ $H_0 : \tau_j = 0$ คู่กับ $H_1 : \tau_j \neq 0$
 หรืออาจเขียนในรูปของค่าเฉลี่ยของทริทเมนต์

สถิติทดสอบที่ใช้ทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของทริทเมนต์คือ

$$F = \frac{MSTr}{MSE}$$

ซึ่งมีการแจกแจงแบบ F และจำนวนชั้นอิสระเท่ากับ $(p - 1)$ และ $(p - 2)(p - 1)$

ขั้นตอนการวิเคราะห์ความแปรปรวนคือ

- (1) ตรวจสอบข้อมูลว่าเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นหรือไม่
- (2) ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของประชากร

สำหรับการตรวจสอบข้อมูลว่าเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นหรือไม่ สามารถดูรายละเอียดวิธีการซึ่งอธิบายไว้แล้วในบทก่อน บทนี้จะอธิบายเฉพาะวิธีการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของประชากรเท่านั้น

2. การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของประชากร

ตัวอย่างเช่น การศึกษาอัตราการเผาไหม้ของเชื้อเพลิงในจรวดของส่วนผสมต่าง ๆ 5 สูตร มีปัจจัยรบกวน 2 ปัจจัย คือ รุ่นของวัตถุดิบ และเจ้าหน้าที่ปฏิบัติงาน เพราะเจ้าหน้าที่แต่ละ

คนที่ทำส่วนผสมมีความชำนาญและประสบการณ์แตกต่างกัน และวัตถุดิบที่มาคนละรุ่นอาจมีความแตกต่างกัน จึงออกแบบการทดลองแบบลาตินสแคว (จาก Montgomery , 1997)

ปัจจัยที่ผู้วิจัยสนใจศึกษาคือ ส่วนผสมของเชื้อเพลิง สนใจศึกษาเพียง 5 สูตรเท่านั้น ปัจจัยนี้จึงเป็นปัจจัยกำหนด หรือทริทเมนต์ทั้ง 5 ทริทเมนต์นี้ได้จากการเลือกของผู้วิจัย ดังนั้นการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของทริทเมนต์และผลการวิเคราะห์ไม่สามารถขยายผลสรุปไปสู่ทริทเมนต์ที่เหมือนกันแต่ไม่ได้นำมาวิเคราะห์ เรียกตัวแบบนี้ว่า ตัวแบบอิทธิพลกำหนด (fixed effect model) เราแทนสูตรส่วนผสมของเชื้อเพลิงด้วยตัวแปร treat มี 5 ระดับ แทนอัตราการเผาไหม้ของเชื้อเพลิงด้วยตัวแปร rate แทนรุ่นของวัตถุดิบด้วยตัวแปร row มี 5 ระดับ และแทนเจ้าหน้าที่ปฏิบัติงานด้วยตัวแปร column มี 5 ระดับ

ผู้วิจัยต้องการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของอัตราการเผาไหม้ของเชื้อเพลิง 5 สูตร ที่มีสมมติฐานแย้งคือ ค่าเฉลี่ยของอัตราการเผาไหม้ของเชื้อเพลิงทั้ง 5 สูตรแตกต่างกัน

ทำการบันทึกข้อมูลลงในแฟ้มข้อมูล Anova3.sav มีรูปแบบของข้อมูลในแฟ้มดังนี้

ตารางที่ 7.1 ข้อมูลอัตราการเผาไหม้ของเชื้อเพลิงในจรวดของส่วนผสมต่าง ๆ 5 สูตร แยกตามรุ่นของวัตถุดิบและเจ้าหน้าที่ปฏิบัติงาน

row	column	treat	rate	row	column	treat	rate
1	1	A	24	4	1	D	26
1	2	B	20	4	2	E	31
1	3	C	19	4	3	A	26
1	4	D	24	4	4	B	23
1	5	E	24	4	5	C	22
2	1	B	17	5	1	E	22
2	2	C	24	5	2	A	30
2	3	D	30	5	3	B	20
2	4	E	27	5	4	C	29
2	5	A	36	5	5	D	31
3	1	C	18				
3	2	D	38				
3	3	E	26				
3	4	A	27				
3	5	B	21				

3. การใช้คำสั่งในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของประชากร

ขั้นตอนการใช้คำสั่ง **General Linear Model** แบบ **Univariate**

1. ไปที่เมนูบาร์ คลิกที่ **Analyze** , **General Linear Model** , **Univariate** จะได้นหน้าต่าง **Univariate**

2. ในหน้าต่าง **Univariate** คลิกที่ตัวแปร **rate** ให้ย้ายเข้าไปอยู่ในช่อง **Dependent Variable** : แล้วคลิกตัวแปร **treat** , **row** , และ **column** ให้ย้ายเข้าไปอยู่ในช่อง **Fixed Factor(s)**:

คลิกที่ปุ่ม **Model...** จะได้นหน้าต่าง **Univariate : Model**

คลิกที่ปุ่ม **Post Hoc...** จะได้นหน้าต่าง **Univariate : Post Hoc Multiple Comparisons for Observed Means**

คลิกที่ปุ่ม **Options...** จะได้นหน้าต่าง **Univariate : Options**

3. ในหน้าต่าง **Univariate : Model**

ในกรอบ **Specify Model** คลิกที่ **O Custom** เพื่อสร้างตัวแบบสถิติเอง

ในกรอบ **Build Term(s)** เลือก **Main effects** เพราะตัวแบบสถิติของการทดลองนี้เป็น **completely additive** คือ ไม่มีอิทธิพลร่วมระหว่างแถว , คอลัมน์ , และทรีทเมนต์

ในช่อง **Factors & Covariates** : คลิกที่ตัวแปร **treat** , **row** , และ **column** ให้ย้ายเข้าไปอยู่ในช่อง **Model** :

ที่คำสั่ง **Sum of squares** : เลือก **Type III** โดยปกติโปรแกรมกำหนดให้แล้ว

คลิกที่ **Include intercept in model** โดยปกติโปรแกรมกำหนดให้แล้ว

แล้วคลิกที่ปุ่ม **Continue** หน้าต่างนี้จะถูกปิดไป

4. ในหน้าต่าง **Univariate : Post Hoc Multiple Comparisons for Observed Means**

ในช่อง **Factor(s)** : คลิกที่ตัวแปร **treat** ให้ย้ายเข้าไปอยู่ในช่อง **Post Hoc Tests for** : เพราะต้องการทดสอบเฉพาะตัวแปร **treat** เท่านั้น

ในช่อง **Equal Variances Assumed** เลือกวิธี **Duncan** ถ้าตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับความเท่ากันของความแปรปรวนแล้วพบว่า กลุ่มตัวอย่างทุกกลุ่มมีความแปรปรวนเท่ากัน

แล้วคลิกปุ่ม **Continue** หน้าต่างนี้จะถูกปิดไป

5. ในหน้าต่าง **Univariate : Options**

ในกรอบ **Estimated Marginal Means** ในช่อง **Factor(s) and Factor Interactions** : คลิกที่ตัวแปร **treat** ให้ย้ายเข้าไปอยู่ในช่อง **Display Means for** :

ที่คำสั่ง **Significance level** : ใส่เลข **.05** โดยปกติโปรแกรมใส่เลขนี้ให้แล้ว

คลิกที่ปุ่ม **Continue** หน้าต่างนี้จะถูกปิดไป

6. ในหน้าต่าง **Univariate** คลิกที่ปุ่ม **OK** จะได้ผลลัพธ์ดังภาพที่ 7.1

Univariate Analysis of Variance

Between-Subjects Factors

		Value Label	N
treat	A		5
	B		5
	C		5
	D		5
	E		5
row	1	batch1	5
	2	batch2	5
	3	batch3	5
	4	batch4	5
	5	batch5	5
column	1	operator1	5
	2	operator2	5
	3	operator3	5
	4	operator4	5
	5	operator5	5

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: rate

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	548.000 ^a	12	45.667	4.281	.009
Intercept	16129.000	1	16129.000	1512.094	.000
treat	330.000	4	82.500	7.734	.003
row	68.000	4	17.000	1.594	.239
column	150.000	4	37.500	3.516	.040
Error	128.000	12	10.667		
Total	16805.000	25			
Corrected Total	676.000	24			

a. R Squared = .811 (Adjusted R Squared = .621)

Estimated Marginal Means

treat

Dependent Variable: rate

treat	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
A	28.600	1.461	25.418	31.782
B	20.200	1.461	17.018	23.382
C	22.400	1.461	19.218	25.582
D	29.800	1.461	26.618	32.982
E	26.000	1.461	22.818	29.182

Post Hoc Tests

treat

Homogeneous Subsets

rate

Duncan^{a,b}

treat	N	Subset		
		1	2	3
B	5	20.20		
C	5	22.40	22.40	
E	5		26.00	26.00
A	5			28.60
D	5			29.80
Sig.		.308	.107	.105

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

Based on Type III Sum of Squares

The error term is Mean Square(Error) = 10.667.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 5.000.

b. Alpha = .05.

ผลลัพธ์ที่ได้คือ

1. สรุปจำนวนตัวอย่างในปัจจัย **treat** , **row** , และ **column** แยกตามระดับของปัจจัย จำนวน **N** เท่ากับ **5** ทุกกลุ่ม ดูในตาราง **Between-Subjects Factors**

2. ผลการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของอัตราการเผาไหม้ของเชื้อเพลิง 5 สูตร ดูในตาราง **Tests of Between-Subjects Effects** ดูที่บรรทัด **treat** ได้ค่าสถิติ **F** เท่ากับ **7.734** ค่า **Sig.** เท่ากับ **.003** น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$ จึงปฏิเสธ H_0 : ค่าเฉลี่ยของอัตราการเผาไหม้ของเชื้อเพลิงทั้ง 5 สูตรเท่ากัน นั่นคือ มีค่าเฉลี่ยของอัตราการเผาไหม้ของเชื้อเพลิงอย่างน้อย 1 สูตร ที่แตกต่างจากสูตรอื่น ๆ

นอกจากนี้ที่ได้กรอบของตารางบอกค่า **R Square = .811** หมายความว่า ตัวแบบสถิตินี้สามารถอธิบายความแปรปรวนในข้อมูลได้ **81.1** เปอร์เซ็นต์ แสดงว่าตัวแบบสถิตินี้มีความเหมาะสมกับข้อมูลมากพอสมควร

3. ค่าเฉลี่ย ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ย และ **95%** ช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยของข้อมูลอัตราการเผาไหม้ (**rate**) ในแต่ละสูตรของเชื้อเพลิง (**treat**) อยู่ในตาราง **Estimated Marginal Means** ของ **treat**

4. ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของอัตราการเผาไหม้ (**rate**) ของทรีทเมนต์ต่าง ๆ แบบช่วงตามวิธีของคันแคน ดูในตาราง **Post Hoc Tests** สำหรับตัวแปร **treat** พบว่าทรีทเมนต์ **B** และ **C** มีค่าเฉลี่ยไม่แตกต่างกัน, ทรีทเมนต์ **C** และ **E** มีค่าเฉลี่ยไม่แตกต่างกัน, ทรีทเมนต์ **E** , **A** , และ **D** มีค่าเฉลี่ยไม่แตกต่างกัน

แบบฝึกหัดบทที่ 7

1. การศึกษาอิทธิพลของพันธ์แม่สุกร (A, B, C, D) ต่อน้ำหนักของลูกสุกร โดยที่แม่สุกรมีน้ำ หนักแตกต่างกัน 4 ระดับคือ 60, 70, 80 และ 90 กิโลกรัม และแม่สุกรแต่ละตัวมีอายุแตกต่างกันคือ 1 ปี 2 ปี 3 ปี และ 4 ปี นักวิจัยจึงออกแบบการทดลองแบบลาตินสแคว โดยทำการควบคุมอิทธิพลของอายุและน้ำหนักของแม่สุกร ผู้วิจัยเก็บข้อมูลโดยการวัดน้ำหนักของลูกสุกร เป็นกิโลกรัมได้ข้อมูลดังตาราง จงวิเคราะห์ความแปรปรวนของน้ำหนักลูกสุกรที่แม่สุกรมีน้ำ หนักและอายุแตกต่างกัน และสรุปผลการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$

ตาราง น้ำหนักลูกสุกรที่แม่สุกรมีพันธ์แตกต่างกัน

อายุ (ปี)	น้ำหนัก			
	60	70	80	90
1	A = 6	B = 12	D = 11	C = 10
2	C = 8	A = 8	D = 11	B = 10
3	B = 9	A = 9	C = 7	D = 11
4	D = 9	C = 10	B = 11	A = 6

2. การศึกษาผลของสารป้องกันกำจัดแมลงคลอโรพินต่อการเจริญเติบโตของข้าวโพด ผู้วิจัยสนใจศึกษาสารละลายคลอโรพินที่ความเข้มข้น 1, 10, 20 และ 40 กรัมต่อน้ำ 20 ลิตร แทนด้วยอักษร A, B, C และ D ตามลำดับ ดำเนินการทดลองโดยปลูกข้าวโพดในแปลง 4 แปลง ในแต่ละ แปลงแบ่งออกเป็น 4 แปลงย่อย แต่ละแปลงย่อยจะได้รับสารคลอโรพินหลังจากหยอดเมล็ดแล้ว รดด้วยสารละลายคลอโรพินความเข้มข้น 1, 10, 20 และ 40 กรัมต่อน้ำ 20 ลิตร โดยสุ่ม แล้วเก็บ ข้อมูลการเจริญเติบโตของข้าวโพดโดยวัดจากผิวดินถึงข้อใบวัดเป็นเซนติเมตร เนื่องจากใน 1 วัน สามารถเก็บข้อมูลได้เพียง 4 แปลงย่อยเท่านั้น ผู้วิจัยวัดการเจริญเติบโตของต้นข้าวโพดใน วันที่ 14, 21, 28 และ 35 วัน หลังจากเริ่มทดลอง ผู้วิจัยทราบว่าเจ้าหน้าที่ปฏิบัติงานแต่ละคน อาจมีผลกระทบต่อผลการทดลอง และการเก็บข้อมูลในวันที่แตกต่างกันก็มีผลต่อความสูงของ

ต้นข้าวโพด ผู้วิจัยจึงออกแบบการทดลองแบบลาตินสแคว โดยทำการควบคุม อิทธิพลของเจ้าหน้าที่และวัน ได้ข้อมูลความสูงของต้นข้าวโพดดังตาราง จงวิเคราะห์ความแปรปรวนของความสูงของต้นข้าวโพดที่ได้รับสารละลายคีลตรีนความเข้มข้นแตกต่างกัน 4 ระดับ และ สรุปผลการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$

ตาราง ความสูงของต้นข้าวโพดที่ได้รับสารละลายคีลตรีนความเข้มข้นแตกต่างกัน

วัน	เจ้าหน้าที่			
	1	2	3	4
14	C = 26.98	D = 27.29	A = 35.03	B = 43.62
21	B = 43.06	C = 43.67	D = 59.50	A = 53.07
28	A = 57.08	B = 57.21	C = 81.79	D = 73.71
35	D = 68.19	A = 58.42	B = 99.27	C = 88.52

3. การศึกษาอิทธิพลของปุ๋ยสูตรต่าง ๆ (A, B, C, D) ที่มีผลต่อความยาวของต้นถั่วฝักยาว ผู้วิจัย ทราบว่าวันปลูกและแปลงปลูกอาจมีผลกระทบกับผลการทดลอง ผู้วิจัยจึงออกแบบการ ทดลองแบบลาตินสแคว ดำเนินการทดลองโดยปลูกถั่วฝักยาว 4 ระยะคือ ระยะที่ 1 ปลูกวันที่ 28 ธันวาคม และเก็บเกี่ยววันที่ 1 มีนาคม ระยะที่ 2 ปลูกวันที่ 28 มกราคม และเก็บเกี่ยววันที่ 25 มีนาคม ระยะที่ 3 ปลูกวันที่ 28 กุมภาพันธ์ และเก็บเกี่ยววันที่ 25 เมษายน ระยะที่ 4 ปลูก วันที่ 28 มีนาคม และเก็บเกี่ยววันที่ 23 พฤษภาคม ในแต่ละระยะทำการปลูกต้นถั่วฝักยาว 4 แปลง ในแต่ละแปลงได้รับปุ๋ยสูตรใดสูตรหนึ่งโดยสุ่มเมื่อต้นถั่วฝักยาวอายุ 10 สัปดาห์ วัด ความยาวของลำต้นหลักจากโคนต้นถึงปลายยอดเป็น เซนติเมตร ได้ข้อมูลดังตาราง จง วิเคราะห์ความแปรปรวนของความยาวของต้นถั่วฝักยาวที่ได้รับ ปุ๋ยแตกต่างกัน 4 สูตร

ตาราง ความยาว (เซนติเมตร) ของต้นถั่วฝักยาวที่ได้รับปุ๋ยต่างกัน

วัน	แปลง			
	1	2	3	4
28 ธ.ค.	A = 77.75	C = 50.87	B = 132.58	D = 97.51
28 ม.ค.	C = 54.62	B = 95.82	D = 133.91	A = 76.65
28 ก.พ.	B = 135.36	D = 53.28	A = 97.26	C = 78.39
28 มี.ค.	D = 96.29	A = 76.45	C = 55.39	B = 132.39

4. การศึกษาอิทธิพลของส่วนผสมที่แตกต่างกัน 5 ชนิด (A, B, C, D, E) ต่อเวลาที่แสดงปฏิกิริยาของกระบวนการทางเคมี เนื่องจากวัตถุดิบแต่ละรุ่นมีพอสำหรับ 5 การทดลองเท่านั้น นอกจากนี้ ใน 1 วัน สามารถทำการทดลองได้ 5 การทดลองเท่านั้น ผู้วิจัยจึงตัดสินใจออกแบบการทดลองแบบลาตินสแคว โดยทำการควบคุมอิทธิพลของวันและรุ่นของวัตถุดิบ เก็บข้อมูลได้ ดังตาราง จงวิเคราะห์ความแปรปรวนของเวลาที่แสดงปฏิกิริยาของกระบวนการทางเคมีที่มี ส่วนผสมแตกต่างกัน 5 ชนิด ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$ และสรุปผลการทดลอง

ตาราง เวลาที่แสดงปฏิกิริยาของกระบวนการทางเคมีที่มีส่วนผสมแตกต่างกัน 5 ชนิด

รุ่นของวัตถุดิบ	วัน				
	1	2	3	4	5
1	A = 1	B = 3	D = 7	C = 1	E = 8
2	C = 3	E = 7	A = 3	D = 11+	B = 2
3	B = 1	A = 5	C = 5	E = 9	D = 10
4	D = 8	C = 6	E = 10	B = 6	A = 6
5	E = 8	D = 8	B = 4	A = 2	C = 2