บทที่ 2
การออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์
และการวิเคราะห์ความแปรปรวน

1. การออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

กระบวนการในการเก็บข้อมูลตัวอย่างในทางวิทยาศาสตร์คือ การดำเนินการทดลอง และแผนการในการเก็บตัวอย่างก็คือ การวางแผนการทดลอง หรือการออกแบบการทดลองนั่นเอง ตัวแปรที่ถูกวัดในการทดลองเรียกว่า ตัวแปรตอบสนอง ส่วนหน่วยตัวอย่างที่ใช้วัดตัวแปรตอบสนองก็คือ หน่วยทดลอง ตัวแปรอิสระในการทดลองมีลักษณะเป็นได้ทั้งตัวแปรเชิงคุณภาพ และตัวแปรเชิงปริมาณ ซึ่งอาจมีผลต่อตัวแปรตอบสนองเรียกว่า ปัจจัย และค่าต่าง ๆ ของปัจจัยที่กำหนดขึ้นในการทดลองเรียกว่า ระดับของปัจจัย ถ้าในการทดลองหนึ่งมีเพียง 1 ปัจจัยเท่านั้น ระดับของปัจจัยที่กำหนดขึ้นในการทดลองก็จะเรียกว่า ทรีทเมนต์ แต่ถ้าในการทดลองหนึ่งมีปัจจัยที่สนใจศึกษาหลายตัว ทรีทเมนต์หาได้จากการคอมบิเนชันของระดับของปัจจัยที่เกี่ยวข้องทั้งหมดในการทดลองหนึ่ง

ผลการทดลองจะให้สารสนเทศที่มากหรือน้อยขึ้นกับขนาดของตัวอย่างและจำนวนของสิ่งรบกวนที่อยู่รอบ ๆ ข้อมูลนั้น ยิ่งขนาดของกลุ่มตัวอย่างมากขึ้นเท่าใดก็จะทำให้ผู้วิจัยได้สารสนเทศมากขึ้นเพียงนั้น และในทางกลับกัน ผู้วิจัยจะได้สารสนเทศลดลงถ้ามีสิ่งรบกวนมากในการทดลอง อิทธิพลของปัจจัยในการทดลองต่อสารสนเทศสามารถอธิบายได้โดยดูจากความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ที่เราสนใจ เป็นสัดส่วนกับค่าเบี่ยงเบนของข้อมูล (σ) และเป็นสัดส่วนกลับกับขนาดตัวอย่าง ตัวอย่างเช่น เมื่อเราต้องการประมาณค่าพารามิเตอร์คือ ค่าเฉลี่ยของประชากร μ จากค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง $\bar{y}$ จะได้ว่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการแจกแจงตัวอย่างของ $\bar{y}$ คือ

$$\sigma_{\bar{y}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

สำหรับขนาดตัวอย่าง n จะเห็นได้ว่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน $\sigma_{\bar{y}}$ มีค่าน้อยกว่า σ ซึ่งเป็นค่าความเบี่ยงเบนของข้อมูล และการเพิ่มขนาดตัวอย่าง n ในการทดลองหนึ่งจะทำให้ค่าของ $\sigma_{\bar{y}}$ ลดลง

การที่ข้อมูลที่ได้จากการทดลองจะให้สารสนเทศเกี่ยวกับการทดลองเพิ่มขึ้นดูที่พารามิเตอร์ที่สนใจ การออกแบบการทดลองที่ช่วยเพิ่มสารสนเทศของข้อมูลที่ได้จากการทดลองคือ การทดลองแฟคทอเรียลที่มีปัจจัยที่สนใจศึกษาหลายปัจจัยในการทดลองหนึ่ง เป็นการเลือกทรีทเมนต์ทั้งหมดที่เป็นได้นำมาทำการทดลองและให้ความสนใจกับปฏิสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยต่าง ๆ ในการทดลอง เป็นการออกแบบการทดลองที่ซับซ้อนขึ้น ซึ่งจะกล่าวในบทอื่นต่อไปภายหลังจากบทนี้

การออกแบบการทดลองแบบพื้นฐานสำหรับการทดลองที่มีปัจจัยที่สนใจศึกษาในการทดลองหนึ่งเพียง 1 ปัจจัย คือ การออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ การออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ภายในบล็อก การออกแบบการทดลองแบบลาตินสแคว ซึ่งการออกแบบการทดลอง 2 แบบหลังเป็นการออกแบบการทดลองที่พยายามควบคุมปัจจัยรบกวนตัวอื่น ๆ ที่ผู้วิจัยไม่สนใจศึกษาแต่เป็นปัจจัยรบกวนที่ส่งผลต่อผลการทดลองด้วย ซึ่งจะอธิบายในบทอื่นต่อไป ในบทนี้จะอธิบายเฉพาะการออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

การออกแบบการทดลองเป็นการวางแผนวิธีการในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการทดลอง มีวัตถุประสงค์เพื่อเพิ่มขนาดของสารสนเทศในข้อมูล โดยพยายามควบคุมความแปรปรวนของข้อมูลซึ่งวัดโดย σ^2

1.1 ขั้นตอนการออกแบบการทดลอง

ขั้นตอนการออกแบบการทดลองมีขั้นตอนใหญ่ ๆ 4 ขั้นตอน คือ 1) คัดเลือกปัจจัย 2) เลือกทรีทเมนต์ในการทดลอง เพราะการคัดเลือกปัจจัยและทรีทเมนต์จะทำให้ค่าสังเกต y มีสารสนเทศของพารามิเตอร์ของสิ่งที่สนใจศึกษา 3) การกำหนดขนาดตัวอย่างหรือการกำหนดจำนวนค่าสังเกตในแต่ละทรีทเมนต์ หมายถึงจำนวนซ้ำของการทดลองนั่นเอง เพราะขนาดตัวอย่างที่ใหญ่กว่าก็จะทำให้ได้สารสนเทศจากข้อมูลของผลการทดลองเพิ่มขึ้น และ 4) การสุ่มทรีทเมนต์ให้กับหน่วยทดลองในการทดลองหนึ่ง

การออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์สำหรับการทดลองที่มีปัจจัยที่สนใจศึกษา 1 ปัจจัย เพื่อเปรียบเทียบทรีทเมนต์ a ทรีทเมนต์ ทำได้โดยการกำหนดให้แต่ละหน่วยทดลองได้รับทรีทเมนต์ใด ๆ ให้เป็นไปโดยสุ่มอย่างสมบูรณ์ แผนภาพของการออกแบบการทดลองที่แสดงให้เห็นการกำหนดทรีทเมนต์ให้แก่หน่วยทดลองโดยสุ่มอย่างสมบูรณ์ อาจแสดงได้ทั้งเป็นตารางและแผนภาพ

1.2 ตัวอย่างการออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

ตัวอย่างเช่น ผู้วิจัยต้องการเปรียบเทียบเครื่องดื่ม 3 ชนิด ที่มีผลต่อเวลาการวิ่งของนักวิ่งระยะไกล ทำการทดลองโดยให้นักวิ่งแต่ละคนดื่มเครื่องดื่มแตกต่างกัน 3 ชนิด คือ A, B, และ C ก่อนการแข่งขัน 1 ชั่วโมง นั่นคือ เราต้องทำการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเวลาในการวิ่งคือ μ_A , μ_B , และ μ_C เมื่อ μ_i คือ เวลาเฉลี่ยของการวิ่งสำหรับเครื่องดื่มชนิด i

ขั้นตอนการออกแบบการทดลอง 1) เลือกนักวิ่งผู้หญิงมา 15 คน นักวิ่งแต่ละคนคือ หน่วยทดลอง ปัจจัยที่สนใจศึกษาคือ เครื่องดื่มที่นักวิ่งดื่มก่อนการแข่งขัน สมมติฐานของการวิจัยคือ เครื่องดื่มที่นักวิ่งดื่มก่อนการแข่งขันที่แตกต่างกันอาจมีผลต่อเวลาในการวิ่งแข่งขันแตกต่างกัน 2) ผู้วิจัยเลือกเครื่องดื่มที่แตกต่างกัน 3 ชนิด คือ A, B, และ C ดังนั้นทรีทเมนต์ในการทดลองมี 3 ทรีทเมนต์ ทรีทเมนต์ที่ 1 คือ A, ทรีทเมนต์ที่ 2 คือ B, ทรีทเมนต์ที่ 3 คือ C การดำเนินการทดลองหนึ่งคือ ให้นักวิ่งดื่มเครื่องดื่มชนิดหนึ่งก่อนการแข่งขัน 1 ชั่วโมง แล้วจับเวลาวิ่งของนักวิ่งคนนั้น เป็นตัวแปรตอบสนอง การกำหนดให้นักวิ่งแต่ละคนได้ดื่มเครื่องดื่มชนิดใดชนิดหนึ่งใน 3 ชนิดนั้น ใช้วิธีการสุ่มอย่างสมบูรณ์ เรียกว่า**การออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์** 3) ผู้วิจัยกำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5 คือ ทำการทดลองทรีทเมนต์ละ 5 ซ้ำ กำหนดให้หน่วยทดลองคือ นักวิ่ง 1 คน ทำการคัดเลือกนักวิ่งที่มีความเหมือนกันมากที่สุดทั้งอายุ น้ำหนัก ความสูง และเพศ ได้นักวิ่งผู้หญิงที่มีลักษณะต่าง ๆ ใกล้เคียงกันมากที่สุดจำนวน 15 คน 4) การสุ่มทรีทเมนต์ให้กับหน่วยทดลองวิธีการสุ่มของการออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ ทำได้หลายแบบคือ

1.2.1 การสุ่มหน่วยทดลองให้กับทรีทเมนต์ ทำได้โดยให้หมายเลขแก่นักวิ่งแต่ละคน ตั้งแต่ 1 ถึง 15 แล้วสุ่มนักวิ่งมา 5 คน ให้ได้รับทรีทเมนต์ A สุ่มนักวิ่งอีก 5 คน

ให้ได้รับทรีทเมนต์ B นักวิ่งที่เหลืออีก 5 คน ให้ได้รับทรีทเมนต์ C เป็นการสุ่มหน่วยทดลองให้กับทรีทเมนต์ แสดงได้ดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 การสุ่มหน่วยทดลองให้กับทรีทเมนต์ สำหรับการออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ที่มี 3 ทรีทเมนต์

ทรีทเมนต์	นักวิ่งคนที่
A	4, 5, 7, 10, 12
B	2, 3, 6, 9, 13
C	1, 8, 11, 14, 15

1.2.2 การสุ่มทรีทเมนต์ให้กับหน่วยทดลอง ทำได้โดยทำฉลากทรีทเมนต์ A จำนวน 5 ใบ ทรีทเมนต์ B จำนวน 5 ใบ และทรีทเมนต์ C จำนวน 5 ใบ รวมฉลากทั้งหมด 15 ใบ แล้วให้นักวิ่งแต่ละคนจับฉลากทรีทเมนต์คนละ 1 ใบ แสดงได้ดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 การสุ่มทรีทเมนต์ให้กับหน่วยทดลองสำหรับการออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ที่มี 3 ทรีทเมนต์

นักวิ่ง	ทรีทเมนต์
1	C
2	B
3	B
4	A
5	A
6	B
7	A
8	C
9	B
10	A
11	C
12	A
13	B
14	C
15	C

1.2.3 การสุ่มหน่วยทดลองให้กับทรีทเมนต์ ทำได้โดยการใช้ตารางเลขสุ่มในการกำหนดนักวิ่ง 15 คน ให้ได้รับทรีทเมนต์ 3 ทรีทเมนต์ กำหนดให้ n = 15 หน่วยทดลอง กลุ่มทรีทเมนต์มี 3 กลุ่ม

ขั้นแรกให้หมายเลขนักวิ่งแต่ละคนจาก 1 ถึง 15

ขั้นที่สองใช้ตารางเลขสุ่มในภาคผนวกเพื่อเลือกตัวเลข 2 หลัก ที่อยู่ระหว่างเลข 1 ถึง 15 ตัวเลขที่มากกว่า 15 เราจะข้ามไป จนได้ตัวเลขทั้งหมด 10 ตัว ที่เป็นเลขจำนวนเต็มอยู่ระหว่าง 1 ถึง 15 ที่มีการจัดอันดับอย่างสุ่ม นักวิ่งที่มีหมายเลข 5 อันดับแรกจะได้รับทรีทเมนต์ A นักวิ่งกลุ่มที่สองมีหมายเลข 5 อันดับถัดไป จะได้รับทรีทเมนต์ B และนักวิ่งคนที่เหลือจะได้รับทรีทเมนต์ C

สมมติว่าสุ่มตัวเลขตั้งต้นในตารางเลขสุ่มได้ แถวที่ 11 และคอลัมน์ที่ 4 ดูตัวเลขต่อไปโดยดูทางคอลัมน์เลขต่อไปทางด้านล่าง เลือกเฉพาะตัวเลขจำนวน 2 ตำแหน่งแรกที่น้อยกว่า หรือเท่ากับ 10 และลบตัวเลขที่ซ้ำออกไป ได้ตัวเลขต่อไปนี้ 3, 8, 9, 14, 7, 12, 6, 13, 4, 2

นักวิ่งที่มีหมายเลข 3, 8, 9, 14, 7 ได้รับทรีทเมนต์ A

นักวิ่งที่มีหมายเลข 12, 6, 13, 4, 2 ได้รับทรีทเมนต์ B

นักวิ่งหมายเลขที่เหลือคือ 1, 5, 10, 11, 15 ได้รับทรีทเมนต์ C

สรุปได้ดังตารางที่ 2.3 และสามารถแสดงเป็นภาพการออกแบบการทดลองได้ดังภาพที่ 2.1

ตารางที่ 2.3 การสุ่มนักวิ่งให้กับทรีทเมนต์ออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

ทรีทเมนต์	**หมายเลขนักวิ่ง**
A	3, 8, 9, 14, 7
B	12, 6, 13, 4, 2
C	1, 5, 10, 11, 15

1 C	2 B	3 A	4 B	5 C
6 B	7 A	8 A	9 A	10 C
11 C	12 B	13 B	14 A	15 C

ภาพที่ 2.1 แผนภาพการออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

☐ แทนนักวิ่งคนที่ 1 ถึง คนที่ 15

A, B, C แทน ทรีทเมนต์ 3 ทรีทเมนต์

1.3 ข้อดีและข้อเสียของการออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

ข้อดีของการออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์เกี่ยวกับจำนวนทรีทเมนต์และจำนวนซ้ำ คือ จำนวนซ้ำของแต่ละทรีทเมนต์ อาจมีจำนวนไม่เท่ากันก็ได้ แม้ว่าโดยทั่วไปเราจะออกแบบให้มีจำนวนซ้ำเท่ากันทุกทรีทเมนต์ ส่วนการวิเคราะห์ทางสถิติก็ง่ายไม่ยุ่งยากซับซ้อน ทั้งกรณีที่จำนวนซ้ำเท่ากันทุกทรีทเมนต์ และกรณีที่แต่ละ ทรีทเมนต์มีจำนวนซ้ำไม่เท่ากัน และถึงแม้ว่าทรีทเมนต์ต่าง ๆ ในการทดลองจะมีความแปรปรวนไม่เท่ากัน นอกจากนี้ถึงแม้ว่าจะเกิดกรณีที่ไม่สามารถเก็บข้อมูลได้จากบางหน่วยทดลอง หรือทั้งทรีทเมนต์ก็ยังสามารถวิเคราะห์ผลการทดลองจากข้อมูลที่มีอยู่ได้

ข้อเสียของการออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์คือมักจะไม่มีประสิทธิภาพเนื่องจากความคลาดเคลื่อนของการทดลองรวมความผันแปรทั้งหมดของหน่วยทดลองไว้ด้วย นอกเหนือจากอิทธิพลของทรีทเมนต์ ซึ่งอาจเป็นไปได้ว่าความผันแปรของหน่วยทดลองในกลุ่มทรีทเมนต์เดียวกัน มีความผันแปรน้อยกว่าความผันแปรของหน่วยทดลองในกลุ่มอื่น ๆ ทำให้การออกแบบการทดลองที่จัดกลุ่มหน่วยทดลองเพื่อแยกความผันแปรเนื่องจากกลุ่มออกจากความคลาดเคลื่อนของการทดลอง และทำให้เพิ่มความถูกต้องของการทดลอง

2. การวิเคราะห์ข้อมูลสำหรับการออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

วิธีการทางสถิติที่ใช้สำหรับเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของประชากรที่มีมากกว่า 2 กลุ่ม คือ การวิเคราะห์ความแปรปรวน (analysis of variance) การวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการทดลอง โดยการใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวน มี**ข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวน**คือ

1. อิทธิพลของทรีทเมนต์มีอิทธิพลของสภาพแวดล้อมปะปนอยู่ด้วย
2. ความคลาดเคลื่อนของการทดลอง (experimental errors) มีความเป็นอิสระกันและมีการแจกแจงแบบปกติที่มีความแปรปรวนเท่ากัน

ในทางปฏิบัติเราไม่แน่ใจว่าจะเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นนี้ ถ้าไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนจะมีผลกระทบเกี่ยวกับระดับนัยสำคัญของการทดสอบ และความไวของการทดสอบสถิติทดสอบ F และการทดสอบสถิติทดสอบ t

ตัวอย่างเช่น ถ้าผู้วิจัยกำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบที่ 5% หรือ .05 แต่ในความเป็นจริงเขาอาจทำการทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 8% หรือ .08 จึงทำให้สูญเสียความไวของการทดสอบไป และเป็นผลให้การประมาณอิทธิพลของทรีมเมนต์ผิดพลาดไปด้วย

ถ้าค่าสังเกตทุกตัวในการทดลองมีความคลาดเคลื่อนของการทดลองที่มีความแปรปรวนไม่เท่ากันอาจเป็นเพราะอิทธิพลของทรีทเมนต์มีความผิดพลาดรวมอยู่ด้วย และการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนของการทดลองไม่เป็นแบบปกติคือมีความเบ้ เรามีวิธีการแก้ไขปัญหานี้ได้วิธีหนึ่งคืออาจใช้วิธีการหรือแปลงข้อมูล (transformation) เพื่อช่วยให้ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าใกล้เคียงกันมากขึ้น และทำให้การแจกแจงของความคลาดเคลื่อนเข้าใกล้การแจกแจงแบบปกติ ซึ่งการแปลงข้อมูลนี้จะต้องทำก่อนการวิเคราะห์ความแปรปรวน

ส่วนข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับความเป็นอิสระกันของความคลาดเคลื่อนของการทดลองที่เกิดขึ้นในค่าสังเกตตัวหนึ่งกับค่าสังเกตตัวอื่น ๆ ก็สามารถทำให้เกิดขึ้นได้จากการสุ่ม คือการสุ่มทรีทเมนต์ให้กับหน่วยทดลองหรือการสุ่มหน่วยทดลองให้กับทรีทเมนต์ หรือการสุ่มอันดับของหน่วยทดลองแต่ละหน่วยในการทดลองแต่ละซ้ำ

วัตถุประสงค์ของการวิเคราะห์ความแปรปรวน คือ ประมาณค่าพารามิเตอร์และทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับอิทธิพลของทรีทเมนต์

ข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบสมมติฐาน คือความคลาดเคลื่อนของการทดลองเป็นตัวแปรเชิงสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ และเป็นอิสระกัน โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 ค่าความแปรปรวน σ^2 เป็นค่าคงที่สำหรับทุกระดับของปัจจัย

2.1 รูปแบบข้อมูลและตัวแบบสถิติของการออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

กรณีการทดลองที่มีปัจจัยเดียวซึ่งมี a ระดับ หรือ a ทรีทเมนต์ ตัวแปรตามหรือค่าสังเกตจากแต่ละทรีทเมนต์เป็นตัวแปรเชิงสุ่ม (random variable) รูปแบบของข้อมูลสำหรับการทดลองที่มีปัจจัยเดียวนี้แสดงดังในตารางที่ 2.4

ตารางที่ 2.4 รูปแบบข้อมูลสำหรับการทดลองที่มีปัจจัยเดียว

ทรีทเมนต์	ค่าสังเกต				ผลรวม	ค่าเฉลี่ย
1	y_{11}	y_{12}	. . .	y_{1n}	$y_{1.}$	$\bar{y}_{1.}$
2	y_{21}	y_{22}	. . .	y_{2n}	$y_{2.}$	$\bar{y}_{2.}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$			$\vdots$	$\vdots$
a	y_{a1}	y_{a2}	. . .	y_{an}	$y_{a.}$	$\bar{y}_{a.}$
					$y_{..}$	$\bar{y}_{..}$

กำหนดให้

$$y_{i.} = \sum_{j=1}^{n} y_{ij}$$

$$\bar{y}_{i.} = \frac{y_{i.}}{n} \quad ; \quad i = 1, 2, \ldots, a$$

$$y_{..} = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{n} y_{ij}$$

$$\bar{y}_{..} = \frac{y_{..}}{N}$$

เมื่อ N = an คือจำนวนค่าสังเกตทั้งหมด

y_{ij} แทนค่าสังเกตตัวที่ j ที่ได้รับทรีทเมนต์ i โดยทั่วไปมีค่าสังเกต n ตัวในแต่ละทรีทเมนต์ i

ขั้นตอนแรกของการวิเคราะห์ข้อมูลคือ การสร้างสมการของค่าสังเกตทุกตัว ค่าสังเกตแต่ละตัวสามารถอธิบายได้ด้วยตัวแบบสถิติเชิงเส้นตรงที่มีพารามิเตอร์ μ , τ_i และ σ^2 เขียนได้เป็น**ตัวแบบสถิติของการออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์** สำหรับการทดลองที่มีปัจจัยเดียวคือ

$$\mathbf{y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}}$$

; i = 1, 2, …, a ; j = 1, 2, …, n

เมื่อ y_{ij} คือ ค่าสังเกตตัวที่ ij

μ คือ ค่าเฉลี่ยของประชากรทั้งหมด

τ_i คือ อิทธิพลของทรีทเมนต์ที่ i

ε_{ij} คือ เศษตกค้าง residual) แทนแหล่งอื่น ๆ ทั้งหมดที่อาจมีผลต่อค่าสังเกต โดยทั่วไปมักเรียกว่า ความคลาดเคลื่อนสุ่มของการทดลองตัวที่ ij

ตัวแบบสถิตินี้เรียกว่า **การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว** (oneway analysis of variance) เพราะเป็นการทดลองที่ศึกษาปัจจัยเดียว และการที่เราดำเนินการทดลองโดยให้ลำดับของแต่ละการทดลองเป็นไปอย่างสุ่ม ทำให้เชื่อได้ว่าหน่วยทดลองทุกหน่วยมีความเหมือนกันมากที่สุด การออกแบบการทดลองนี้เรียกว่าการออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

ตัวแบบสถิตินี้อธิบายอิทธิพลของทรีทเมนต์ได้ 2 แบบ คือ แบบแรก ทรีทเมนต์ a ทรีทเมนต์ได้จากการเลือกของผู้วิจัย ดังนั้นการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์และผลการวิเคราะห์ ไม่สามารถขยายผลสรุปไปสู่ทรีทเมนต์ที่เหมือนกันแต่ไม่ได้นำมาวิเคราะห์ เรียกตัวแบบนี้ว่า **ตัวแบบอิทธิพลกำหนด** (fixed effect model) แบบที่สอง ทรีทเมนต์ a ทรีทเมนต์เป็นตัวอย่างสุ่ม (random sample) จากประชากรทรีทเมนต์ทั้งหมด ดังนั้นผลจากการวิเคราะห์สามารถขยายไปสู่ทรีทเมนต์ทั้งหมดในประชากร

ถึงแม้ว่าบางทรีทเมนต์จะไม่ได้นำมาวิเคราะห์ด้วยก็ตาม จึงทำให้ τ_i เป็นตัวแปรเชิงสุ่มอีกตัวหนึ่งในตัวแบบที่ต้องทำการทดสอบสมมติฐานและประมาณค่า และตัวแบบนี้เรียกว่า**ตัวแบบอิทธิพลสุ่ม** (random effects model)

2.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของตัวแบบอิทธิพลกำหนด (The Fix Effects Model)

ในตัวแบบอิทธิพลกำหนดมีข้อกำหนดเกี่ยวกับอิทธิพลของทรีทเมนต์ τ_i คือ

$$\sum_{i=1}^{a} \tau_i = 0$$

การวิเคราะห์ความแปรปรวนเป็นวิธีการทางสถิติที่ใช้ในการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของประชากรหรือเป็นการทดสอบเกี่ยวกับอิทธิพลของทรีทเมนต์ว่ามีผลต่อการทดลองหรือไม่ เราสามารถคำนวณค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ i ได้จากค่าคาดหวังของค่าสังเกตแต่ละตัวคือ

$$E(y_{ij}) \equiv \mu_i = \mu + \tau_i \quad ; \; i = 1, 2, \ldots, a$$

ได้ว่าค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ i ประกอบด้วย ค่าเฉลี่ยของประชากรทั้งหมด บวกอิทธิพลของทรีทเมนต์ที่ i เราจึงสามารถเขียนสมมติฐานทางสถิติในการวิเคราะห์ความแปรปรวนได้ 2 แบบ

การเขียนสมมติฐานทางสถิติ

1) การทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ a ทรีทเมนต์ สมมติฐานทางสถิติคือ

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_a$ VS $H_1 : \mu_i \neq \mu_j$ อย่างน้อย 1 คู่ $(i \neq j)$

ถ้าผลการทดสอบสรุปได้ว่า H_0 จริง หมายความว่าทุกทรีทเมนต์มีค่าเฉลี่ยเท่ากัน

2) การทดสอบอิทธิพลของทรีทเมนต์ a ทรีทเมนต์ สมมติฐานทางสถิติคือ

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \ldots = \tau_a = 0$ VS $H_1 : \tau_i \neq 0$ อย่างน้อย 1 ค่า

ดังนั้นเราสามารถทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความเท่ากันของค่าเฉลี่ย หรือการทดสอบว่าอิทธิพลของทรีทเมนต์ต่าง ๆ เท่ากับศูนย์ก็ได้

วิธีทางสถิติที่ใช้ทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของ a ทรีทเมนต์ที่เหมาะสมก็คือ การวิเคราะห์ความแปรปรวน

3. ตรรกยะของการวิเคราะห์ความแปรปรวน

3.1 การคำนวณความผันแปรทั้งหมดที่เกิดขึ้นในการทดลอง

การวิเคราะห์ความแปรปรวนได้มาจากการแบ่งความแปรปรวนทั้งหมดออกเป็นส่วน โดยที่ความผันแปรทั้งหมดที่เกิดขึ้นในการทดลอง (total corrected sum of square) เขียนเป็นสัญญลักษณ์ SS_T เป็นการคำนวณค่าผลรวมของความเบี่ยงเบนของค่าสังเกตแต่ละตัว y_{ij} ที่เบี่ยงเบนไปจากค่าเฉลี่ย $\bar{y}..$ ยกกำลังสอง ใช้วัดความแปรปรวนทั้งหมดของข้อมูล เขียนเป็นสูตรคือ

$$SS_{Total} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}..)^2$$

ถ้าเราแบ่ง SS_{Total} ด้วยจำนวนชั้นอิสระ $an - 1 = N - 1$ เราจะได้ความแปรปรวนของค่าสังเกตทุกตัว

เราสามารถแยกความผันแปรทั้งหมดของข้อมูล SS_{Total} ออกเป็นส่วน ๆ ตามแหล่งที่มาของความผันแปรได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}..)^2 = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left[(\bar{y}_i. - \bar{y}..) + (y_{ij} - \bar{y}_i.)\right]^2$$

หรือ

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}..)^2 = n\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_i. - \bar{y}..)^2 + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_i.)^2 + 2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(\bar{y}_i. - \bar{y}..)(y_{ij} - \bar{y}_i.)$$

แต่เนื่องจาก

$$\sum_{j=1}^{n} (y_{ij} - \bar{y}_{i}.) = y_{i}. - n\bar{y}_{i}.$$

$$= y_{i}. - n(y_{i}. / n)$$

$$= 0$$

ดังนั้น $$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} (y_{ij} - \bar{y}..)^2 = n\sum_{i=1}^{a} (\bar{y}_{i}. - \bar{y}..)^2 + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} (y_{ij} - \bar{y}_{i}.)^2$$

หมายความว่า ความผันแปรทั้งหมดของข้อมูลสามารถแยกได้เป็น 2 ส่วน คือ ผลบวกกำลังสองของความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของแต่ละทรีทเมนต์กับค่าเฉลี่ยทั้งหมดบวกกัน และผลบวกกำลังสองของความแตกต่างของค่าสังเกตภายในทรีทเมนต์เดียวกันกับค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ ซึ่งความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์กับค่าเฉลี่ยทั้งหมดคือ การวัดความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ และความแตกต่างของค่าสังเกตจากค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ภายในทรีทเมนต์เดียวกันคือ ความคลาดเคลื่อนของการทดลองที่เกิดขึ้นอย่างสุ่ม (random error)

ดังนั้นสามารถเขียนเป็นสมการได้คือ

$$SS_{Total} = SS_{Tr} + SS_{E}$$

เมื่อ

SS_{Tr} เรียกว่า ผลบวกกำลังสองของทรีทเมนต์ เป็นความผันแปรระหว่างทรีทเมนต์

SS_{E} เรียกว่า ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน เป็นความผันแปรภายในทรีทเมนต์

การคำนวณจำนวนชั้นอิสระของแต่ละเทอม อ้างถึงข้อกำหนดเกี่ยวกับอิทธิพลของทรีทเมนต์ τ_i ทำให้คิดจำนวนชั้นอิสระได้คือ มีค่าสังเกตจำนวนทั้งหมด $an = N$ จำนวน ดังนั้น SS_T มีจำนวนชั้นอิสระเท่ากับ $N - 1$ มีระดับของปัจจัยหรือทรีทเมนต์จำนวน a ทรีทเมนต์ ดังนั้น SS_{TR} มีจำนวนชั้นอิสระเท่ากับ $a - 1$ และภายในทรีทเมนต์ใด ๆ มีจำนวนซ้ำของการทดลองของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ n ซ้ำ มีจำนวนชั้นอิสระเท่ากับ $n - 1$ และเนื่องจากมี a ทรีทเมนต์ ดังนั้น SS_E จึงมีจำนวนชั้นอิสระเท่ากับ $a(n - 1) = an - a = N - a$

3.2 ความผันแปรภายในทรีทเมนต์

พิจารณาเทอม SS_E

$$SS_E = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{i}.)^2 = \sum_{i=1}^{a}\left[\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{i}.)^2\right]$$

ซึ่ง $$\frac{\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{i}.)^2}{n - 1} = s_i^2 \quad ; \quad i = 1, 2, \ldots, a$$

เมื่อ s_i^2 คือ ความแปรปรวนของตัวอย่างในทรีทเมนต์ i

ถ้านำความแปรปรวนของตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์มาบวกกันจะได้ค่าประมาณของความแปรปรวนของประชากรของแต่ละทรีทเมนต์เป็นตัวเดียวกัน ดังนี้

$$\frac{(n-1)s_1^2 + (n-1)s_2^2 + \ldots + (n-1)s_a^2}{(n-1) + (n-1) + \ldots + (n-1)} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\left[\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{i}.)^2\right]}{\sum_{j=1}^{a}(n - 1)}$$

$$= \frac{SS_E}{(N-a)}$$

ดังนั้นจึงได้ว่า $\frac{SS_E}{N-a}$ คือ ค่าประมาณของความแปรปรวนของแต่ละทรีทเมนต์สำหรับทั้ง a ทรีทเมนต์ ซึ่งเท่ากับตัวเดียวกันคือ $\hat{\sigma}^2$

3.3 ความผันแปรระหว่างทรีทเมนต์

ในทำนองเดียวกันกับความผันแปรภายในทรีทเมนต์จะได้ว่า

$$\frac{SS_{Tr}}{a-1} = \frac{n\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i}. - \bar{y}..)^2}{a-1}$$

ถ้าไม่มีความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ต่าง ๆ

จะได้ว่า $$\frac{SS_{Tr}}{a-1} = \hat{\sigma}^2$$ ด้วย

เหตุผลคือ $\dfrac{\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_i.-\bar{y}..)^2}{a-1}$ ใช้ประมาณ $\dfrac{\sigma^2}{n}$

ซึ่งเป็นความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ ดังนั้น

$$\frac{n\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_i.-\bar{y}..)^2}{(a-1)} \quad \text{คือค่าประมาณของ } \sigma^2$$

3.4 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของ ทรีทเมนต์ต่าง ๆ ในการทดลอง

การวิเคราะห์ความผันแปรได้แสดงให้เราเห็นแล้วว่าสามารถประมาณ σ^2 ได้จาก 2 แหล่งคือ แหล่งที่หนึ่งประมาณจากความผันแปรภายในทรีทเมนต์ และอีกแหล่งหนึ่งประมาณจากความผันแปรระหว่างทรีทเมนต์ ดังนั้นถ้าไม่มีความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ต่าง ๆ จะได้ว่า

$$\frac{SS_E}{N-a} = \frac{SS_{Tr}}{a-1}$$

กำหนดให้

$$MS_{Tr} = \frac{SS_{Tr}}{a-1}$$

$$MS_E = \frac{SS_E}{N-a} = \hat{\sigma}^2 \quad \text{คือตัวประมาณค่า}$$

โดยที่ MS เรียกว่า mean square

การคำนวณค่าคาดหวัง (expected values) ของ mean square

$$E(MS_E) = E\left(\frac{SS_E}{N-a}\right)$$

$$= \frac{1}{N-a}E\left[\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij}-\bar{y}_1.)^2\right]$$

$$= \frac{1}{N-a}E\left[\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij}^2-2y_{ij}\bar{y}_i.+\bar{y}_i^2.\right]$$

$$= \frac{1}{N-a} E\left[\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}^2 - 2n\sum_{i=1}^{a} \bar{y}_{i}^2. + n\sum_{i=1}^{a} \bar{y}_{i}^2.\right]$$

$$= \frac{1}{N-a} E\left[\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}^2 - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a} y_{i}^2.\right]$$

แทนตัวแบบสถิติลงไปในสมการ

$$E(MS_E) = \frac{1}{N-a} E\left[\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} (\mu+\tau_i+\varepsilon_{ij})^2 - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\left(\sum_{j=1}^{n} \mu+\tau_i+\varepsilon_{ij}\right)^2\right]$$

$$= \frac{1}{N-a}\left[N\mu^2 + n\sum_{i=1}^{a}\tau_i^2 + N\sigma^2 - N\mu^2 - N\sum_{i=1}^{a}\tau_i^2 - a\sigma^2\right]$$

$$E(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2$$

ในทำนองเดียวกัน

$$E(MS_{Tr}) = \sigma^2 + \frac{n\sum_{i=1}^{a}\tau_i^2}{a-1}$$

สรุปได้ว่า

$$MS_E = \frac{SS_E}{N-a}$$ สามารถใช้ประมาณ σ^2 ได้

และถ้าไม่มีความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ต่าง ๆ ($\tau_i = 0$)

$$MS_{Tr} = \frac{SS_{Tr}}{a-1}$$ สามารถใช้ประมาณ σ^2 ได้ด้วย

แต่ถ้ามีความแตกต่างกันระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ต่าง ๆ จะทำให้ $E(MS_{Tr})$ มีค่ามากกว่า σ^2 จึงทำให้เห็นชัดเจนว่าการทดสอบสมมติฐานที่ว่าไม่มีความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ต่าง ๆ สามารถทำได้โดยการเปรียบเทียบ MS_{Tr} กับ MS_E

3.5 การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว

ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว การคำนวณค่าสถิติสำหรับการทดสอบสมมติฐานทางสถิติที่ว่าไม่มีความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ต่าง ๆ เขียนเป็นสัญญลักษณ์ได้คือ $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_a$ หรือ

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \ldots = \tau_a = 0$$

ข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนคือ

1. ความคลาดเคลื่อนของการทดลองแต่ละตัว ε_{ij} มีการแจกแจงแบบปกติและเป็นอิสระกัน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2

2. ค่าสังเกต y_{ij} มีการแจกแจงแบบปกติและเป็นอิสระกัน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu + \tau_i$ และความแปรปรวนเท่ากับ σ_y^2

ดังนั้นจึงได้ว่า SS_{Total} คือ ผลบวกกำลังสองของตัวแปรเชิงสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ

ทำให้ $\dfrac{SS_{Total}}{\sigma^2}$ มีการแจกแจงแบบไคสแคว ที่มี df เท่ากับ N – 1

$\dfrac{SS_E}{\sigma^2}$ มีการแจกแจงแบบไคสแคว ที่มี df เท่ากับ N – a

$\dfrac{SS_{Tr}}{\sigma^2}$ มีการแจกแจงแบบไคสแคว ที่มี df เท่ากับ a – 1

ถ้าสมมติฐานทางสถิติ $H_0 : \tau_i = 0$ เป็นจริง ผลบวกกำลังสองทั้ง 3 ตัว คือ SS_{Total}, SS_{Tr}, และ SS_E ไม่เป็นอิสระต่อกันเนื่องจาก

$$SS_{Total} = SS_{Tr} + SS_E$$

แต่จากทฤษฎี Cochran’s Theorem พิสูจน์ได้ว่า SS_{Tr} และ SS_E เป็นอิสระกัน ดังนั้นจากทษฤฎี Cochran’s Thorem จึงสรุปได้ว่า $\dfrac{SS_{Tr}}{\sigma^2}$ และ $\dfrac{SS_E}{\sigma^2}$ มีการแจกแจงแบบไคสแควและเป็นอิสระกัน ถ้าสมมติฐานทางสถิติที่ว่าไม่มีความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ต่าง ๆ เป็นจริง ดังนั้นอัตราส่วนของค่าประมาณของ σ^2 ทั้งสองค่านี้คือ

$$F_0 = \frac{SS_{Tr} / (a-1)}{SS_E / (N-a)} = \frac{MS_{Tr}}{MS_E}$$

จึงมีการแจกแจงแบบ F ที่มีจำนวนชั้นอิสระเท่ากับ (a – 1) และ (N – a) ภายใต้สมมติฐานสูญ

จาก expected mean square โดยทั่วไป MSE คือ ค่าประมาณที่ไม่เอนเอียงของ σ^2 และถ้า H_0 เป็นจริง MS_{Tr} ก็คือค่าประมาณที่ไม่เอนเอียงของ σ^2 ได้ด้วย แต่ถ้า H_0 ไม่จริงจะทำให้ $E(MS_{Tr})$ มีค่ามากกว่า σ^2 เราจึงปฏิเสธ H_0 ถ้าค่าสถิติทดสอบ (F_0) มีค่ามาก ๆ เป็นการทดสอบทางเดียวด้านมาก นั่นคือ เราจะปฏิเสธ H_0 และสรุปว่ามีความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ต่าง ๆ ถ้า

$$F_0 > F_{\alpha,\, a-1,\, N-a}$$

เมื่อ

F_0 ได้จากการคำนวณ

$F_{\alpha,\, a-1,\, N-a}$ ได้จากการเปิดตารางการแจกแจงแบบ F

ผลของการทดสอบ F-test จะบอกเราว่ามีเหตุผลเพียงพอหรือไม่ในการปฏิเสธสมมติฐานสูญ $H_0 : \tau_i = 0$ หรือมีค่าเท่ากันหรือทรีทเมนต์ทั้งหมดมีอิทธิพลเหมือนกัน

3.6 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว กรณีที่แต่ละทรีทเมนต์มีจำนวนตัวอย่างเท่ากัน

เราสามารถเขียนสูตรการคำนวณผลบวกกำลังสอง (sum of square) ได้ใหม่จากนิยามของ MS_{Tr} และ SS_{Total} คือ

$$SS_{Total} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N} \quad \text{ที่มี df} = N-1$$

$$SS_{Tr} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a} y_{i.}^2 - \frac{y_{..}^2}{N} \quad \text{ที่มี df} = a-1$$

$$SS_E = SS_T - SS_{Tr} \quad \text{ที่มี df} = N-a$$

การทดสอบสมมติฐานสรุปได้เป็นตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน ดังนี้

ตารางที่ 2.4 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียวที่มีจำนวนซ้ำเท่ากันทุกทรีทเมนต์

Source of variation	df	Sum of squares	Mean square	F_0
Treatments	a - 1	$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a} y_i^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$	$\frac{SS_{Tr}}{a-1}$	$\frac{MS_{Tr}}{MSE}$
Error	a(n – 1) = an – a = N – a	$SS_{Total} - SS_{Treatment}$ $\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}^2 - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a} y_{i.}^2$	$\frac{SS_E}{N-a}$	
Total	an – 1 = N - 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$		

เราแทน MS_E ด้วย s^2 และโดยทั่วไปมักจะใช้แทนเทอมของความคลาดเคลื่อน เนื่องจาก s^2 คือค่าเฉลี่ยขององค์ประกอบที่คำนวณมาจากประชากรหลายประชากร หรือทรีทเมนต์หลายทรีทเมนต์ ซึ่งเป็นค่าประมาณของความแปรปรวน σ^2 โดยที่มีข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนคือ ความแปรปรวนของค่าสังเกตในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากัน เท่ากับ σ^2 และ s^2 ก็คือค่าประมาณของ σ^2 ถ้าข้อตกลงเบื้องต้นนี้เป็นจริง ซึ่งการตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นนี้สามารถทดสอบโดยการทดสอบ Chi-square test of homogeneity

ค่าเฉลี่ยกำลังสองของทรีทเมนต์ หรือ MS_{Tr} คือค่าประมาณที่เป็นอิสระของ σ^2 เมื่อสมมติฐานสูญเป็นจริง ค่าสถิติ F เป็นค่าสัดส่วนของค่าประมาณที่เป็นอิสระ 2 ค่าของ σ^2 ตัวเดียวกัน

ค่าสถิติ F คำนวณจาก $\frac{MS_{Tr}}{MSE}$

4. ตัวอย่างการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว

ตัวอย่างที่ 1 การศึกษาอิทธิพลของอัตราปุ๋ยไนโตรเจนที่มีต่อมวลชีวภาพแห้งของแพงพวยฝรั่งพันธ์ดอกสีชมพูต้นสูงที่ปลูกบนชุดดินมาบบอน ผู้วิจัยคาดหมายว่าแพงพวยฝรั่งที่ได้รับอัตราปุ๋ยต่าง ๆ กัน จะมีมวลชีวภาพแห้งของส่วนเหนือดินแตกต่างกัน ผู้วิจัยศึกษาอัตราปุ๋ยไนโตรเจน 6 ระดับ คือ 0, 37.5, 75, 150, 300 และ 600 มก.N/กก.

ผู้วิจัยตัดสินใจทดสอบอัตราปุ๋ยไนโตรเจนแต่ละระดับกับกระถางต้นแพงพวย 4 กระถาง เป็นตัวอย่างการทดลองที่มีปัจจัยเดียวซึ่งมี 6 ระดับ เป็นการทำการทดลอง 4 ซ้ำ หน่วยทดลองคือ กระถาง มีทั้งหมด 24 กระถาง ค่าสังเกตที่วัดคือผลผลิตมวลชีวภาพแห้งของส่วนเหนือดินวัดเป็นกรัมต่อกระถาง การทดลองทั้ง 24 กระถาง เป็นไปอย่าง สุ่ม ทำได้โดยกำหนดตัวเลขประจำกระถางแล้วสุ่มกระถางให้กับแต่ละระดับของอัตราปุ๋ยไนโตรเจน ดังนี้

อัตราปุ๋ยไนโตรเจน	ตัวเลขลำดับของกระถาง
0	19, 9, 10, 1
37.5	4, 3, 12, 21
75	14, 11, 18, 8
150	13, 15, 5, 6
300	7, 17, 24, 16
600	22, 23, 20, 2

การสุ่มกระถางเป็นสิ่งจำเป็นทำเพื่อป้องกันอิทธิพลของตัวแปรภายนอกที่ไม่ทราบว่ามีอยู่หรือไม่หรือไม่สามารถควบคุมได้ในระหว่างการทดลอง

ผู้วิจัยทำการทดลองแล้วเก็บผลผลิตมวลชีวภาพแห้งส่วนเหนือดินวัดเป็นกรัมต่อกระถาง แสดงในตาราง

ตารางที่ 2.6 ข้อมูลน้ำหนักมวลชีวภาพแห้งของแพงพวยฝรั่งพันธ์ดอกสีชมพูต้นสูง

อัตราปุ๋ยไนโตรเจน (มก.N/กก.)	**ซ้ำ 1**	**2**	**3**	**4**	**ผลรวม $y_{i\cdot}$**	**ค่าเฉลี่ย $\bar{y}_{i\cdot}$**
0	2.301	4.065	4.046	4.254	14.666	3.667
37.5	9.657	9.507	12.399	10.233	41.796	10.449
75	19.697	18.585	19.200	15.625	73.107	18.277
150	33.094	30.142	36.975	31.367	131.578	32.895
300	51.770	54.607	56.978	54.452	217.807	54.452
600	85.652	78.025	81.460	81.512	326.649	81.662

$y_{..} = 805.603$

$\bar{y}_{..} = 33.567$

วิธีทำ

1) สมมติฐานทางสถิติที่ต้องการทดสอบ

เราใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu_6$

คู่กับ $H_1 : \mu_i \neq \mu_j$; อย่างน้อยที่สุด 1 คู่ที่ $i \neq j$

2) สร้างตัวแบบสถิติของการทดลอง

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

$i = 1, 2, \ldots, 6$; $j = 1, 2, 3, 4$

เมื่อ y_{ij} คือ ข้อมูลน้ำหนักมวลชีวภาพของแพงพวยฝรั่งที่ได้รับทรีทเมนต์ i ทำการทดลองซ้ำที่ j

μ คือ ค่าเฉลี่ยทั้งหมดของข้อมูลน้ำหนักมวลชีวภาพแห้งของประชากรทั้งหมด

τ_i คือ อิทธิพลของทรีทเมนต์อัตราปุ๋ยไนโตรเจนระดับ i

ε_{ij} คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่มของการทดลอง

ข้อมูลอยู่ในตารางที่ 2.6

กำหนดให้

y_{ij} แทน ค่าสังเกตตัวที่ j ของทรีทเมนต์ที่ i โดยที่ i = 1, 2, … , a และ j = 1, 2, … , n

$y_{i\cdot}$ แทน ผลรวมของทรีทเมนต์ที่ i โดยที่ . หมายความว่าค่าสังเก ทั้งหมด

ของทรีทเมนต์ที่ i ถูกรวมเป็นผลรวมนี้โดยที่ $y_{i\cdot} = \sum_{j=1}^{n} y_{ij}$

$\bar{y}_{i\cdot}$ แทน ค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตทั้งหมดของทรีทเมนต์ที่ i

โดยที่ $\bar{y}_{i\cdot} = \sum_{j=1}^{n} y_{ij} / n$

$y_{\cdot\cdot}$ แทน ผลรวมของค่าสังเกตทั้งหมด โดยที่ $y_{\cdot\cdot} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}$

a แทน จำนวนทรีทเมนต์ ในที่นี้คือ 6

n แทน จำนวนซ้ำของแต่ละทรีทเมนต์ ในที่นี้คือ 4

3) คำนวณค่าผลบวกกำลังสอง (sum of square)

คำนวณค่า correction term (CT)

$$CT = \frac{y_{\cdot\cdot}^2}{N}$$

$$= \frac{(805.603)^2}{24}$$

$$= 27041.507$$

คำนวณค่าผลบวกกำลังสองทั้งหมด total corrected sum of square (SS_{Total})

$$SS_{Total} = \sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{4} y_{ij}^2 - CT$$

$$= (2.301)^2 + (4.065)^2 + \ldots + (81.512)^2 - \frac{(805.603)^2}{24}$$

$$= 44776.995 - 27041.507$$

$$= 17735.488$$

คำนวณค่าผลบวกกำลังสองของทรีทเมนต์ (treatment sum of square ; SS_{Tr})

$$SS_{Tr} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{6} y_{i.}^2 - CT$$

$$= \frac{1}{4}[(14.666)^2 + \ldots + (326.649)^2] - CT$$

$$= 44689.714 - 27041.507$$

$$= 17648.207$$

คำนวณค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (error sum of square ; SS_E)

$$SS_E = SS_T - SS_{Tr}$$

$$= 17735.488 - 17648.207$$

$$= 87.281$$

หรืออาจคำนวณได้จากสูตรคือ

$$SS_E = \sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{4} y_{ij}^2 - \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{6} y_{i.}^2$$

$$= 44776.995 - 44689.714$$

$$= 87.281$$

บางครั้งอาจเรียก SS_E ว่า within groups sum of square หรือ residual sum of square และบางครั้งอาจเรียก SS_{Tr} ว่า between หรือ among groups sum of squares ด้วยเหมือนกัน

4) คำนวณค่าเฉลี่ยกำลังสอง (mean square)

(1) คำนวณค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (error mean square) เขียนแทนด้วย MS_E แทนได้ด้วย s^2 หมายถึง เทอมความคลาดเคลื่อนทั่วไปซึ่งคิดจากค่าเฉลี่ยของหลายประชากร หรือหลายทรีทเมนต์ เป็นค่าประมาณของความแปรปรวนค่าหนึ่ง คือ σ^2 ซึ่งได้แก่ค่าความแปรปรวนที่เป็นค่าเดียวกันของทรีทเมนต์ต่าง ๆ ในการทดลองซึ่งเป็นข้อตกลงเบื้องต้นข้อหนึ่งของการวิเคราะห์ความแปรปรวน การทดสอบข้อตกลงเบื้องต้นข้อนี้สามารถทดสอบได้โดยการทดสอบความเท่ากันของความ

แปรปรวน (test of homogeneity of variances) สถิติทดสอบคือ Chi-Square ซึ่งจะอธิบายภายหลังในการตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวน

การคำนวณค่า MS_E โดยการหาร SS_E ด้วยจำนวนชั้นอิสระของเทอมความคลาดเคลื่อนคือ

$$MS_E = \frac{SS_E}{df_E}$$

$$= \frac{87.281}{18}$$

$$= 4.849$$

(2) คำนวณค่าเฉลี่ยกำลังสองของทรีทเมนต์ (treatment mean square) เขียนแทนด้วย MS_{Tr} ซึ่งก็เป็นค่าประมาณของ σ^2 ด้วยเหมือนกัน เมื่อสมมติฐานสูญ $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_a$ เป็นจริง

การคำนวณค่า MS_{Tr} โดยการหาร SS_{Tr} ด้วยจำนวนชั้นอิสระของเทอมทรีทเมนต์คือ

$$MS_{Tr} = \frac{SS_{Tr}}{df_{Tr}}$$

$$= \frac{17648.207}{5}$$

$$= \mathbf{3529.641}$$

5) คำนวณค่าสถิติ F ซึ่งเป็น สัดส่วนของตัวประมาณค่า σ^2 ทั้ง 2 ตัวประมาณคือ MS_{Tr} และ MS_E คือ

$$F = \frac{MS_{Tr}}{MSE}$$

$$= \frac{3529.641}{4.849}$$

$$= \mathbf{727.911}$$

6) การตัดสินใจเกี่ยวกับผลการวิเคราะห์ความแปรปรวน

ทำการเปรียบเทียบค่าสถิติ F ที่ได้จากการคำนวณ กับค่าสถิติ F ที่ได้จากการเปิดตารางเปอร์เซ็นไทล์ของการแจกแจงแบบเอฟ ที่จำนวนชั้นอิสระเท่ากับ 5 และ 18 ซึ่ง

เท่ากับ 2.77 และ 4.25 ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และ .01 ตามลำดับ เนื่องจากค่าสถิติ F ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าสถิติ F ที่เปิดจากตารางที่ระดับนัยสำคัญ .01 จึงสรุปได้ว่า จากผลการทดลองมีหลักฐานเพียงพอที่แสดงว่ามีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่าง ค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ต่าง ๆ หมายถึง ทรีทเมนต์หรือกลุ่มต่าง ๆ ไม่ได้มาจากประชากร ต่าง ๆ ที่มีพารามิเตอร์ μ ค่าเดียวกัน

ตารางที่ 2.7 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลน้ำหนักมวลชีวภาพแห้งของแพงพวยฝรั่ง
พันธ์ดอกสีชมพูต้นสูง

Source of Variation	**Degree of Freedom**	**Sum of Square**	**Mean Square**	F_0
อัตราปุ๋ยไนโตรเจน	5	17648.207	3529.641	727.916
Error	18	87.281	4.849	
Total	23	17735.488		

จากการเปิดตาราง $F_{.05(5, 18)} = 2.77$ และ $F_{.01(5, 18)} = 4.25$ สรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่า อิทธิพลของอัตราปุ๋ยไนโตรเจนระดับต่าง ๆ นั้นทำให้ผลผลิตมวลชีวภาพแห้งของแพงพวยฝรั่งพันธ์ดอกสีชมพูต้นสูงแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญ .05

5. การประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบสถิติและความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน

ตัวแบบสถิติที่มีปัจจัยเดียว

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

การประมาณค่าเป็นจุดของค่าเฉลี่ยทั้งหมด และอิทธิพลของทรีทเมนต์คือ

ค่าประมาณของค่าเฉลี่ยทั้งหมดคือ $\hat{\mu} = \bar{y}_{..}$

ค่าประมาณของอิทธิพลของทรีทเมนต์คือ $\hat{\tau}_i = \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}$; $i = 1, 2, \ldots,$ a

เนื่องจาก $\mu_i = \mu + \tau_i$

ดังนั้นการประมาณค่าเป็นจุดของ μ_i คือ

$$\hat{\mu}_i = \hat{\mu} + \hat{\tau}_i$$

$$= \bar{y}_{..} + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) = \bar{y}_{i.}$$

ถ้าสมมติว่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติจะได้ว่า $\bar{y}_{i.}$ คือ NID(μ_i, σ^2/n)

นั่นคือ ความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยของแต่ละทรีทเมนต์เขียนแทนได้ด้วย

$$\sigma^2_{\bar{y}_{i.}} = \frac{\sigma^2}{n} \text{ ประมาณค่าด้วย } S^2_{\bar{y}_{i.}} = \frac{MS_E}{n}$$

ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานประมาณค่าจาก

$$S_{\bar{y}_{i.}} = \sqrt{\frac{MS_E}{n}}$$

ดังนั้น ถ้าทราบ σ^2 เราสามารถใช้การแจกแจงแบบปกติในการกำหนดช่วงความเชื่อมั่นโดยใช้ MS_E เป็นค่าประมาณของ σ^2 เราจะหาช่วงความเชื่อมั่นจากการแจกแจง t ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น 100(1 - α)% ของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ i (μ_i) คือ

$$\left[\bar{y}_{i.} \pm t_{\alpha/2, N-a}\sqrt{MS_E / n}\right]$$

และช่วงความเชื่อมั่น 100(1 - α)% ของความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์คู่ใด ๆ (μ_i - μ_j)

คือ

$$\left[\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{j.} \pm t_{\alpha/2, N-a}\sqrt{2MS_E / n}\right]$$

ตัวอย่างที่ 2 คำนวนหาค่าเฉลี่ยและอิทธิพลของทรีทเมนต์ของตัวอย่างที่ 1

วิธีทำ

1) ประมาณค่าเป็นจุดของค่าเฉลี่ยทั้งหมด และอิทธิพลของทรีทเมนต์ได้ดังนี้

ค่าประมาณของค่าเฉลี่ยทั้งหมด

$$\hat{\mu} = \bar{y}_{..}$$

$$= \frac{805.603}{24} = 33.567$$

ค่าประมาณของอิทธิพลของทรีทเมนต์ $\hat{\tau}_i = \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}$, i = 1, 2, …, a

$$\hat{\tau}_1 = \bar{y}_{1.} - \bar{y}_{..}$$
$$= 3.667 - 33.567$$
$$= -29.900$$
$$\hat{\tau}_2 = \bar{y}_{2.} - \bar{y}_{..}$$
$$= 10.449 - 33.567$$
$$= -23.118$$
$$\hat{\tau}_3 = \bar{y}_{3.} - \bar{y}_{..}$$
$$= 18.277 - 33.567$$
$$= -15.290$$
$$\hat{\tau}_4 = \bar{y}_{4.} - \bar{y}_{..}$$
$$= 32.895 - 33.56$$
$$= -0.672$$
$$\hat{\tau}_5 = \bar{y}_{5.} - \bar{y}_{..}$$
$$= 54.452 - 33.56$$
$$= 20.885$$
$$\hat{\tau}_6 = \bar{y}_{6.} - \bar{y}_{..}$$
$$= 81.662 - 33.56$$
$$= 48.095$$

2) คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (standard error) ของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์คือ $s_{\bar{y}_{i.}}$

$$s_{\bar{y}_{i.}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{4.849}{4}} = 1.101 \text{ กรัม}$$

คำนวณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์คู่ใด ๆ คือ s_d หรือ $s_{\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{j.}}$

$$s_{\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{j.}} = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \times 4.849}{4}} = 1.557 \text{ กรัม}$$

ใช้สำหรับการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างทรีทเมนต์ และใช้สำหรับการคำนวณช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ และช่วงความเชื่อมั่นของความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ต่าง ๆ

3) ค่าสัมประสิทธิ์ความผันแปร (coefficient of variability) ในการอธิบายปริมาณความผันแปรในประชากร มักใช้ค่าสัมประสิทธิ์ความผันแปร

$$CV = \frac{\sigma}{\mu}$$

ค่าประมาณของกลุ่มตัวอย่างคือ $CV = \dfrac{\sqrt{s^2}}{y..}$

เป็นการแสดงค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นสัดส่วนกับค่าเฉลี่ย บางครั้งก็แสดงเป็นค่าเปอร์เซ็นต์ ในการทดลองหนึ่งภายหลังจากที่มีการสรุปค่าสถิติ วิธีการหนึ่งที่อาจใช้ตัดสินความสำเร็จของการทดลองนั้นได้ส่วนหนึ่ง จากการดูที่ค่า CV ในตัวอย่างการทดลองหนึ่ง ถึงแม้ว่าค่าเฉลี่ยของผลตอบสนองและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน มีความเปลี่ยนแปลงตามพื้นที่และฤดูกาล ค่า CV มักจะอยู่ระหว่าง 5% และ 15% ค่าที่อยู่นอกช่วงนี้จะทำให้ผู้วิจัยได้ทำการตรวจสอบว่าอาจมีความผิดพลาดในการคำนวณ หรืออาจมีเหตุผิดปกติบางอย่างเกิดขึ้นในการทดลอง ถ้าในการทดลองอื่นซึ่งมีการวัดค่าแบบเดียวกันรายงานค่า CV น้อยกว่าอีกการทดลองหนึ่งมาก ๆ มันอาจจำเป็นต้องหาเหตุผลว่าทำไม เนื่องจากอาจช่วยแนะนำแนวทางที่จะเพิ่มความถูกต้องของการวัดในการทดลองนั้นได้

คำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความผันแปร (coefficient of variability) หรือ CV คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ จากสูตร

$$CV = \frac{\sqrt{s^2}}{\bar{y}..} \times 100 = \frac{\sqrt{4.849}}{33.567} = 6.56\%$$

4) การหาช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ และช่วงความเชื่อมั่นของความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ต่าง ๆ

(1) $100(1 - \alpha)\%$ ช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ (μ_i) คือ

$$\left[\bar{y}_{i}. \pm t_{\alpha/2,\,N-a} \cdot \sqrt{\frac{s^2}{n}}\right]$$

คำนวณหาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ เมื่อ $\alpha = .05$ โดยการประมาณค่าจากสูตร

$$\left(\bar{y}_{i}. \pm t_{\alpha/2,N-a}\sqrt{MS_{E}/n}\right)$$

ช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ 1 คำนวณจาก

$$\left(3.667 \pm (2.101)\sqrt{4.849/4}\right) = (3.667 \pm 2.313)$$

ได้ 95% ช่วงความเชื่อมั่นคือ $1.354 \le \mu_1 \le 5.980$

ช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ 2 คำนวณจาก

$$\left(10.449 \pm (2.101)\sqrt{4.849/4}\right) = (10.449 \pm 2.313)$$

ได้ 95% ช่วงความเชื่อมั่นคือ $8.136 \le \mu_2 \le 12.762$

ช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ 3 คำนวณจาก

$$\left(18.277 \pm (2.101)\sqrt{4.849/4}\right) = (18.277 \pm 2.313)$$

ได้ 95% ช่วงความเชื่อมั่นคือ $15.964 \le \mu_3 \le 20.590$

ช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ 4 คำนวณจาก

$$\left(32.895 \pm (2.101)\sqrt{4.849/4}\right) = (32.895 \pm 2.313)$$

ได้ 95% ช่วงความเชื่อมั่นคือ $30.582 \le \mu_4 \le 35.208$

ช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ 5 คำนวณจาก

$$\left(54.452 \pm (2.101)\sqrt{4.849/4}\right) = (54.452 \pm 2.313)$$

ได้ 95% ช่วงความเชื่อมั่นคือ $52.139 \le \mu_5 \le 56.765$

ช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ 6 คำนวณจาก

$$\left(81.662 \pm (2.101)\sqrt{4.849/4}\right) = (81662 \pm 2.313)$$

ได้ 95% ช่วงความเชื่อมั่นคือ $79.349 \le \mu_6 \le 83.975$

(2) $100(1-\alpha)\%$ ช่วงความเชื่อมั่นของความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ต่าง ๆ คือ

$$\left[\left(\bar{y}_{i}. - \bar{y}_{j}.\right) \pm t_{\alpha/2, N-a} \cdot \sqrt{\frac{2s^2}{n}}\right]$$

ดังนั้นคำนวณหาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์คู่ ใด ๆ ยกตัวอย่างเช่น ความแตกต่างของทรีทเมนต์ที่ 1 และ 2 โดยการประมาณค่าจากสูตร คือ

$$(10.449 - 3.667) \pm 2.101\sqrt{(2 \times 4.849)/4} = (6.782 \pm 3.271)$$

ได้ 95% ช่วงความเชื่อมั่นคือ $3.511 \le (\mu_2 - \mu_1) \le 10.053$

6. การตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบสถิติ

การวิเคราะห์ความแปรปรวนได้แบ่งความแปรปรวนของข้อมูลออกเป็นส่วน ๆ และใช้การแบ่งความแปรปรวนในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของ ทรีทเมนต์ต่าง ๆ การวิเคราะห์ความแปรปรวนนี้มีข้อตกลงเบื้องต้นคือ

1) ตัวแบบสถิติมีความเหมาะสมกับข้อมูล ในที่นี้ตัวแบบสถิติที่สนใจศึกษาคือ ตัวแบบสถิติของการออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

2) ความคลาดเคลื่อนของการทดลองมีความเป็นอิสระกันและมีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และมีความแปรปรวนเท่ากับค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่าคือ σ^2

ถ้าข้อตกลงเบื้องต้นเป็นจริงจะทำให้การทดสอบสมมติฐาน ที่ใช้การวิเคราะห์ความแปร ปรวนในการทดสอบมีความถูกต้อง ดังนั้นก่อนที่จะเชื่อผลการวิเคราะห์ความแปรปรวน จึงควรตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นก่อน

6.1 การตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบสถิติ

โดยพิจารณาจากค่า R^2 จากสูตร

$$R^2 = \frac{SS_{\text{ตัวแบบสถิติ}}}{SS_{Total}}$$

ผลบวกกำลังสองของตัวแบบสถิติในการวิเคราะห์ความแปรปรวนที่ออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ คือ ผลบวกกำลังสองของทรีทเมนต์ดังนั้น

$$SS_{\text{ตัวแบบสถิติ}} = SS_{Tr}$$

$$= 17648.207$$

และ

$$R^2 = \frac{17648.207}{17735.488}$$

$$= 0.9950$$

หมายความว่าตัวแบบสถิตินี้สามารถอธิบายความแปรปรวนในข้อมูลได้ประมาณ 99.5% แสดงว่าตัวแบบสถิตินี้มีความเหมาะสมกับข้อมูลดีมาก

6.2 การตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้น

การวิเคราะห์ข้อตกลงเบื้องต้นโดยการวิเคราะห์เศษตกค้าง (residual analysis) โดยที่เศษตกค้าง e เป็นค่าประมาณของความคลาดเคลื่อน เราจึงมักเรียกว่า ความคลาดเคลื่อน e กำหนด ให้ความคลาดเคลื่อนของค่าสังเกต ตัวที่ j ในทรีทเมนต์ที่ i แทนด้วย e_{ij} เท่ากับผลต่างระหว่างค่าสังเกตของตัวแปรตามตัวที่ ij กับค่าประมาณของตัวแปรตามตัวที่ ij

$$e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij}$$

เมื่อ $\hat{y}_{ij}$ คือ ค่าประมาณของค่าสังเกต y_{ij} หาได้โดย

$$\hat{y}_{ij} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_i$$

$$= \bar{y}_{..} + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})$$

$$= \bar{y}_{i.}$$

จะได้ว่า ค่าประมาณของค่าสังเกตใด ๆ ในทรีทเมนต์ที่ i คือ ค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์นั้น ทุกครั้งที่ทำการวิเคราะห์ความแปรปรวนควรทำการตรวจสอบความคลาดเคลื่อนด้วย ถ้าตัวแบบสถิติเหมาะสมกับข้อมูล ความคลาดเคลื่อนจะไม่มีรูปแบบ

6.2.1 การตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับการแจกแจงแบบปกติของความคลาดเคลื่อน

การตรวจสอบความเป็นปกติของข้อมูลทำได้ 2 วิธี คือ

1) โดยวิธีกราฟ

2) โดยวิธีการทดสอบทางสถิติ ด้วยการทดสอบไคสแควร์ เป็นต้น

แต่ในบทนี้จะอธิบายเฉพาะวิธีกราฟ การตรวจสอบความเป็นปกติของข้อมูล

สามารถทำโดยการพล็อตกราฟฮิสโตแกรมของความคลาดเคลื่อน ถ้าข้อตกลงเบื้องต้นที่ว่า $\varepsilon_{ij} \sim NID(0, \sigma^2)$ เป็นจริง จะได้กราฟของเซ็ตของความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีจุดกึ่งกลางอยู่ที่ศูนย์ แต่ถ้าข้อมูลจำนวนน้อยจะเห็นไม่ชัด สามารถทำได้อีกวิธีหนึ่ง คือ การพล็อตกราฟความน่าจะเป็นแบบปกติ (Normal Probability) ของความคลาดเคลื่อน ถ้าการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนเป็นแบบปกติ กราฟจะได้เส้นตรง นอกจากนี้ยังสามารถใช้โปรแกรม SPSS ช่วยพล็อตกราฟ Normal P-P Plot ได้ด้วย

ตัวอย่างที่ 3 การตรวจสอบความเป็นปกติของความคลาดเคลื่อนโดยการพล็อตกราฟความน่าจะเป็นแบบปกติของความคลาดเคลื่อนจากตัวอย่างที่ 1

วิธีทำ

1) คำนวณหาความคลาดเคลื่อนทุกตัวจากสูตร

$$e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij}$$

ได้ค่าของความคลาดเคลื่อนแต่ละตัวดังนี้

e_{11} = 2.301 - 3.667 = -1.366

e_{12} = 4.065 - 3.667 = 0.3980

e_{13} = 4.046 - 3.667 = 0.3790

e_{14} = 4.254 - 3.667 = 0.587

e_{21} = 9.657 - 10.449 = -0.792

e_{22} = 9.507 - 10.449= -0.942

e_{23} = 12.399 - 10.449 = 1.950

e_{24} = 10.233 - 10.449 = -0.216

$$e_{31} = 19.697 - 18.277 = 1.420$$
$$e_{32} = 18.585 - 18.277 = 0.308$$
$$e_{33} = 19.200 - 18.277 = 0.923$$
$$e_{34} = 15.625 - 18.277 = -2.652$$
$$e_{41} = 33.094 - 32.895 = 0.199$$
$$e_{42} = 30.142 - 32.895 = -2.753$$
$$e_{43} = 36.975 - 32.895 = 4.080$$
$$e_{44} = 31.367 - 32.895 = -1.528$$
$$e_{51} = 51.770 - 54.452 = -2.682$$
$$e_{52} = 54.607 - 54.452 = 0.155$$
$$e_{53} = 56.978 - 54.452 = 2.526$$
$$e_{54} = 54.452 - 54.452 = 0.000$$
$$e_{61} = 85.652 - 81.662 = 3.990$$
$$e_{62} = 78.025 - 81.662 = -3.637$$
$$e_{63} = 81.460 - 81.662 = -0.202$$
$$e_{64} = 81.512 - 81.662 = -0.150$$

สรุปลงในตารางความคลาดเคลื่อนได้ดังนี้

ตารางที่ 2.8 ความคลาดเคลื่อนทุกค่าของตัวอย่างที่ 1

อัตราปุ๋ยไนโตรเจน	**ความคลาดเคลื่อน (j)**				$\hat{y}_{ij} = \bar{y}_{i.}$
(มก.N/กก.)	**1**	**2**	**3**	**4**	
0	-1.366	0.398	0.379	0.587	3.667
37.5	-0.795	-0.942	1.950	-0.216	10.449
75	1.420	0.308	0.923	-2.652	18.277
150	0.199	-2.753	4.080	-1.528	32.895
300	-2.682	0.155	2.526	0.000	54.452
600	3.990	-3.637	-0.202	-0.150	81.662

2) เรียงลำดับความคลาดเคลื่อนแต่ละตัวจากน้อยไปหามาก

3) คำนวณหาความน่าจะเป็นสะสมที่จุด k (Cumulative Probability Point) จากสูตร

$$P_k = \left(k - \frac{1}{2}\right) / N$$

เมื่อ k คือลำดับที่ของความคลาดเคลื่อนแต่ละตัวที่เรียงลำดับแล้ว

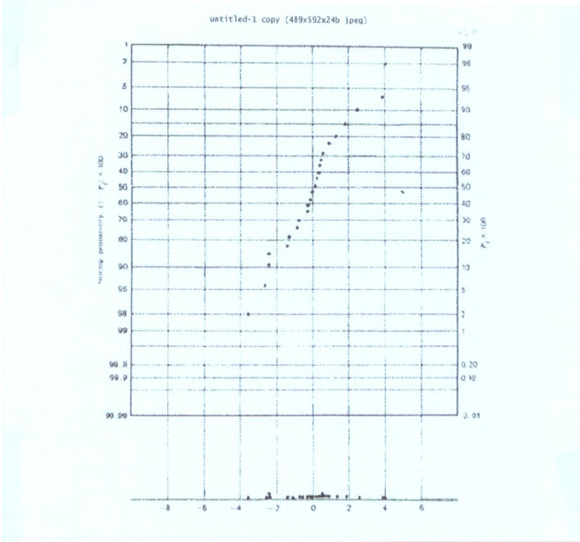
ตารางที่ 2.9 ค่าความคลาดเคลื่อนที่เรียงจากน้อยไปมาก และค่าความน่าจะเป็นสะสม (P)

ลำดับที่ (k)	**ความคลาดเคลื่อน**	**P**	**ลำดับที่**	**ความคลาดเคลื่อน**	**P**
1	-3.637	0.0208	13	0.155	0.5208
2	-2.753	0.0625	14	0.199	0.5625
3	-2.682	0.1042	15	0.308	0.6042
4	-2.652	0.1458	16	0.379	0.6458
5	-1.528	0.1875	17	0.398	0.6875
6	-1.366	0.2292	18	0.587	0.7292
7	-0.942	0.2708	19	0.923	0.7708
8	-0.792	0.3125	20	1.420	0.8125
9	-0.216	0.3542	21	1.950	0.8542
10	-0.202	0.3958	22	2.526	0.8958
11	-0.150	0.4375	23	3.990	0.9375
12	0.000	0.4792	24	4.080	0.9792

แล้วเราจะได้ค่าของ z_i ซึ่ง $P(Z < z_i) = P_k$

ถ้าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ กราฟของความคลาดเคลื่อนลำดับที่ k คู่กับ z_i ซึ่งหาค่าได้จากตารางการแจกแจงปกติมาตรฐาน

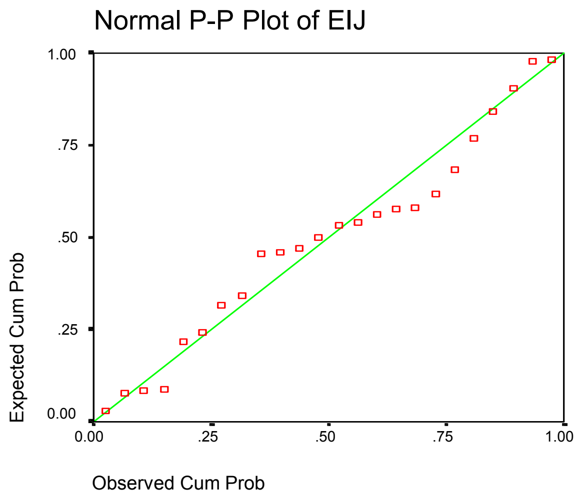
4) พล็อตกราฟความน่าจะเป็นแบบปกติ $(1 - P_k) \times 100$ กับ $P_k \times 100$ จะได้กราฟดังภาพที่ 2.2

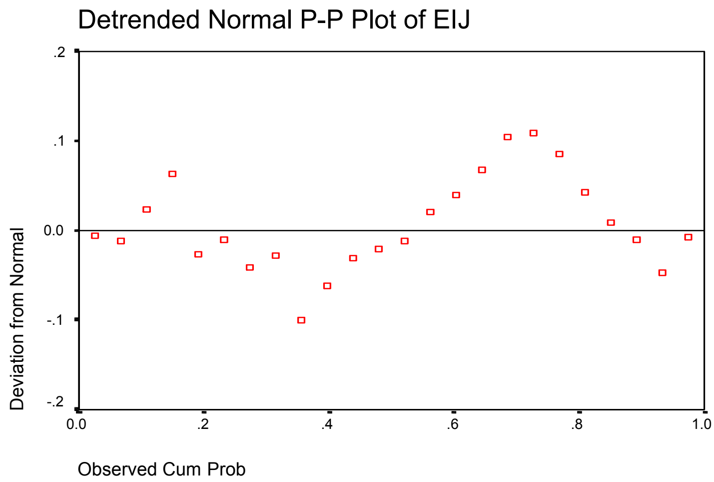


ภาพที่ 2.2 กราฟความน่าจะเป็นแบบปกติ และไดอาแกรมจุดของความคลาดเคลื่อน แสดงการแจกแจงของความคลาดเคลื่อน

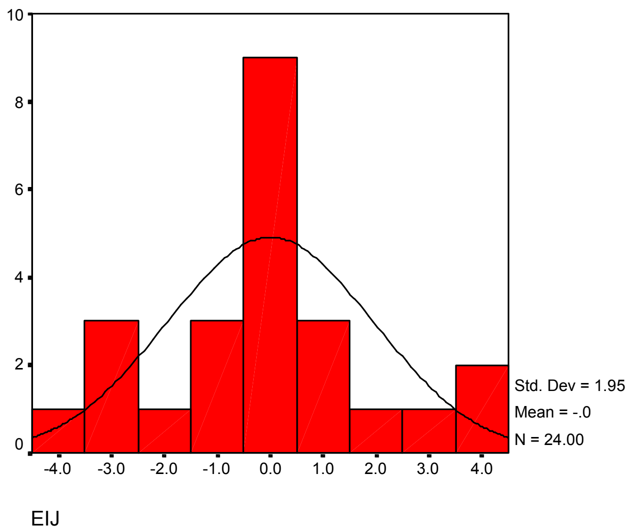
นอกจากนี้เราสามารถใช้โปรแกรม SPSS for Window ช่วยในการพล็อตกราฟได้ โดยเลือกกราฟ normal p-p plot และกราฟฮีสโตแกรม ซึ่งจะได้ผลดังภาพที่ 2.2, 2.3 ตามลำดับ

กราฟ normal p-p plot ของความคลาดเคลื่อน โดยการพล็อตกราฟค่าความคลาดเคลื่อนที่สังเกตได้จากการทดลองในแกนนอน คู่กับค่าคาดหวังภายใต้การแจกแจงแบบปกติในแกนตั้ง ถ้าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติแล้ว การพล็อตจุดต่าง ๆ บนกราฟจะอยู่บนเส้นตรง ซึ่งหมายความว่า ค่าความคลาดเคลื่อนที่สังเกตได้คล้ายกันกับค่าที่ได้จากค่าคาดหวังภายใต้การแจกแจงแบบปกติ ถ้ามีความผันแปรของจุดใด ๆ จากเส้นตรง จะแสดงว่ามีความผันแปรจากความเป็นปกติ ดังนั้นถ้ากราฟ p-p plot เป็นกราฟของจุดต่าง ๆ เหมือนงูเลื้อยไหลห่างจากเส้นตรง และแสดงว่าข้อมูลมีความผันแปรจากความเป็นปกติ ดังภาพที่ 2.3





ภาพที่ 2.3 กราฟ normal p-p plot ของความคลาดเคลื่อน และกราฟแสดงการเบี่ยงเบนของความคลาดเคลื่อนแบบปกติ



ภาพที่ 2.4 กราฟฮีสโตแกรมแสดงการแจกแจงของความคลาดเคลื่อน

จากภาพผลการพล็อตกราฟ normal p-p plot และกราฟฮีสโตแกรมของความคลาดเคลื่อน แสดงว่าข้อมูลมีความผันแปรจากความเป็นปกติ

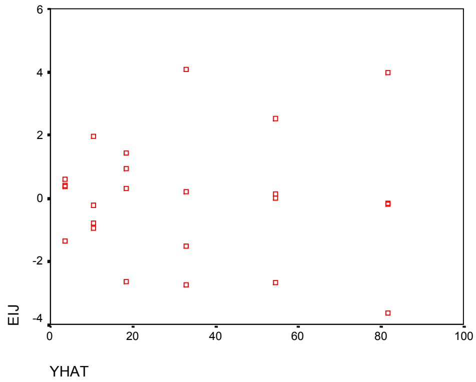
6.2.2 การตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับความเท่ากันของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

1) การตรวจสอบความเท่ากันของความแปรปรวนโดยใช้วิธีการพล็อตกราฟการกระจายของค่าความคลาดเคลื่อน (e_{ij}) กับค่าประมาณของค่าสังเกต $\left(\hat{y}_{ij}\right)$

ถ้าตัวแบบสถิติถูกต้อง และข้อตกลงเบื้องต้นเป็นจริง กราฟการกระจายที่ได้จะไม่มีรูปแบบ แสดงว่าความคลาดเคลื่อนไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรใด ๆ ที่มีอิทธิพลรวมอยู่ในค่าประมาณของค่าสังเกตที่คำนวณได้จากตัวแบบสถิติ หมายความว่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนคงที่

ตัวอย่างการพล็อตกราฟการกระจายของความคลาดเคลื่อน (e_{ij}) กับค่าประมาณของค่าสังเกต $\left(\hat{y}_{ij}\right)$ ของข้อมูลน้ำหนักมวลชีวภาพแห้งของแพงพวยฝรั่งพันธ์ดอกสีชมพูต้นสูง โดยใช้โปรแกรม SPSS ช่วยในการพล็อตกราฟ จะได้กราฟดังภาพที่ 2.5 ถ้าผลการพล็อตกราฟที่ได้พบว่าการกระจายของจุดไม่เป็นระบบ ไม่มีรูปแบบที่แน่นอน คือ ค่า e_{ij} กระจายอยู่รอบ ๆ ค่า 0 ไม่ว่าค่า $\widehat{y}_{ij}$ จะเปลี่ยนแปลงไปก็ตาม แสดงว่าความ

แปรปรวนของความคลาดเคลื่อนคงที่ แต่ถ้าพบว่าค่า e_{ij} มีการกระจายอย่างมีรูปแบบ แสดงว่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนไม่คงที่ระหว่างทรีทเมนต์ต่าง ๆ นั่นคือเกิดปัญหา heterogeneity



ภาพที่ 2.5 กราฟของค่าความคลาดเคลื่อนกับค่าประมาณของค่าสังเกตที่คำนวณได้จากตัวแบบสถิติ

ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนไม่เท่ากับค่าคงที่ เกิดขึ้นได้เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบไม่ปกติ มีการเบ้เพราะว่าความแปรปรวนเป็นฟังก์ชันของค่าเฉลี่ย แก้ไขได้โดยอาจใช้วิธีการแปลงข้อมูล เช่น แปลงค่าของข้อมูลให้อยู่ในรูปของ log เป็นต้น แล้วจึงวิเคราะห์ความแปรปรวนข้อมูลที่แปลงแล้วนั้นอีกครั้ง

2) การตรวจสอบความเท่ากันของความแปรปรวนโดยใช้วิธีการทดสอบทางสถิติ

นอกจากการพล็อตกราฟเพื่อตรวจสอบความเท่ากันของความแปรปรวนแล้ว ยังมีวิธีทดสอบทางสถิติที่นิยมใช้กันมากคือ การทดสอบ Bartlett's test สมมติฐานทางสถิติที่ต้องการทดสอบคือ

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_a^2$$

$$H_1 : \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2 \quad \text{อย่างน้อย 1 คู่ เมื่อ } i \text{ ไม่เท่ากับ } j$$

สถิติทดสอบ คือ

$$\chi_0^2 = 2.3026\ \frac{q}{c}$$

เมื่อ $q = (N - a)\log S_p^2 - \sum_{i=1}^{a} (n_i - 1)\log S_i^2$

$$c = 1 + \frac{1}{3(a-1)}\left(\sum_{i=1}^{a} (n_i - 1)^{-1} - (N-a)^{-1}\right)$$

$$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{a} (n_i - 1)\, S_i^2}{N - a}$$

และ S_p^2 คือ ความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างของประชากรที่ i

ในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติเราจะตัดสินใจปฏิเสธ H_0 เมื่อค่าสถิติที่คำนวณได้ X_0^2 มีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ $\chi^2_{\alpha,a-1}$

เมื่อ $\chi^2_{\alpha,a-1}$ คือจุด α เปอร์เซนต์ทางด้านมากของการแจกแจงไคสแควที่มี df เท่ากับ a-1

7. การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว กรณีที่แต่ละทรีทเมนต์มีจำนวนตัวอย่างไม่เท่ากัน

กรณีที่แต่ละทรีทเมนต์มีขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน อาจเกิดขึ้นเนื่องจากระหว่างการทดลอง มีบางหน่วยทดลองสูญหายไป หรือข้อมูลสูญหาย เสียหาย ซึ่งส่งผลถึงความถูกต้องของการประมาณค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ เนื่องจากการที่ทรีทเมนต์หนึ่งมีหน่วยทดลองมากกว่าอีก ทรีทเมนต์หนึ่ง จะเป็นสาเหตุให้ค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์หนึ่งที่ประมาณได้มีความเที่ยงตรงมากกว่าอีก ทรีทเมนต์หนึ่ง เนื่องจากความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยเท่ากับ σ^2/n เมื่อ n คือจำนวนหน่วยทดลองของทรีทเมนต์นั้น

ตัวการทดลองเรื่อง การตรวจพบอาการ Phlebitis ด้วย Amiodarone Therapy [จาก Kuehl (1994)] Phlebitis คือการอักเสบของเส้นโลหิตดำ ซึ่งอาจเกิดขึ้นได้เมื่อให้ยา เราเชื่อว่ายาที่ให้เป็นปัจจัยหลักที่ทำให้เกิดการอักเสบ แต่อาจเป็นไปได้ว่าส่วนผสมของยาเป็นตัวทำให้เกิดการอักเสบสมมุติฐานการวิจัย คืออุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงของเนื้อเยื่อบริเวณนั้นน่าจะเป็นสัญญาณบอกล่วงหน้าว่าจะเกิดการอักเสบขึ้น ผู้วิจัยกำหนดทรีทเมนต์ 3 อย่าง

ให้แก่สัตว์ทดลอง คือ 1. Amiodarone และส่วนผสมของยา 2. ส่วนผสมของยาอย่างเดียว 3. น้ำเกลือ โดยที่น้ำเกลือ เป็นทรีทเมนต์คอนโทรล วัตถุประสงค์คือ ต้องการเปรียบเทียบผลระหว่าง การให้ยา กับไม่ให้ยา และส่วนผสมของยาก็เป็นทรีทเมนต์คอนโทรล คือ ต้องการเปรียบเทียบผลระหว่างตัวยา Amiodarone กับส่วนผสมของยาอย่างเดียว สัตว์ทดลองคือกระต่าย จัดทรีทเมนต์ให้กระต่ายโดยสุ่ม คือกระต่ายทุกตัวมีโอกาสได้รับทรีทเมนต์ต่าง ๆ เท่ากันเป็นการออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ การให้ทรีทเมนต์ทำโดยใช้เข็มแทงเข้าไปในเส้นเลือดดำ บนหูข้างหนึ่งของกระต่าย แล้ววัดอุณหภูมิที่เพิ่มขึ้นของหูที่ได้รับทรีทเมนต์ ลบ อุณภูมิของหูอีกข้างหนึ่งที่ไม่ได้รับทรีทเมนต์ เป็นค่าสังเกตของตัวแปรตาม โดยวัดจากกระต่ายที่ยังเหลืออยู่ หลังจากการให้ทรีทเมนต์ไปแล้ว 4.5 ชั่วโมง ได้ข้อมูลดังแสดงในตารางที่ 2.10

ตารางที่ 2.10 ความแตกต่างของอุณหภูมิของหูของกระต่าย ($^{\circ}$C)

		Amiodarone และ ยา	**ยา**	**น้ำเกลือ**	
		2.2	0.3	0.1	
		1.6	0.0	0.1	
		0.8	0.6	0.2	
		1.8	0.0	-0.4	
		1.4	-0.3	0.3	
		0.4	0.2	0.1	
		0.6		0.1	
		1.5		-0.5	
		0.5			
	n_i	9	6	8	$N = \sum_{i=1}^{a} n_i = 23$
total	($y_{i\bullet}$)	10.8	0.8	0.0	$y_{\bullet\bullet} = 11.6$
Mean	($\bar{y}_{i\bullet}$)	1.20	0.13	0.00	$\bar{y}_{\bullet\bullet} = 0.50$

ตัวแบบทางสถิติของการทดลองคือ

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad ; \; i = 1, 2, \ldots a \; ; \; j = 1, 2, \ldots, n$$

เมื่อ n_i คือ จำนวนซ้ำของกลุ่มหน่วยทดลองที่ได้รับทรีทเมนต์ที่ i
N คือ จำนวนค่าสังเกตทั้งหมดในการทดลอง

7.1 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว

ตารางที่ 2.11 การวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับการวางแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ กรณีที่แต่ละทรีทเมนต์มีจำนวนซ้ำไม่เท่ากัน

Source of Variafion	df	Sum of Square	Mean Square
Treatments	a - 1	$\sum_{i=1}^{a} n_i(\bar{y}_{i\bullet}-\bar{y}_{\bullet\bullet})^2$	MSTr
Error	N - a	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n_i}(y_{ij}-\bar{y}_{i\bullet})^2$	MSE
Total	N - 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n_i}(y_{ij}-\bar{y}_{\bullet\bullet})^2$	

เมื่อ n_i คือ จำนวนซ้ำของทรีทเมนต์กลุ่ม i เป็นเหมือนตัวถ่วงน้ำหนักของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของการทดลองได้รวมเอาผลบวกกำลังสองของภายในกลุ่มทรีทเมนต์ไว้ด้วย และอิทธิพลของทรีทเมนต์คือ

$$\tau_i = (\mu_i - \bar{\mu}_\bullet)$$

เมื่อ $\bar{\mu}_\bullet = \sum_{i}^{a} n_i\mu_i / N$ ซึ่งจากนิยามของค่าเฉลี่ยผลของทรีทเมนต์ คือ $\sum_{i}^{a} n_i(\mu_i - \bar{\mu}_\bullet) = 0$

จากการใช้โปรแกรม SPSS ช่วยในการคำนวณ ได้ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนข้อมูลความแตกต่างของอุณหภูมิที่หูกระต่าย แสดงในตารางที่ 2.11 และ วิธีการคำนวณอธิบายต่อไป

ตารางที่ 2.12 การวิเคราะห์ความแปรปรวนข้อมูลความแตกต่างของอุณหภูมิ

Source of Variation	**df**	**Sum of Square**	**Mean Square**	**F_O**	**Pvalue**
TMT	2	7.2162	3.6081	16.58	0.000
Error	20	4.3533	0.2177		
Total	22	11.5696			

วิธีการคำนวณ

$$CT = \frac{y_{..}^2}{N} = \frac{11.6^2}{23}$$

$$SS_T = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 - CT = 17.42 - 5.85$$

$$= 11.57$$

$$SS_{Tr} = \sum_{i=1}^{a} \frac{y_{i.}^2}{n_i} - CT = \frac{10.8^2}{9} + \frac{0.8^2}{6} + \frac{0.0^2}{8} - CT$$

$$= 13.07 - CT = 7.22$$

$$SS_E = SS_T - SS_{Tr}$$

$$= 11.57 - 7.22$$

$$= 4.35$$

สมมติฐานทางสถิติที่ต้องการทดสอบ คือ

$H_O : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ คู่กับ $H_1 : \mu_i \neq \mu_j$ อย่างน้อยที่สุด 1 คู่ที่ $i \neq j$

การคำนวณค่าสถิติทดสอบ $F_0 = MS_{Tr} / MS_E = 3.6081 / 0.2177 = 16.58$ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.5$ ค่าวิกฤติที่เปิดจากตารางคือ $F_{.05\,,\,2,20} = 3.49$ ดังนั้นค่า F_0 ที่คำนวณได้มากกว่าค่าวิกฤติ $F_{.05\,,\,2,20}$

จึงสรุปได้ว่าปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ .05 นั่นคือ มีความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ต่าง ๆ อย่างมีนัยสำคัญ

7.2 ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์

ประมาณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์จากสูตร

$$S_{\bar{y}_{1.}} = \sqrt{\frac{MSE}{n_i}}$$

การคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ 1, 2 และ 3 ตามลำดับคือ

$$S_{\bar{y}_{1.}} = \sqrt{\frac{0.2177}{9}} = 0.156$$

$$S_{\bar{y}_{2.}} = \sqrt{\frac{0.2177}{6}} = 0.190$$

$$S_{\bar{y}_{3.}} = \sqrt{\frac{0.2177}{8}} = 0.165$$

ความแตกต่างของความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยของแต่ละทรีทเมนต์ แสดงให้เห็นถึงความถูกต้องของการประมาณค่าจะลดลงเมื่อข้อมูลบางตัวหายไปจากการทดลอง เช่น ทรีทเมนต์ที่ 2 ที่มีจำนวนซ้ำเท่ากับ 6 มีความคลาดเคลื่อน 19% มากกว่าทรีทเมนต์ที่ 1 ซึ่งมีจำนวนซ้ำเท่ากับ 9

8. การหาขนาดของกลุ่มตัวอย่างหรือจำนวนซ้ำในการทดลอง

พลังของการทดสอบสมมติฐาน (power of a test of hypothesis) คือ ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นเท็จ เมื่อสมมุติฐานที่ทดสอบคือ $H_0 : \tau_i = 0$ ค่าสถิติทดสอบคือ $F_0 = MS_{Tr} / MSE$ พลังของการทดสอบคือ $(1 - \beta)$ ดังนั้น $1 - \beta = P(F_0 > F_{\alpha}, \upsilon_1, \upsilon_2 \mid H_0$ เป็นเท็จ) ทั้งนี้เพราะเมื่อ H_0 เป็นเท็จ ตัวสถิติ F_0 มีการแจกแจงแบบ non - central F ซึ่งมี df เท่ากับ υ_1 และ υ_2 และมี noncentrality parameter

$$\lambda = n\sum_{i=1}^{a} \tau_i^2 / \sigma^2$$

ถ้า H_0 เป็นจริงแล้ว $\lambda = 0$ และ F_0 จะมีการแจกแจงแบบ central F

มีตารางที่คำนวณหาค่าพลังของสถิติทดสอบ F ไว้ให้แล้ว ซึ่งคำนวณมาจากระดับนัยสำคัญ α , $(1 - \beta)$, df υ_1 และ υ_2 และ ϕ ซึ่งเป็นฟังก์ชั่นของ noncentrality parameter มีสูตรคือ

$$\phi = \sqrt{\frac{\lambda}{a}} = \sqrt{\frac{n\sum_{i=1}^{a}\tau_i^2}{a\sigma^2}}$$

ตารางแสดงพลังของสถิติทดสอบ F อยู่ ในตาราง F test power curves for fixed effects model analysis of variance ในภาคผนวก เราใช้ตารางนี้ในการประมาณจำนวนซ้ำ จากค่าที่กำหนดให้ต่อไปนี้ α , 1 - β , σ^2 , υ_1 , υ_2 และคำนวณหา ϕ ได้โดยกำหนดให้ $\tau_i = (\mu_i - \bar{\mu}.)$ แล้วจึงคำนวณค่า ϕ ตามสูตรข้างต้น

ตัวอย่างที่ 4 ต้องการหาจำนวนซ้ำของการทดลองยาที่รักษาอาการอักเสบของเส้นโลหิตดำที่ใช้กระต่ายเป็นสัตว์ทดลอง วัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบทรีทเมนต์ต่าง ๆ ที่มี 3 ทรีทเมนต์ ในการทดลอง ดังนั้น a = 3 และจำนวนซ้ำของการทดลองคือ n โดยผู้วิจัยต้องการให้มีพลังของการทดสอบเท่ากับ .90 ที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ .05

วิธีทำ

ถ้าในการทดลองได้ค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ทั้งหมด $(\bar{\mu}.)$ เท่ากับ 0.3 °C และค่าเฉลี่ยของ ทรีทเมนต์ที่ 1, 2 และ 3 คือ 0.8 °C , 0.1 °C และ 0°C ตามลำดับ เราสามารถคำนวณหาอิทธิพลของทรีทเมนต์ได้คือ

$$\hat{\tau}_1 = \bar{\mu}_1 - \bar{\mu}.. = 0.8 - 0.3 = 0.5$$

$$\hat{\tau}_2 = \bar{\mu}_2 - \bar{\mu}.. = 0.1 - 0.3 = -0.2$$

$$\hat{\tau}_3 = \bar{\mu}_3 - \bar{\mu}.. = 0.0 - 0.3 = -0.3$$

ดังนั้น $\sum_{i=1}^{a} \tau_i^2 = 0.38$

จากตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนได้ว่า MSE ซึ่งเป็นค่าประมาณของ σ^2 เท่ากับ 0.22 ดังนั้นสามารถคำนวณค่า ϕ ได้คือ

$$\phi^2 = \frac{n\sum_{i=1}^{a}\tau_i^2}{a\sigma^2}$$

$$= \frac{n(0.38)}{3(0.22)}$$

$$= n(0.58)$$

เมื่อจะไปเปิดตาราง F test power curves for fixed effects model analysis of varience ต้องกำหนดค่าต่อไปนี้ก่อน

$$\upsilon_1 = (a-1) = 2 , \quad \upsilon_2 = a(n-1) = 3(n-1) , \quad \alpha = .05$$

ถ้าทดลองให้ $n = 5$ จะได้ค่า $\phi = \sqrt{2.9} = 1.7$

และจะได้ค่า $\upsilon_2 = 12$ แล้วจึงเปิดตาราง F test power curves for fixed effects model analysis of variance จะได้พลังของการทดสอบประมาณ .65 ซึ่งน้อยกว่าที่ต้องการคือ .90

ดังนั้นลองเพิ่ม $n = 9$ จะได้ค่า $\phi = \sqrt{5.22} = 2.3$ และจะได้ค่า $\upsilon_2 = 24$

เปิดตาราง F test power curves for fixed effect model analysis of variance จะได้พลังของการทดสอบมากกว่า .90 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า แต่ละทรีทเมนต์ควรมีจำนวนซ้ำเท่ากับ 9 หน่วยทดลอง จึงจะมีพลังของการทดสอบอย่างน้อย .90

9. การวิเคราะห์ความแปรปรวนของตัวแบบสถิติที่มีอิทธิพลแบบสุ่ม (The Random Effects Model)

ถ้าปัจจัยที่สนใจศึกษามีจำนวนระดับที่เป็นไปได้ทั้งหมดจำนวนมาก ในการทดลองผู้วิจัยจึงทำการสุ่มระดับของปัจจัยที่ศึกษามา a ระดับจากประชากรของระดับทั้งหมดของปัจจัย เช่นนี้เราจะเรียกปัจจัยนี้ว่าปัจจัยสุ่ม เพราะระดับของปัจจัยที่ศึกษาถูกเลือกมาโดยการสุ่ม ดังนั้นผลการทดลองจึงสามารถสรุปอ้างอิงไปถึงประชากรของระดับทั้งหมดของปัจจัยนั้นได้

ตัวแบบสถิติเชิงเส้นตรงที่มีอิทธิพลแบบสุ่มคือ

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \in_{ij} \quad ; \quad i = 1, 2, \ldots, a \; ; \; j = 1, 2, \ldots, n$$

เมื่อ τ_i และ $\in_{ij}$ เป็นตัวแปรเชิงสุ่ม

ถ้า τ_i มีความแปรปรวนเท่ากับ σ_τ^2 และเป็นอิสระกับ $\in_{ij}$ ดังนั้นจะได้ว่าความแปรปรวนของค่าสังเกตตัวใดตัวหนึ่งคือ

$$V(y_{ij}) = \sigma_\tau^2 + \sigma^2$$

ซึ่งเรียกว่า**องค์ประกอบของความแปรปรวน** และเรียกตัวแบบสถิติว่า **ตัวแบบสถิติที่มีอิทธิพลสุ่ม** การทดสอบสมมติฐานของตัวแบบสถิตินี้มี**ข้อตกลงเบื้องต้น** คือ

1. $\in_{ij} \sim NID(0, \sigma^2)$
2. $\tau_i \sim NID(0, \sigma_\tau^2)$
3. τ_i และ $\in_{ij}$ เป็นอิสระกัน

การคำนวณผลบวกกำลังสองเราแบ่งความแปรปรวนทั้งหมดของค่าสังเกตออกเป็น 2 ส่วน คือ ความแปรปรวนระหว่าง ทรีทเมนต์ (SS_{Tr}) กับความแปรปรวนภายในทรีทเมนต์ (SS_E) เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$SS_T = SS_{Tr} + SS_E$$

สมมติฐานทางสถิติที่ต้องการทดสอบคือ ไม่มีอิทธิพลของทรีทเมนต์แต่ละตัว เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า

$$H_0 : \sigma_\tau^2 = 0 \quad \text{คู่กับ} \quad H_1 : \sigma_\tau^2 > 0$$

ถ้า $\sigma_\tau^2 = 0$ หมายความว่าทุกทรีทเมนต์ไม่แตกต่างกัน แต่ถ้า $\sigma_\tau^2 > 0$ หมายความว่ามีความแปรปรวนระหว่างทรีทเมนต์ และเราทราบว่า $\frac{SS_{Tr}}{\sigma^2}$ มีการแจกแจงแบบไคสแควที่มี จำนวนชั้นอิสระเท่ากับ a - 1 และ τ_i และ $\in_{ij}$ เป็นตัวแปรเชิงสุ่มที่เป็นอิสระกัน ดังนั้นภายใต้สมมติฐานสูญ $H_0 : \sigma_\tau^2 = 0$ จะได้ว่า

$$F_0 = \frac{\dfrac{SS_{Tr}}{a-1}}{\dfrac{SS_E}{N-a}}$$

$$= \frac{MS_{Tr}}{MS_E}$$

ซึ่งมีการแจกแจงแบบ F และ จำนวนชั้นอิสระ เท่ากับ (a - 1) และ (N - a)

การหาค่าคาดหมายของค่าเฉลี่ยกำลังสอง (expected mean square) เพื่อใช้อธิบายการทดสอบสมมุติฐานมีสูตรคือ

$$E(MS_{Tr}) = \frac{1}{a-1} E(SS_{Tr})$$

$$= \frac{1}{a-1} E\left[\sum_{i=1}^{a} \frac{y_{i\bullet}^2}{n} - \frac{y_{\bullet\bullet}^2}{N}\right]$$

$$= \frac{1}{a-1} E\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\left(\sum_{j=1}^{n} \mu + \tau_i + \in_{ij}\right)^2 - \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} \mu + \tau_i + \in_{ij}\right)^2\right]$$

$$= \frac{1}{a-1}\left[N\mu^2 + N\sigma_\tau^2 + a\sigma^2 - N\mu^2 - n\sigma_\tau^2 - \sigma^2\right]$$

$$= \sigma^2 + n\sigma_\tau^2$$

และ $E(MS_E) = \sigma^2$ (แสดงไว้แล้ว)

การสรุปผลการทดสอบสมมติฐานเราจะตัดสินใจปฏิเสธ H_0 ถ้า F_0 ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤติที่เปิดจากตาราง $F_{\alpha, a-1, N-a}$

การประมาณค่าองค์ประกอบของความแปรปรวน (σ^2 และ σ_τ^2) ในตัวแบบสถิติหาได้จาก

$$MS_{Tr} = \sigma^2 + n\sigma_\tau^2$$

และ

$$MS_E = \sigma^2$$

ดังนั้นค่าประมาณขององค์ประกอบของความแปรปรวนคือ

$$\hat{\sigma}^2 = MS_E$$

และ

$$\hat{\sigma}_\tau^2 = \frac{MS_{Tr} - MS_E}{n}$$

ตัวอย่างที่ 5 การทดลองของโรงงานทอผ้าแห่งหนึ่ง [จาก Montgomery (1997)] มีเครื่องจักรทอผ้าจำนวนมาก เขาอยากให้เครื่องทอผ้าเหล่านี้ไม่มีความแตกต่างกันเพื่อจะได้ทอผ้าที่มีคุณภาพเดียว กัน วิศวกรผู้ควบคุมการทอผ้าสงสัยว่าเครื่องทอผ้าเหล่านี้มีค่าความแปรปรวนเกี่ยวกับคุณภาพของผ้าภายในกลุ่มตัวอย่างที่ผลิตมาจากเครื่องทอผ้าเครื่องเดียวกันหรือไม่ และสงสัยว่าอาจจะมีความแปรปรวนเกี่ยวกับคุณภาพของผ้าที่ผลิตมาจากเครื่องทอผ้าคนละเครื่อง วิธีการทดลอง ผู้วิจัยทำการสุ่มเครื่องทอผ้าในโรงงานนั้นมา 4 เครื่อง ให้เครื่องทอผ้าแต่ละเครื่องทำงานทอผ้าตามแบบที่กำหนด 4 ชิ้น โดยให้ลำดับ

ของการทดลองเป็นไปอย่างสุ่ม เก็บข้อมูลโดยวัดค่าความเหนียวของเส้นใยผ้าที่ทอได้ ได้ข้อมูลดังตารางที่ 2.13

ตารางที่ 2.13 ข้อมูลค่าความเหนียวของเส้นใยผ้าที่ได้จากเครื่องทอผ้าต่าง ๆ 4 เครื่อง

เครื่องทอผ้า	**ชิ้นผ้า**				**ผลรวม**
	1	**2**	**3**	**4**	
1	98	97	99	96	390
2	91	90	93	92	366
3	96	95	97	95	383
4	95	96	99	98	388

$y_{..} = 1527$

วิธีทำ

1) ทดสอบสมมติฐานทางสถิติด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวน

สมมติฐานทางสถิติที่ต้องการทดสอบคือ $H_0 : \sigma_\tau^2 = 0$ คู่กับ $H_1 : \sigma_\tau^2 > 0$
การวิเคราะห์ความแปรปรวนของตัวแบบสถิติที่มีอิทธิพลแบบสุ่มทำเหมือนกับการวิเคราะห์ความแปรปรวนของตัวแบบสถิติที่มีอิทธิพลแบบกำหนดดังอธิบายแล้วสรุปได้เป็นตารางที่ 2.14

ตารางที่ 2.14 การวิเคราะห์ความแปรปรวนข้อมูลความเหนียวของเส้นใยผ้า

Source of Variation	**Sum of Square**	**df**	**Mean Square**	**F_0**	**P - value**
เครื่องทอผ้า	89.19	3	29.73	15.68	< .001
Error	22.75	12	1.90		
Total	111.94	15			

ได้ผลการวิเคราะห์สรุปว่าเครื่องทอผ้าทั้งหลายในโรงงานมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

2) ประมาณค่าของความแปรปรวนได้คือ

$$\hat{\sigma}^2 = 1.90$$

$$\hat{\sigma}_\tau^2 = \frac{29.73 - 1.90}{4} = 6.96$$

ดังนั้น ความแปรปรวนของความเหนียวของเส้นใยผ้าประมาณได้โดย

$$\hat{\sigma}^2 + \hat{\sigma}_\tau^2 = 1.90 + 6.96 = 8.86$$

3) ถ้าข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติและเป็นอิสระกันแล้ว $\frac{(N-a)MS_E}{\sigma^2}$ มีการแจกแจงแบบไคสแควที่มีจำนวนชั้นอิสระ เท่ากับ N - a ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น 100 (1 - α) % ของ σ^2 หาได้จากสูตร

$$\frac{(N-a)MS_E}{\chi^2_{\alpha/2, N-a}} \le \sigma^2 \le \frac{(N-a)MS_E}{\chi^2_{1-(\alpha/2), N-a}}$$

แบบฝึกหัดบทที่ 2

จงตอบคำถามต่อไปนี้ในข้อ 1 – 4

ก. จงเขียนตัวแบบสถิติของการทดลอง พร้อมอธิบายแต่ละเทอม

ข. จงประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบสถิติ และความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน

ค. จงตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบสถิติโดยการวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อน

ง. จงตรวจสอบความเท่ากันของความแปรปรวนด้วยการทดสอบสถิติ

จ. จงวิเคราะห์ความแปรปรวนของการทดลองและสรุปผลการทดลอง

ฉ. จงหาจำนวนซ้ำในการทดลองที่ทำให้พลังของการทดสอบ .90 ที่ระดับนัยสำคัญ .05

1. นที เจนประเสริฐ (2538) ทำการศึกษาเรื่อง การขุนแกะด้วยอาหารสมบูรณ์รูป วัตถุประสงค์เพื่อศึกษาค่าสัมประสิทธิ์การย่อยได้ของโภชนะฟางข้าวปรุงแต่งยูเรีย โดยแบ่งแกะ ลูกผสมพันธ์เมอริโนกับพันธ์พื้นเมือง อายุประมาณ 1 ปี น้ำหนัก 20 – 22 กิโลกรัม จำนวน 12 ตัว ออกเป็น 3 กลุ่มเท่า ๆ กัน โดยสุ่มเตรียมแกะถ่ายพยาธิภายนอกและภายในทุกตัวและนำ ขึ้นกรงทดลอง เลี้ยงแกะด้วยฟางข้าวปรุงแต่งยูเรียที่มีระดับของยูเรีย 3 ระดับ คือ ร้อยละ 4 ร้อยละ 5 และร้อยละ 6 แกะแต่ละกลุ่มจะได้รับฟางข้าวปรุงแต่งยูเรียที่มีระดับยูเรียระดับใด ให้เป็นไปโดยสุ่ม แล้วเก็บข้อมูลใน 10 วันสุดท้ายของการทดลอง คำนวณค่าประสิทธิภาพ การย่อยได้ของโปรตีน ได้ผลการทดลองดังตาราง

ตาราง การย่อยได้ของโปรตีนรวมของแกะที่ได้รับฟางข้าวปรุงแต่งยูเรียแตกต่างกัน

ฟางข้าวปรุงแต่งยูเรีย	แกะ			
	1	2	3	4
ร้อยละ 4	22.36	22.94	22.54	23.28
ร้อยละ 5	27.01	33.69	30.70	26.20
ร้อยละ 6	38.47	37.73	34.27	42.76

2. พิมาน เหลาะเหม (2538) ทำการศึกษาเรื่องผลของอาหารผสมที่มีโปรตีนต่างระดับต่อการ เจริญเติบโตและจำนวนรอดของลูกปลากราย มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาจำนวนรอดของลูก ปลากรายที่เลี้ยงด้วยอาหารผสมที่มีโปรตีนในระดับที่ต่างกัน การเตรียมอาหารทดลอง อาหาร ที่ใช้เป็นอาหารผสมจำนวน 5 สูตร แต่ละสูตรมีส่วนประกอบที่ต่างกันไป กำหนดให้สูตรที่ 1 – 5 มีระดับโปรตีนเป็น 30 35 40 45 และ 50 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ และกำหนดให้อาหารทุกสูตรมีพลังงานที่ย่อยได้ 3400 กิโลแคลอรีต่อกิโลกรัม ส่วนอาหารสูตรที่ 6 เป็นปลาเป็ดสด บดละเอียด การเตรียมปลากรายที่ใช้ในการทดลองเป็นปลาที่เพาะพันธ์ได้จากสถานีประมงน้ำจืด จังหวัดลพบุรี อายุ 1 เดือน ขนาดลำตัวยาวประมาณ 5 เซนติเมตร แล้วจึงเริ่มฝึกให้กิน อาหารผสมที่มีโปรตีน 40% เป็นเวลา 3 สัปดาห์ แล้วจึงคัดปลาที่มีขนาดเท่า ๆ กัน จำนวน 540 ตัว เพื่อนำมาทดลองต่อไป เตรียมตู้ทดลองจำนวน 18 ตู้ เป็นตู้กระจกขนาด กว้าง × ยาว × สูง เท่ากับ 47 × 92 × 47 เซนติเมตร ใส่น้ำจากคลองชลประทานตู้ละ 80 ลิตร มีการให้ท่ออากาศตู้ละ 1 จุด ปล่อยปลาทดลองตู้ละ 30 ตัว (1 ตัวต่อน้ำ 2.67 ลิตร) ดำเนินการ

ทดลองโดยสุ่มตู้ ทดลอง 3 ตู้ ให้ได้รับอาหารผสมสูตรที่ 1 สุ่มตู้ทดลองอีก 3 ตู้ ให้ได้รับ อาหารผสมสูตรที่ 2 ทำต่อไปจนครบทั้ง 6 สูตร เมื่อปลาอายุครบ 2 เดือน เก็บข้อมูลอัตรารอด เป็นเปอร์เซ็นต์ได้ ข้อมูลดังตาราง

ตาราง ข้อมูลอัตรารอดเป็นเปอร์เซ็นต์ของลูกปลากรายที่เลี้ยงด้วยอาหารผสมที่มีโปรตีนใน ระดับต่างกัน

สูตรอาหารทดลอง	ตู้ปลา		
	1	2	3
1	63.333	70.000	70.000
2	53.333	73.333	60.000
3	80.000	70.000	86.667
4	80.000	66.667	73.333
5	56.667	66.667	73.333
6	86.667	63.333	80.000

3. สุชีพ สุนทรศร (2529) ทำการศึกษาเรื่อง อิทธิพลของการละลายหินฟอสเฟตโดยกิจกรรม ของจุลินทรีย์ที่เพิ่มออกซิเจนแก่กำมะถันที่มีต่อถั่วเหลือง มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาประสิทธิ ภาพ และประเมินกิจกรรมของเชื้อจุลินทรีย์ที่สามารถเพิ่มออกซิเจนให้แก่กำมะถันในการ ละลายหินฟอสเฟตให้เป็นประโยชน์ต่อถั่วเหลืองมากขึ้น การทดลองใช้ดินชุดกำแพงแสนใน การปลูกถั่วเหลืองพันธ์ สจ.4 ที่ได้มาจากศูนย์วิจัยพืชไร่เชียงใหม่ และใช้ปุ๋ยหินฟอสเฟตจาก เขาชะโงก จังหวัดเพชรบูรณ์ ซึ่งเป็นผงละเอียด และใช้เชื้อจุลินทรีย์จากชุดดินองครักษ์นำมา เตรียมเชื้อจุลินทรีย์สกุล Thiobacillus 2 ลักษณะคือ เชื้อจุลินทรีย์ที่ได้รับการกระตุ้นให้เจริญ เต็มที่ (E) และเชื้อจุลินทรีย์ที่ได้รับจากการบ่มดินองครักษ์ (I) ผู้วิจัยสนใจศึกษาทรีทเมนต์ 12 ทรีทเมนต์คือ

1. ดินชุดกำแพงแสน
2. ใส่หินฟอสเฟต
3. ใส่ผงกำมะถัน
4. ใส่หินฟอสเฟต + ผงกำมะถัน
5. ใส่เชื้อ I
6. ใส่เชื้อ I + หินฟอสเฟต
7. ใส่เชื้อ I + ผงกำมะถัน
8. ใส่เชื้อ I + หินฟอสเฟต + ผงกำมะถัน
9. ใส่เชื้อ E
10. ใส่เชื้อ E + หินฟอสเฟต
11. ใส่เชื้อ E + ผงกำมะถัน
12. ใส่เชื้อ E + หินฟอสเฟต + ผงกำมะถัน

ดำเนินการทดลองโดยนำชุดดินกำแพงแสนมาผึ่งให้แห้งในที่ร่มทุบให้ละเอียด แล้วใส่ ดินลงกระถาง ๆ ละ 8 กิโลกรัม จำนวน 48 กระถาง แล้วนำทรีทเมนต์คลุกกับดินในกระถาง โดยสุ่มทรีทเมนต์ละ 4 กระถาง ปลูกถั่วเหลืองพันธ์ สจ.4 กระถาง ๆ ละ 2 หลุม หลุมละ 2 ต้น เมื่อถั่วเหลืองงอกถอนให้เหลือกระถางละ 2 ต้น ดูแลรดน้ำวัน

ละ 2 ครั้ง เมื่อถั่วเหลือง แก่เต็มที่เก็บผลผลิตของถั่วเหลืองทั้ง 2 ต้น อบแห้งสนิท ชั่งน้ำหนักแห้งของฝักถั่วเหลืองของ แต่ละกระถางเป็นกรัมต่อกระถาง ได้ข้อมูลดังตาราง

ตาราง แสดงน้ำหนักฝักแห้งของถั่วเหลือง (กรัมต่อกระถาง) ที่ได้รับทรีทเมนต์แตกต่างกัน

ทรีทเมนต์	กระถาง			
	1	2	3	4
1. ดินชุดกำแพงแสน	25.30	27.01	24.48	25.96
2. ใส่หินฟอสเฟต	22.98	20.49	20.65	22.51
3. ใส่ผงกำมะถัน	15.66	15.10	14.08	12.96
4. ใส่หินฟอสเฟต + ผงกำมะถัน	17.55	17.01	18.91	18.47
5. ใส่เชื้อ I	23.26	22.99	25.74	22.97
6. ใส่เชื้อ I + หินฟอสเฟต	23.95	36.24	29.08	23.16
7. ใส่เชื้อ I + ผงกำมะถัน	14.93	17.32	17.86	16.12
8. ใส่เชื้อ I + หินฟอสเฟต + ผงกำมะถัน	21.97	21.73	16.18	16.95
9. ใส่เชื้อ E	21.42	24.60	24.42	26.50
10. ใส่เชื้อ E + หินฟอสเฟต	23.14	24.91	21.82	21.38
11. ใส่เชื้อ E + ผงกำมะถัน	17.51	19.49	14.38	15.93
12. ใส่เชื้อ E + หินฟอสเฟต + ผงกำมะถัน	19.48	22.61	19.78	20.17

4. กิตตินันท์ วรอนุวัฒนกุล (2529) ทำการศึกษาเรื่องอิทธิพลของระดับความเป็นกรดด่างที่มี ต่อการเปลี่ยนแปลงของเหล็ก แมงกานีส อลูมินัม ซัลเฟต ฟอสเฟต และผลผลิตของข้าวที่ปลูกในดินรังสิตกรดจัด วัตถุประสงค์เพื่อศึกษาอิทธิพลของระดับความเป็นกรดด่างที่มีต่อ ผลผลิตของข้าวที่ปลูกในดินรังสิตกรดจัด ผู้วิจัยสนใจศึกษาการใส่ปูนขาวเพื่อให้มีระดับ pH 4.0 4.1 4.4 5.0 5.4 5.7 6.1 6.4 6.6 7.1 ดำเนินการทดลองโดยนำตัวอย่างดินชุดดินรังสิต กรดจัดมาผึ่งลมให้แห้ง ทุบและย่อยให้ละเอียด คลุกเคล้ากันบรรจุดินใส่ถุงพลาสติก 30 ถุง ๆ 2 กิโลกรัม สุ่มถุงดินมาทีละ 3 ถุง ใส่ปูนขาวในอัตราต่าง ๆ จนครบทั้ง 10 ระดับ เพื่อปรับระดับ pH หลังจากนั้นปรับ

ระดับความชื้นของดินให้อยู่ในสภาพอิ่มตัวด้วยน้ำ ทำการบ่มไว้ 2 สัปดาห์ แล้ววัดระดับ pH ของดินว่าตรงตามต้องการหรือไม่ แล้วจึงนำมาทดลองปลูกข้าว เมื่อถึงอายุเก็บเกี่ยว 120 วัน ทำการเก็บเกี่ยวข้าว นำตอซังมาวิเคราะห์หาน้ำหนักแห้ง ได้ผลการทดลองดังตาราง

ตาราง น้ำหนักแห้งของตอซังข้าวที่ปลูกในดินรังสิตกรดจัดที่ใส่ปูนขาวให้มีระดับ pH

ต่างกัน

ความเป็นกรดด่างของดิน	กระถาง		
pH	1	2	3
4.0	22.5	22.5	22.4
4.1	20.9	20.5	17.6
4.4	22.4	22.7	20.5
5.0	23.5	27.6	23.6
5.4	26.5	24.5	22.6
5.7	26.3	26.8	26.6
6.1	25.7	27.4	23.8
6.4	25.1	25.1	24.6
6.6	25.3	25.6	25.0
6.7	24.3	24.4	23.2