บทที่ 3
การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์

จากการวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับตัวแบบสถิติที่มีปัจจัยแบบกำหนด ถ้าผลการวิเคราะห์สรุปว่าปฏิเสธสมมติฐานสูญ แสดงว่ามีความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ต่างๆ นั้น แต่ยังไม่ทราบว่าเป็นค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ใดที่แตกต่างไปจากทรีทเมนต์อื่น ๆ จึงต้องเปรียบเทียบระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์เหล่านั้น โดยแทนค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ i ด้วย $\mu_i = \mu + \tau_i$ และประมาณค่า μ_i ด้วย $\bar{y}_{i.}$ การเปรียบเทียบทำได้ทั้งแบบเปรียบเทียบกันทีละคู่ หรือเปรียบเทียบแบบเป็นกลุ่ม และเทอมที่ใช้ในการเปรียบเทียบใช้ได้ทั้งผลรวมของทรีทเมนต์ $(y_{i.})$ หรือค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ $(\bar{y}_{i.})$

1. การทดสอบคอนทรัสในการวิเคราะห์ความแปรปรวน

1.1 คอนทรัส (contrasts)

เมื่อผู้วิจัยมีข้อสงสัยมาก่อนทำการวิจัยบางอย่างซึ่งผู้วิจัยต้องกำหนดขึ้นก่อนการดำเนินการทดลอง โดยปกติบางสิ่งบางอย่างในการทดลองจะเป็นตัวบ่งชี้ว่าควรเปรียบเทียบระหว่างทรีทเมนต์ใดบ้าง ตัวอย่างเช่น ผู้วิจัยอาจมีข้อสงสัยมาก่อนแล้วว่าอัตราปุ๋ยไนโตรเจนระดับ 4 และ 5 น่าจะให้ผลผลิตมวลชีวภาพแห้งไม่แตกต่างกัน หมายความว่าเราต้องการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ $H_0 : \mu_4 = \mu_5$ คู่กับ $H_1 : \mu_4 \neq \mu_5$ ถ้าผู้วิจัยมีข้อสงสัยว่าค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ 2 และ 3 ไม่แตกต่างจากค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ 4 และ 5 หมายความว่า เราต้องการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ $H_0 : \mu_2 + \mu_3 = \mu_4 + \mu_5$ คู่กับ $H_1 : \mu_2 + \mu_3 \neq \mu_4 + \mu_5$ โดยทั่วไปการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่เราสนใจสามารถเขียนเป็นสมการ เรียกว่าคอนทรัส คือ

$$C = \sum_{i=1}^{a} c_i y_{i.}$$

หรือ

$$C = \sum_{i=1}^{a} c_i \bar{y}_{i.}$$

เมื่อ c_i คือ สัมประสิทธิ์ของคอนทรัส

a คือ จำนวนทรีทเมนต์

โดยที่ C จะมีคุณสมบัติเรียกว่าคอนทรัสได้เมื่อเป็นไปตามเงื่อนไขต่อไปนี้คือ

$$\sum_{i=1}^{a} c_i = 0$$

จากตัวอย่างข้างต้นได้คอนทรัสและสัมประสิทธิ์ของคอนทรัสดังนี้

คอนทรัสต์	สัมประสิทธิ์ของคอนทรัส
$C_1 = \bar{y}_{4.} - \bar{y}_{5.}$	(0 , 0 , 0 , 1 , -1 , 0)
$C_2 = \bar{y}_{2.} + \bar{y}_{3.} - \bar{y}_{4.} - \bar{y}_{5.}$	(0 , 1 , 1 , -1 , -1 , 0)

และถ้าคอนทรัส 2 สมการที่มีสัมประสิทธิ์ของสมการหนึ่งคือ c_i และอีกสมการหนึ่งคือ d_i จะเรียกว่า ออธอกอนอลคอนทรัส เมื่อเป็นไปตามเงื่อนไขต่อไปนี้คือ

$$\sum_{i=1}^{a} c_i d_i = 0$$

หรือถ้าจำนวนซ้ำในแต่ละทรีทเมนต์ไม่เท่ากัน

$$\sum_{i=1}^{a} n_i c_i d_i = 0$$

เมื่อ n_i คือ ขนาดกลุ่มตัวอย่างที่ i ซึ่งเท่ากันทุกกลุ่ม

การเลือกสัมประสิทธิ์ของคอนทรัสที่ออธอกอนอล ต้องกำหนดขึ้นก่อนการดำเนินการทดลอง ในการทดลองที่มี a ทรีทเมนต์ จะมีออธอกอนอลคอนทรัสที่เป็นไปได้จำนวน (a – 1) คอนทรัส ตัวอย่างเช่น ในการทดลองนี้มี 6 ทรีทเมนต์ จะมีออธอกอนอลคอนทรัสที่เป็นไปได้จำนวน 5 คอนทรัส ผู้วิจัยกำหนดคอนทรัสตามที่ต้องการ ดังนี้

คอนทรัส	สัมประสิทธิ์ของคอนทรัส
$C_1 = 2\bar{y}_{1.} - \bar{y}_{2.} - \bar{y}_{3.}$	(2 , -1 , -1 , 0 , 0 , 0)
$C_2 = \bar{y}_{2.} - \bar{y}_{3.}$	(0 , 1 , -1 , 0 , 0 , 0)
$C_3 = 2\bar{y}_{4.} - \bar{y}_{5.} - \bar{y}_{6.}$	(0 , 0 , 0 , 2 , -1 , -1)
$C_4 = \bar{y}_{5.} - \bar{y}_{6.}$	(0 , 0 , 0 , 0 , 1 , -1)
$C_5 = \bar{y}_{1.} + \bar{y}_{2.} + \bar{y}_{3.} - \bar{y}_{4.} - \bar{y}_{5.} - \bar{y}_{6.}$	(1 , 1 , 1 , -1 , -1 , -1)

สมมติฐานการทดสอบคอนทรัสในการวิเคราะห์ความแปรปรวนคือ

$H_0 : C_1 = 2\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 = 0$ คู่กับ $H_1 : C_1 \neq 0$

$H_0 : C_2 = \mu_2 - \mu_3 = 0$ คู่กับ $H_1 : C_2 \neq 0$

$H_0 : C_3 = 2\mu_4 - \mu_5 - \mu_6 = 0$ คู่กับ $H_1 : C_3 \neq 0$

$H_0 : C_4 = \mu_5 - \mu_6 = 0$ คู่กับ $H_1 : C_4 \neq 0$

$H_0 : C_5 = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 - \mu_4 - \mu_5 - \mu_6 = 0$ คู่กับ $H_1 : C_5 \neq 0$

สถิติทดสอบคือ

$$F = \frac{\text{MS contrast}}{\text{MSE}}$$

ที่มีจำนวนชั้นอิสระ df = 1 , 18 เราจะปฏิเสธ H_0 ถ้า $F > F_{.05,\,1,\,18}$

หรืออาจใช้สถิติทดสอบ $$t = \frac{C_i}{S_{C_i}}$$

เมื่อ S_C คือ ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของคอนทรัส มีสูตรคือ

$$S_{C_i} = \sqrt{\frac{\text{MSE}}{n_i}\left(\sum_i c_i^2\right)}$$

ซึ่งมีการแจกแจงแบบ t ที่มีจำนวนชั้นอิสระเท่ากับ $N - a = 24 - 6 = 18$ เราจะปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ถ้า $|t| > t_{.025;18} = 2.101$

1.2 การคำนวณความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของคอนทรัส

ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของคอนทรัสหาได้จาก

$$S_C^2 = s^2\left[\sum_{i=1}^{a} \frac{c_i^2}{n_i}\right]$$

$$= s^2\left[\frac{c_1^2}{n_1} + \frac{c_2^2}{n_2} + \ldots + \frac{c_a^2}{n_a}\right]$$

เมื่อ $s^2 = \text{MSE}$

ดังนั้น $$S_C = \sqrt{MSE\left(\sum_{i=1}^{a} c_i^2 / n_i\right)}$$

ถ้า n_i = จำนวนซ้ำของทรีทเมนต์ซึ่งเท่ากันทุกทรีทเมนต์

$$S_C^2 = \frac{s^2}{n}\left[C_1^2 + C_2^2 + \dots + C_a^2\right]$$

ดังนั้นความคลาดเคลื่อนมาตฐานของคอนทรัสคือ

$$s_C = \sqrt{\frac{MSE}{n_i}\left(\sum_{i=1}^{a} c_i^2\right)}$$

1.3 การคำนวณผลบวกกำลังสองของคอนทรัส

ผลบวกกำลังสองของคอนทรัส คือ

$$SS_C = \frac{\left(\sum_{i=1}^{a} c_i y_{i.}\right)^2}{\sum_{i=1}^{a} n_i c_i^2} \quad \text{หรือ} \quad \frac{n\left(\sum_{i=1}^{a} c_i \bar{y}_{i.}\right)^2}{\sum_{i=1}^{a} c_i^2}$$

มี df = 1

ถ้าจำนวนซ้ำในแต่ละทรีทเมนต์ไม่เท่ากัน

กำหนดให้ $\sum_{i=1}^{a} n_i c_i = 0$

ผลบวกกำลังสองของคอนทรัส คือ

$$SS_C = \frac{\left(\sum_{i=1}^{a} c_i y_{i.}\right)^2}{\sum_{i=1}^{a} n_i c_i^2} \quad \text{หรือ} \quad \frac{n\left(\sum_{i=1}^{a} c_i \bar{y}_{i.}\right)^2}{\sum_{i=1}^{a} c_i^2}$$

จำนวนชั้นอิสระของ SS_C คือ 1

การทดสอบคอนทรัสทำได้โดยการเปรียบเทียบผลบวกกำลังสองของคอนทรัสกับค่า MSE ค่าสถิติที่ได้มีการแจกแจงแบบ $F_{1, N-a}$

1.4 ตัวอย่าง

1.4.1 ตัวอย่าง การทดสอบคอนทรัสในการวิเคราะห์ความแปรปรวน

วิธีทำ 1) คำนวณค่าของคอนทรัส

$$C_1 = -2(3.667) + 1(10.449) + 1(18.277)$$

$$= 21.392$$

$$C_2 = -1(10.449) + 1(18.277)$$

$$= 7.828$$

$$C_3 = -2(32.895) + 1(54.452) + 1(81.662)$$

$$= 70.324$$

$$C_4 = -1(54.452) + 1(81.662)$$

$$= 27.21$$

$$C_5 = -1(3.667) - 1(10.449) - 1(18.277) + 1(32.895) + 1(54.452) + 1(81.662)$$

$$= 136.616$$

2) คำนวณผลบวกกำลังสองของคอนทรัส

$$SS_{C1} = \frac{4(21.392)^2}{(6)} = 305.078$$

$$SS_{C2} = \frac{4(7.828)^2}{(2)} = 122.555$$

$$SS_{C3} = \frac{4(70.324)^2}{(6)} = 3296.977$$

$$SS_{C4} = \frac{4(27.21)^2}{(2)} = 1480.768$$

$$SS_{C5} = \frac{4(136.616)^2}{(6)} = 12442.620$$

3) การทดสอบคอนทรัส

ผลบวกกำลังสองของคอนทรัสทั้ง 5 คอนทรัส แบ่งผลบวกกำลังสองของทรีทเมนต์ออกเป็น 5 ส่วนอย่างสมบูรณ์ คือ จำนวนชั้นอิสระของผลบวกกำลังสองของทรีทเมนต์เท่ากับ 5 และจำนวนชั้นอิสระของผลบวกกำลังสองของคอนทรัสเท่ากับ 1 การทดสอบแต่ละคอนทรัสในการวิเคราะห์ความแปร ปรวนแสดงในตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 การทดสอบคอนทรัสในการวิเคราะห์ความแปรปรวน

Source of Variation	**df**	**Sum of Square**	**Mean Square**	F_0
อัตราปุ๋ยไนโตรเจน	5	17648.207	3529.641	727.916*
ออธอกอนอลคอนทรัส				
C_1	1	305.078	305.078	62.916*
C_2	1	122.555	122.555	25.274*
C_3	1	3296.977	3296.977	679.929*
C_4	1	1480.768	1480.768	305.736*
C_5	1	12442.620	12442.620	2566.018*
Error	18	87.281	4.849	
Total	23	17735.488		

ค่าสถิติทดสอบที่ได้มีการแจกแจงแบบ F คือ $F_{.05,1,18} = 4.41$ และเนื่องจากค่าสถิติที่คำนวณได้ F_0 มากกว่าค่าวิกฤติ $F_{.05,1,18}$ ผลการวิเคราะห์คือ มีความแตกต่างระหว่างทรีทเมนต์ที่ 1 กับค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ 2 และ 3, ทรีทเมนต์ที่ 2 แตกต่างจากทรีทเมนต์ที่ 3, ทรีทเมนต์ที่ 4 แตกต่างจากค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ 5 และ 6, ทรีทเมนต์ที่ 5 แตกต่างจากทรีทเมนต์ที่ 6, และค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ 1, 2 และ 3 แตกต่างตากค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ 4, 5 และ 6 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .05

1.4.2 ตัวอย่างการกำหนดคอนทรัสต์

จากตัวอย่างการทดลองเกี่ยวกับอิทธิพลของซัลเฟอร์ในการควบคุมรอยแผลของผลมะเขือเทศ (จากตัวอย่างในหนังสือ Experimental Design Cochran ; 1957, p.96-100) วัตถุประสงค์ของการใช้ซัลเฟอร์คือ เพื่อเพิ่มความเป็นกรดในดิน ซึ่งจะทำให้รอยแผลจางหายไป ผู้วิจัยสนใจศึกษาปริมาณซัลเฟอร์ 4 ระดับ คือ 0, 300, 600 และ 1200 ปอนด์ต่อเอเคอร์ และสนใจวิธีการใส่ซัลเฟอร์ 2 แบบ คือ แบบแรกใส่ในก้นหลุม และแบบที่สองใส่คลุมบนดิน ดังนั้นจึงมีทั้งหมด 7 ทรีทเมนต์ ดำเนินการทดลองโดยการหว่านซัลเฟอร์ด้วยมือบนผิวดิน และการใส่ไว้ในก้นหลุมลึก 4 นิ้ว แล้วเก็บข้อมูลเป็นจำนวนรอยแผล โดยการตรวจสอบจากมะเขือเทศ 100 ลูก ที่สุ่มมาจากแต่ละแปลง แล้วให้คะแนนมะเขือเทศแต่ละลูก จาก 0-100% แล้วหาค่าเฉลี่ย ได้ข้อมูลดังตาราง

ตาราง จำนวนรอยแผลบนผลมะเขือเทศ และแผนผังการจัดแปลงที่ออกแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

F3 9	0 12	S6 18	F12 10	S6 24	S12 17	SC 30	F6 16
0 10	S3 7	F12 4	F6 10	S3 21	0 24	0 29	S6 12
F3 9	S12 7	F6 18	0 30	F6 18	S12 16	F3 16	F12 4
S3 9	0 18	S12 17	S6 19	0 32	F12 5	0 26	F3 4

วิธีการใส่ซัลเฟอร์มี 2 แบบ คือ F = รองก้อนหลุม
S = หว่านบนผิวดิน

ปริมาณใส่ซัลเฟอร์มี 4 ระดับ คือ 0 = คอนโทรล 3 = 300, 6 = 600
12 = 1200 ปอนด์ต่อเอเคอร์

สรุปเป็นตารางข้อมูลได้ดังนี้

ตาราง ข้อมูลจำนวนรอยแผลบนผลมะเขือเทศที่ให้ทรีทเมนต์แตกต่างกัน 7 ทรีทเมนต์

ทรีทเมนต์	0		F3	S3	F6	S6	F12	S12	
	10	30	9	30	16	18	10	17	
	10	18	9	7	10	24	4	7	
	24	32	16	21	18	12	4	16	
	29	26	4	9	18	19	5	17	
ผลรวม	181		38	67	62	73	23	57	G = 501
ค่าเฉลี่ย	22.6		9.5	16.8	15.5	18.2	5.8	14.2	

วิธีทำ

1) การวิเคราะห์ความแปรปรวน

คำนวณ correction term : $CT = \dfrac{G^2}{N}$

$$= \frac{501^2}{32}$$

$$= 7843.8$$

$$SS_{Total} = \sum y^2 - CT$$

$$= (12^2 + 10^2 + ... + 17^2) - 7843.8$$

$$= 2095.2$$

$$SS_{Tr} = \sum \frac{y_{i.}^2}{r_i} - CT$$

$$= \frac{181^2}{8} + \frac{(38^2 + 67^2 + ... + 57^2)}{4} - 7843.8$$

$$= 972.3$$

$$SS_E = 2095.2 - 972.3$$

$$= 1122.9$$

สรุปเป็นตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนดังนี้

ตาราง การวิเคราะห์ความแปรปรวนของจำนวนรอยแผลบนผลมะเขือเทศ

Source of Variation	df	SS	MS	F
ทรีทเมนต์	(7 – 1) = 6	972.3	162.0	3.61*
Error	(N – t) = 25	1122.9	44.9	
Total	(N – 1) = 31	2095.2		

ผลการวิเคราะห์สรุปได้ว่า ค่าสถิติ F ของทรีทเมนต์มีนัยสำคัญที่ระดับ .05 จากค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์แสดงให้เห็นว่ามีอิทธิพลของทรีทเมนต์อย่างมีนัยสำคัญ และการใส่ซัลเฟอร์ที่ก้นหลุมมีประสิทธิภาพกว่าการหว่านบนผิวดิน แต่ยังไม่ทราบแน่ชัดว่าการใส่ซัลเฟอร์ปริมาณมากจะมีประสิทธิภาพมากกว่าประมาณน้อยหรือไม่ ดังนั้นเราจึงควรแยกการเปรียบเทียบออกมาให้เห็นชัดเจนขึ้น

2) การกำหนดคอนทรัสที่ต้องการ

เราต้องการเปรียบเทียบจำนวนรอยแผลบนผลมะเขือเทศระหว่างแปลงที่ใส่ซัลเฟอร์กับแปลงที่ไม่ใส่ซัลเฟอร์ กำหนดคอนทรัสได้คือ

จากผลรวมทั้งหมดของแปลง 24 แปลงที่ใส่ซัลเฟอร์ = 320

ผลรวมทั้งหมดของแปลง 8 แปลงที่ไม่ใส่ซัลเฟอร์ = 181

ดังนั้น $C_1 = 3(181) - 1(320)$

$= 223$

และเราต้องการเปรียบเทียบจำนวนรอยแผลบนมะเขือเทศระหว่างวิธีการใส่ซัลเฟอร์ 2 แบบ คือ รองก้นหลุมกับหว่านบนดิน กำหนดคอนทรัสได้คือ

$C_2 = 1(38) + 1(62) + 1(23) - 1(67) - 1(73) - 1(57)$

$= -74$

3) คำนวณผลบวกกำลังสองของคอนทรัส

$$SS_{C1} = \frac{(\sum_i c_i y_i)^2}{\sum_i n_i c_i^2}$$

$$= \frac{(223)^2}{(8)(9) + (24)(1)}$$

$$= 518.0$$

$$SS_{C2} = \frac{(74)^2}{1(4) + 1(4) + 1(4) + 1(4) + 1(4) + 1(4)}$$

$$= 228.2$$

ส่วนนอกเหนือจาก SS ของคอนทรัสต์ทั้งสองข้างต้น คือ SS ของการเปรียบเทียบระหว่างระดับต่าง ๆ ของซัลเฟอร์

สรุปเป็นตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนได้คือ

ตาราง การวิเคราะห์ความแปรปรวนที่แยก SS ของทรีทเมนต์ออกเป็น SS ของคอนทรัสต์ 3 คอนทรัสต์

Source of variation	df		SS		MS	F
ทรีทเมนต์	6		972.3		162.0	3.61*
คอนโทรล VS ซัลเฟอร์		1		518.0	518.0	11.54**
รองก้นหลุม VS หว่านบนดิน		1		228.2	228.2	5.08*
เปรียบเทียบซัลเฟอร์ระดับต่าง ๆ		4		226.1	226.1	1.26
Error	25		1122.9		44.9	
Total	31		2095.2			

สรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่า ค่าเฉลี่ยของรอยแผลลดลงเนื่องจากผลของซัลเฟอร์อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 ขณะที่การใส่ซัลเฟอร์ที่ก้นหลุมก็ให้ผลดีกว่าอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 แต่ปริมาณของซัลเฟอร์ระดับต่าง ๆ ให้ผลไม่แตกต่างกัน

สรุปได้ว่า การใส่ซัลเฟอร์ทำให้รอยแผลลดลงอย่างมีนัยสำคัญ ค่าเฉลี่ยของคอนโทรลเท่ากับ 22.6 และค่าเฉลี่ยของการหว่านซัลเฟอร์บนผิวดินเท่ากับ 16.4 และค่าเฉลี่ยของการรองก้นหลุมเท่ากับ 10.2 แสดงให้เห็นว่าการรองซัลเฟอร์ที่ก้นหลุมให้ผลดีกว่าการหว่านบนผิวดินอย่างมีนัยสำคัญ แต่ไม่มีหลักฐานว่าการใส่ปริมาณซัลเฟอร์ระดับมากมีประสิทธิภาพกว่าระดับน้อย

4) ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของคอนทรัส

$$S_C = \sqrt{\frac{MSE}{n_i}\left(\sum_i c_i^2\right)}$$

สำหรับการเปรียบเทียบคอนโทรลกับซัลเฟอร์ เนื่องจากคอนโทรลมี 8 ซ้ำ และซัลเฟอร์มี 24 ซ้ำ ดังนั้นคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานได้คือ

$$S_{C1} = \sqrt{44.9\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{24}\right)}$$

$$= 2.736$$

เราสามารถทำการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของคอนโทรลเท่ากับ 22.62 กับค่าเฉลี่ยของการให้ซัลเฟอร์เท่ากับ 13.33 ด้วย t-test คือ

$$t = \frac{22.62 - 13.33}{2.736}$$

$$= 3.395$$

ซึ่งมีจำนวนชั้นอิสระเท่ากับ 25 ได้ค่า $t^2 = 11.53$ ซึ่งเท่ากับค่า F-test ในตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน

2. การทดสอบคอนทรัส โดยใช้วิธีของเชฟเฟ

2.1 การคำนวณค่าวิกฤติของการทดสอบ

วิธีนี้เป็นวิธีการที่เหมาะกับคอมบิเนชันเชิงเส้นตรง ตัวอย่างคอมบิเนชันเชิงเส้นตรงคือ

$$c_1 = \mu_1 + \mu_3 - \mu_4 - \mu_5$$

$$c_2 = \mu_1 - \mu_4$$

ซึ่งคอนทรัสก็คือตัวอย่างของคอมบิเนชันเชิงเส้นตรง

$$C = c_1 \bar{y}_{1.} + c_2 \bar{y}_{2.} + ... + c_a \bar{y}_{a.}$$

การคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของคอนทรัสตามวิธีของเชฟเฟ คือ

$$S_C = \sqrt{MSE \sum_{i}^{a} (c_i^2 / n_i)}$$

การคำนวณค่าวิกฤตคือ

$$S_\alpha = S_C \sqrt{(a-1)F_{\alpha, a-1, N-a}}$$

2.2 การทดสอบคอนทรัส

จากตัวอย่างปัญหาเรื่องการศึกษาอิทธิพลของอัตราปุ๋ยไนโตรเจนที่มีต่อมวลชีวภาพแห้งของแพงพวยฝรั่งดอกสีชมพูต้นสูง สมมติว่าผู้วิจัยต้องการทดสอบคอนทรัส 2 สมการ คือ

$$\begin{aligned} C_1 &= \bar{y}_{2.} + \bar{y}_{3.} - \bar{y}_{4.} - \bar{y}_{5.} \\ &= 10499 + 18.277 - 32.895 - 54.452 \\ &= -58.621 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_2 &= \bar{y}_{1.} - \bar{y}_{4.} \\ &= 54.452 - 81.662 \\ &= -27.21 \end{aligned}$$

คำนวณความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของคอนทรัส C_1 และ C_2 คือ

$$\begin{aligned} S_{C_1} &= \sqrt{MSE \sum_{i}^{a} (c_{i1}^2 / n_i)} \\ &= \sqrt{4.849(1+1+1+1)/4} \\ &= 2.202 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{C_2} &= \sqrt{MSE \sum_{i}^{a} (c_{i2}^2 / n_i)} \\ &= \sqrt{4.849(1+1)/4} \\ &= 1.557 \end{aligned}$$

คำนวณค่าวิกฤติที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = .01$ ของคอนทรัส C_1 และ C_2 คือ

$$S_{.01,1} = S_{C_1}\sqrt{(a-1)F_{.05,a-1,N-a}}$$
$$= 2.202\sqrt{5(2.77)}$$
$$= 8.195$$

$$S_{.01,2} = S_{C_2}\sqrt{(a-1)F_{.05,a-1,N-a}}$$
$$= 1.557\sqrt{5(2.77)}$$
$$= 5.794$$

เปรียบเทียบค่าสัมบูรณ์ของคอนทรัสกับค่าวิกฤต

พบว่า $|C_1| > S_{.01,1}$ จึงสรุปได้ว่าค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ 2 และ 3 แตกต่างจากค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ 4 และ 5 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01

และพบว่า $|C_2| > S_{.01,2}$ จึงสรุปได้ว่าค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ ที่ 1 และ 4 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01

3. การทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยทุกประชากรเป็นรายคู่ (Multiple Compasison Procedure)

หลังจากการวิเคราะห์ความแปรปรวน ถ้าสรุปผลว่าปฏิเสธสมมติฐานสูญคือ ค่าเฉลี่ยของบางประชากรแตกต่างไปจากประชากรอื่น ๆ แต่ไม่ทราบว่าค่าเฉลี่ยของประชากรใดที่แตกต่างไป มีวิธีการทดสอบหลายวิธีซึ่งใช้กันมาก เช่น วิธีของฟิชเชอร์ (Fisher's least significant difference : LSD) วิธีของดันแคน (Duncan's multiple range test) วิธีของดันเนท (Dunnet's test) วิธีของตูกี (Tukey) วิธีของเชฟเฟ (Scheffe$'$)

การใช้วิธีตูกี ในการทดสอบสมมติฐานสูญเกี่ยวกับความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์เป็นรายคู่ที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นวิธีที่ใช้กันมาก การทดสอบต้องเลือกระดับนัยสำคัญ α โดยทั่วไปเรียกวิธีตูกี ว่า วิธี HSD (honestly significant difference) การทดสอบจะหาค่าค่าหนึ่งเป็นตัวเปรียบเทียบกับความแตกต่างของทรีทเมนต์เป็นรายคู่ทุกคู่ ค่านี้เรียกว่า HSD กรณีที่ทุกทรีทเมนต์มีจำนวนค่าสังเกตเท่ากันทุกทรีทเมนต์ HSD หาได้ดังนี้

$$\mathrm{HSD} = q_{\alpha, a, N-a}\sqrt{\frac{\mathrm{MSE}}{n}}$$

เมื่อ α = ระดับนัยสำคัญ

a = จำนวนทรีทเมนต์ในการทดลอง

N = จำนวนค่าสังเกตทั้งหมดในการทดลอง

n = จำนวนค่าสังเกตในแต่ละทรีทเมนต์

MSE = mean square error หรือ within mean square ที่ได้จากตาราง ANOV

q = เปิดจากตาราง H ที่ α, a และ $N-a$

คำนวณหาความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ทุกคู่ที่เป็นไปได้เป็นค่าสัมบูรณ์ นำค่าที่คำนวณได้มาเปรียบเทียบกับ HSD ถ้าค่าที่คำนวณมากกว่า HSD จะปฏิเสธสมมติฐานสูญ

สำหรับกรณีที่ตัวอย่างแต่ละกลุ่มมีจำนวนไม่เท่ากัน การคำนวณหา HSD หาได้ดังนี้

$$\mathrm{HSD}^* = q_{\alpha, a, N-a}\sqrt{\frac{\mathrm{MSE}}{n_i^*}}$$

ค่าสัมบูรณ์ของความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง 2 กลุ่ม โดยที่ n_j^* คือ จำนวนของกลุ่มตัวอย่างที่เล็กกว่าอีกกลุ่มหนึ่ง เปรียบเทียบค่าที่คำนวณได้กับ HSD* ถ้าค่าที่คำนวณมากกว่า HSD จะปฏิเสธสมมติฐานสูญ

ตัวอย่าง หลังจากปฏิเสธสมมติฐานสูญเกี่ยวกับความเท่ากันของค่าเฉลี่ยทุกประชากรแล้ว ใช้วิธีตูกี ทดสอบสมมติฐานสูญเกี่ยวกับความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์เป็นรายคู่ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

วิธีทำ

1) กำหนดให้ $\alpha = .05$

หาค่า q จากการเปิดตาราง Percentage Points of the Studentized Range เมื่อ $a = 4$, $N-a = 14$ ได้ $q = 4.11$

MSE ได้จากตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน MSE = 193256.0786

2) คำนวณหาค่าสัมบูรณ์ของความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ทุกคู่ที่เป็นไปได้ดังแสดงในตาราง

ตาราง 1.5 ความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ทุกคู่ที่เป็นไปได้ (Daniel, 1995)

	Untreated	Estrogen	Progesterone	Estrogen + Progesteror
Untreated (u)	-	183.45	440.95	2259.40
Estrogen (e)	-	-	257.50	2075.95
Progesterone (p)	-	-	-	1818.45
Estrogen & Progesterone (pe)	-	-	-	-

3) คำนวณหา HSD*

4) เปรียบเทียบค่าสัมบูรณ์ของความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์แต่ละคู่กับ HSD* เพื่อทดสอบสมมติฐานสูญ สรุปผลการทดสอบได้ดังนี้

สมมติฐานสูญ	HSD*	การตัดสินใจ
$H_0 : \mu_u = \mu_e$	$HSD^* = 4.11\sqrt{\dfrac{193256.0786}{4}} = 903.40$	ไม่ปฏิเสธ H_0 เนื่องจาก $183.45 < 903.40$
$H_0 : \mu_u = \mu_p$	$HSD^* = 4.11\sqrt{\dfrac{193256.0786}{4}} = 903.40$	ไม่ปฏิเสธ H_0 เนื่องจาก $440.95 < 903.40$
$H_0 : \mu_u = \mu_{pe}$	$HSD^* = 4.11\sqrt{\dfrac{193256.0786}{5}} = 808.02$	ปฏิเสธ H_0 เนื่องจาก $2259.4 > 808.02$
$H_0 : \mu_e = \mu_p$	$HSD^* = 4.11\sqrt{\dfrac{193256.0786}{4}} = 903.40$	ไม่ปฏิเสธ H_0 เนื่องจาก $257.5 < 903.40$

สมมติฐานสูญ	HSD*	การตัดสินใจ
$H_0 : \mu_e = \mu_{p_e}$	$HSD^* = 4.11\sqrt{\frac{193256.0786}{4}} = 903.40$	ปฏิเสธ H_0 เนื่องจาก 2075.95 > 903.40
$H_0 : \mu_p = \mu_{pe}$	$HSD^* = 4.11\sqrt{\frac{193256.0786}{4}} = 903.40$	ปฏิเสธ H_0 เนื่องจาก 1818.5 > 903.40

(Daniel, 1995)

4. การทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ทั้งหมดทีละคู่ โดยใช้วิธีของฟิชเชอร์ (Fisher's Least Significant Difference, LSD)

4.1 กรณีที่ทรีทเมนต์แต่ละกลุ่มมีขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน

สมมุติว่าจากการวิเคราะห์ความแปรปรวน สรุปว่าปฏิเสธ H_0 คือ มีค่าเฉลี่ยของบางทรีทเมนต์แตกต่างจากทรีทเมนต์อื่น ๆ

สมมติฐานทางสถิติที่ต้องการทดสอบคือ $H_0 : \mu_i = \mu_j$ สำหรับทุกค่า $i \neq j$

สถิติทดสอบคือ

$$t_0 = \frac{\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{j.}}{\sqrt{MSE\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}}$$

การสรุปผลการทดสอบถ้าทำการทดสอบแบบสองทาง จะสรุปว่าค่าเฉลี่ย μ_i และ μ_j แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ถ้า

$$\left|\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{j.}\right| > t_{\alpha/2, N-a}\sqrt{MSE\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}$$

การคำนวณค่าวิกฤติ LSD (Least Significant Difference) คือ

$$LSD = t_{\alpha/2,N-a}\sqrt{MSE\left(\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_j}\right)}$$

4.2 กรณีที่ทรีทเมนต์แต่ละกลุ่มมีขนาดตัวอย่างเท่ากัน

ถ้าจำนวนซ้ำเท่ากันทุกทรีทเมนต์ คือ $n_1 = n_2 = ... = n_a = n$

สถิติทดสอบคือ

$$t_{\alpha/2,N-a}\sqrt{\frac{2MSE}{n}}$$

การทดสอบค่าเฉลี่ยทำได้โดยการใช้ ค่าวิกฤต LSD มาเปรียบเทียบกับค่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์คู่ใด ๆ ถ้า $\left|\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{j.}\right|$ > LSD เราจะสรุปว่าปฏิเสธ H_0 นั่นคือ ค่าเฉลี่ยของประชากร μ_i และ μ_j แตกต่างกัน

4.3 ตัวอย่าง

การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ทั้งหมดทีละคู่ โดยใช้วิธีของฟิชเชอร์ (Fisher's Least Significant Difference) คือใช้ค่า least significant difference หรือ lsd การคำนวณค่า lsd ที่ระดับนัยสำคัญ α คือ

$$lsd = t_{\alpha/2}\cdot s_d$$

เมื่อ $t_{\alpha/2}$ คือ ค่าสถิติ t ที่จำนวนชั้นอิสระของเทอมความคลาดเคลื่อน เป็นค่าที่เปิดจากตารางเปอร์เซ็นไทล์ของการแจกแจงแบบที

$$s_d \text{ คือ } s_{\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{j.}} = \sqrt{\frac{2s^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{2\,MSE}{n}}$$

เมื่อ s^2 คือ ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

n คือ จำนวนค่าสังเกตในแต่ละทรีทเมนต์หรือจำนวนซ้ำนั่นเอง

วิธีการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์แต่ละคู่กับค่า lsd คือ

(1) คำนวณค่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ 2 ทรีทเมนต์ คือ

$\bar{y}_{1.} - \bar{y}_{2.} = 3.667 - 10.449 = -6.782$

$\bar{y}_{1.} - \bar{y}_{3.} = 3.667 - 18.277 = -14.61$

$\bar{y}_{1.} - \bar{y}_{4.} = 3.667 - 32.895 = -29.228$

$\bar{y}_{1.} - \bar{y}_{5.} = 3.667 - 54.452 = -50.785$

$\bar{y}_{1.} - \bar{y}_{6.} = 3.667 - 81.662 = -77.995$

$\bar{y}_{2.} - \bar{y}_{3.} = 10.449 - 18.277 = -7.828$

$\bar{y}_{2.} - \bar{y}_{4.} = 10.449 - 32.895 = -22.446$

$\bar{y}_{2.} - \bar{y}_{5.} = 10.449 - 54.452 = -44.003$

$\bar{y}_{2.} - \bar{y}_{6.} = 10.449 - 81.662 = -71.213$

$\bar{y}_{3.} - \bar{y}_{4.} = 18.277 - 32.895 = -14.618$

$\bar{y}_{3.} - \bar{y}_{5.} = 18.277 - 54.452 = -36.175$

$\bar{y}_{3.} - \bar{y}_{6.} = 18.277 - 81.662 = -63.385$

$\bar{y}_{4.} - \bar{y}_{5.} = 32.895 - 54.452 = -21.557$

$\bar{y}_{4.} - \bar{y}_{6.} = 32.895 - 81.662 = -48.767$

$\bar{y}_{5.} - \bar{y}_{6.} = 54.452 - 81.662 = -27.210$

(2) เปรียบเทียบค่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์แต่ละคู่กับค่า lsd ถ้าค่าความแตกต่างของทรีทเมนต์คู่ใดมากกว่าค่า lsd ที่ระดับนัยสำคัญ α ถ้ากำหนด $\alpha = .05$ คำนวณค่า lsd คือ

$$\text{lsd} = t_{.025} \cdot \sqrt{\frac{2\,\text{MSE}}{n}}$$

$$= 2.101\sqrt{\frac{2(4.849)}{4}}$$

$$= 3.271$$ กรัม

พบว่าค่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ทุกคู่ มีค่ามากกว่าค่า lsd ที่ระดับนัยสำคัญ .05 จึงสรุปได้ว่าปฏิเสธ $H_0 : \mu_i = \mu_j$ สำหรับทุกค่า $i \neq j$

การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์แต่ละคู่นี้เป็นการเปรียบเทียบที่ไม่เป็นอิสระกัน เมื่อการเปรียบเทียบที่ไม่เป็นอิสระกันนี้ทำกับเกณฑ์ เช่น ค่า lsd นี้ทำให้สูญเสียความไวของการทดสอบไป ตัวอย่างเช่น ถ้าผู้วิจัยกำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบที่ 5% หรือ .05 แต่ในความจริงเขาอาจทำการทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 8% หรือ .08

การใช้ lsd ที่เรามักใช้ผิดคือ ทำการเปรียบเทียบโดยการดูจากข้อมูลที่เก็บมาแล้วโดยไม่มีการวางแผนไว้ก่อนล่วงหน้า จริง ๆ แล้วเราควรใช้ lsd ในการเปรียบเทียบโดยมีการวางแผนไว้ก่อนที่จะเก็บข้อมูล

Cochran และ Cox (1957) ชี้ให้เห็นว่าในสถานการณ์ที่ผู้วิจัยทำการเปรียบเทียบเฉพาะความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่มีค่ามากที่สุดและมีค่าน้อยที่สุด โดยการทดสอบ t-test หรือใช้ lsd ก็ตาม ความแตกต่างนี้จะเป็นความแตกต่างโดยแท้เมื่อไม่แสดงอิทธิพล เราสามารถแสดงให้เห็นได้ดังนี้ ในกรณีที่มี 3 ทรีทเมนต์ การคำนวณค่าสถิติทดสอบ t สำหรับความแตกต่างของทรีทเมนต์ที่มีค่ามากที่สุดและน้อยที่สุด จะมีค่ามากกว่าค่าสถิติ t จากตาราง ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ประมาณ 13% ของจำนวนครั้งที่ทำการเปรียบเทียบ สำหรับกรณีที่มี 6 ทรีทเมนต์ การคำนวณค่าสถิติทดสอบ t สำหรับความแตกต่างของทรีทเมนต์ที่มีค่ามากที่สุดและน้อยที่สุด จะมีค่ามากกว่า ค่าสถิติ t จากตารางที่ระดับนัยสำคัญ .05 ประมาณ 40% เช่นเดียวกันสำหรับกรณีที่มี 10 ทรีทเมนต์ ประมาณ 60% และสำหรับกรณีที่มี 20 ทรีทเมนต์ ประมาณ 90% ดังนั้นเมื่อผู้วิจัยคิดว่ากำลังทำการทดสอบ t-test ที่ระดับนัยสำคัญ .05 แต่ความเป็นจริงคือผู้วิจัยกำลังทำการทดสอบที่ระดับ .13 เมื่อมี 3 ทรีทเมนต์ หรือกำลังทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ .40 เมื่อมี 6 ทรีทเมนต์ และเช่นเดียวกันนี้ต่อไปเรื่อย ๆ

สรุปคือ การใช้ lsd มีประโยชน์แต่มักจะถูกใช้แบบผิด ๆ มักมีประโยชน์คือสามารถคำนวณได้ง่าย ๆ เมื่อการเปรียบเทียบเป็นอิสระกันทุกคู่ หรือมีการวางแผนการเปรียบเทียบแต่ละคู่มาก่อนการเก็บข้อมูล แต่ในการปฏิบัติมักใช้กับการเปรียบเทียบที่ไม่มีการวางแผนไว้ก่อนล่วงหน้าการเก็บข้อมูล คือทำการเปรียบเทียบทรีทเมนต์ทุกคู่ที่เป็นไปได้ ผู้วิจัยที่ต้องการทำการเปรียบเทียบทรีทเมนต์ทั้งหมดสามารถใช้วิธีการของดันแคน (Duncan) วิธีการของตูกี (Tukey) และวิธีการของ student-Newman-Keul เป็นต้น

5. การทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์แบบเป็นกลุ่มโดยใช้วิธีของดันแคน (Dancan's Multiple Range Test)

การใช้ lsd โดยไม่มีการวางแผนไว้ก่อนล่วงหน้า และความต้องการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ต่าง ๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการเปรียบเทียบที่ไม่เป็นอิสระกัน ปัญหาของการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของแต่ละทรีทเมนต์กับทรีทเมนต์อื่น ๆ ทั้งหมด พัฒนาเทคนิควิธีสำหรับเซ็ทของความแตกต่างที่มีนัยสำคัญของการเพิ่มขนาดซึ่งขึ้นอยู่กับความใกล้ชิดของค่าเฉลี่ยที่จัดเรียงลำดับแล้วจากค่าเฉลี่ยที่มีค่าน้อยที่สุดไปมากที่สุด

ในปี 1951 ดันแคนได้พัฒนาการทดสอบการเปรียบเทียบพหุเพื่อเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของแต่ละทรีทเมนต์กับทรีทเมนต์อื่น ๆ ทั้งหมดที่เหลือ วิธีการทดสอบประกอบด้วย 3 ขั้นตอน และเมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 10 หรือมากกว่า ในปี 1955 ดันแคนได้พัฒนาวิธีใหม่คือ new multiple range test หรือการเปรียบเทียบพหุซึ่งเป็นการรวม 3 ขั้นตอนเป็นหนึ่งขั้นตอน เพื่อให้ง่ายขึ้น

5.1 การเปรียบเทียบพหุ มีวิธีการคือ

1) คำนวณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน หรือความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยแต่ละตัวคือ

$$S_{\bar{y}_{i.}} = \sqrt{\frac{MSE}{n}}$$

ถ้าขนาดตัวอย่างไม่เท่ากันทุกทรีทเมนต์ แทน n ด้วย n_h

$$n_h = \frac{a}{\sum_{i}^{a} (1/n_i)}$$

2) การคำนวณค่าวิกฤต

โดยการเปิดตารางค่า Significant Ranges for Duncan's Multiple Range Test จะได้ค่า $r_{\alpha\,(p,f)}$

สำหรับ $p = 2, 3, ..., a$

เมื่อ

α คือ ระดับนัยสำคัญ

f คือ จำนวนชั้นอิสระของ error

p คือ จำนวนทรีทเมนต์ที่อยู่ในกลุ่มหนึ่ง

การคำนวณค่าวิกฤติของทรีทเมนต์ที่มีขนาดแตกต่างกัน

หาค่า least significant ranges (R_p) ; p = 2, 3, ..., a

$$R_p = r_{\alpha\,(p,f)}\, S_{\bar{y}_{i.}} \qquad ; p = 2, 3, ..., a$$

3) ทำการเปรียบเทียบทรีทเมนต์แต่ละคู่กับค่าวิกฤต

5.2 ตัวอย่าง

จากตัวอย่างปัญหาเรื่องการศึกษาอิทธิพลของอัตราปุ๋ยไนโตรเจนที่มีต่อมวลชีวภาพแห้งของแพงพวยฝรั่งดอกสีชมพูต้นสูง ซึ่งมีการคำนวณค่าต่าง ๆ มาแล้วได้ว่า MSE = 4.849, N = 24, n = 4, df Error = 18

$\bar{y}_{1.} = 3.667$, $\bar{y}_{2.} = 10.449$, $\bar{y}_{3.} = 18.277$, $\bar{y}_{4.} = 32.895$, $\bar{y}_{5.} = 54.452$, $\bar{y}_{6.} = 81.662$

วิธีทำ

1) เรียงลำดับค่าเฉลี่ยของทุกทรีทเมนต์จากน้อยไปมาก ได้ดังนี้

$\bar{y}_{1.} = 3.667$

$\bar{y}_{2.} = 10.449$

$\bar{y}_{3.} = 18.277$

$\bar{y}_{4.} = 32.895$

$\bar{y}_{5.} = 54.452$

$\bar{y}_{6.} = 81.662$

2) คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยแต่ละตัวคือ

$$S_{\bar{y}_{i.}} = \sqrt{\frac{MSE}{n}} = \sqrt{\frac{4.849}{4}} = 1.101$$

3) คำนวณค่าวิกฤติคือ

คำนวณค่า least significant range (R_p) โดยเปิดจากตาราง Duncan's table of significant ranges ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$ ได้ดังนี้

$$r_{.05,\,(2,\,18)} = 2.97$$

$$r_{.05,\,(3,\,18)} = 3.12$$

$$r_{.05,\,(4,\,18)} = 3.21$$

$$r_{.05,(5,18)} = 3.27$$

$$r_{.05,(6,18)} = 3.32$$

แล้วคำนวณค่า least significant range คือ

$$R_2 = r_{.05,(2,18)} \cdot S_{\bar{y}_{i.}} = (2.97)(1.101) = 3.270$$

$$R_3 = r_{.05,(3,18)} \cdot S_{\bar{y}_{i.}} = (3.12)(1.101) = 3.435$$

$$R_4 = r_{.05,(4,18)} \cdot S_{\bar{y}_{i.}} = (3.21)(1.101) = 3.534$$

$$R_5 = r_{.05,(5,18)} \cdot S_{\bar{y}_{i.}} = (3.27)(1.101) = 3.600$$

$$R_6 = r_{.05,(6,18)} \cdot S_{\bar{y}_{i.}} = (3.32)(1.101) = 3.655$$

4) การเปรียบเทียบทรีทเมนต์แต่ละคู่กับค่าวิกฤติคือ

6 vs 1 = 81.662 – 3.667 = 77.995 > 3.655 (R_6)

6 vs 2 = 81.662 – 10.449 = 71.213 > 3.600 (R_5)

6 vs 3 = 81.662 – 18.277 = 63.385 > 3.534 (R_4)

6 vs 4 = 81.662 – 32.895 = 48.767 > 3.435 (R_3)

6 vs 5 = 81.662 – 54.452 = 27.210 > 3.270 (R_2)

5 vs 1 = 54.452 – 3.667 = 50.785 > 3.600 (R_5)

5 vs 2 = 54.452 – 10.449 = 44.003 > 3.534 (R_4)

5 vs 3 = 54.452 – 18.277 = 36.175 > 3.435 (R_3)

5 vs 4 = 54.452 – 32.895 = 21.557 > 3.270 (R_2)

4 vs 1 = 32.895 – 3.667 = 29.228 > 3.534 (R_4)

4 vs 2 = 32.895 – 10.449 = 22.446 > 3.435 (R_3)

4 vs 3 = 32.895 – 18.277 = 14.610 > 3.270 (R_2)

3 vs 1 = 18.277 – 3.667 = 14.610 > 3.435 (R_3)

3 vs 2 = 18.277 – 10.449 = 7.828 > 3.270 (R_2)

2 vs 1 = 10.449 – 3.667 = 6.782 > 3.270 (R_2)

นำผลการเปรียบเทียบทรีทเมนต์แต่ละคู่ข้างต้นมาเรียงลำดับจากน้อยไปมาก และขีดเส้นใต้เฉพาะคู่ที่ไม่มีนัยสำคัญ

$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$	$\bar{y}_{3.}$	$\bar{y}_{4.}$	$\bar{y}_{5.}$	$\bar{y}_{6.}$
3.667	10.449	18.277	32.895	54.452	81.662

ระดับนัยสำคัญ α ยิ่งน้อย $1-\beta$ ก็ยิ่งมาก นั่นคือมี พลังการทดสอบมากขึ้นด้วย วิธี Duncan จะให้ระดับนัยสำคัญที่ $\geq \alpha$ ทำให้การทดสอบมีพลังการทดสอบมาก จึงทำให้วิธี Duncan เป็นที่นิยม ส่วนวิธี LSD ระดับนัยสำคัญมักจะมากกว่าค่าระดับนัยสำคัญ α ที่กำหนด เพราะทำการทดสอบค่าเฉลี่ยทุกคู่

6. การเปรียบเทียบทรีทเมนต์กับคอนโทรล โดยวิธีของดันเนท (Dunnett's test)

6.1 การคำนวณค่าสถิติ

สมมติฐานทางสถิติที่ต้องการทดสอบคือ

$H_0 : \mu_i = \mu_j$ คู่กับ $H_1 : \mu_i \neq \mu_a$, $i = 1, ..., a-1$

การทดสอบสมมติฐานจะปฏิเสธ H_0 ถ้า

$$\left| \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{a.} \right| > d_{\alpha(a-1,f)} \sqrt{MSE\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_a}\right)}$$

ค่าสถิติ $d_{\alpha\,(a-1,\,f)}$ เปิดได้จากตารางค่าสถิติของดันเนทแบบทดสอบสองทาง (Multiple comparisons with the best and Dunnett tests)

คำนวณค่าสถิติของดันเนทคือ

$$d_{.05\,(5,18)} \sqrt{\frac{2MSE}{n}} = 2.76 \sqrt{\frac{2\,(4.849)}{4}}$$

$$= 4.30$$

เมื่อ

α คือ ระดับนัยสำคัญเท่ากับ .05

a คือ จำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 6

f คือ จำนวนชั้นอิสระของความคลาดเคลื่อน

n_i คือ จำนวนซ้ำ $n = 4$

6.2 การทดสอบความแตกต่างของทรีทเมนต์กับคอนโทรล

กำหนดให้ $\bar{y}_{1.}$ เป็นคอนโทรล การคำนวณความแตกต่างของทรีทเมนต์กับคอนโทรลคือ

$$2 \text{ vs } 1: \ \bar{y}_{2.} - \bar{y}_{1.} = 10.449 - 3.667 = 6.782$$

$$3 \text{ vs } 1: \ \bar{y}_{3.} - \bar{y}_{1.} = 18.277 - 3.667 = 14.610$$

$$4 \text{ vs } 1: \ \bar{y}_{4.} - \bar{y}_{1.} = 32.895 - 3.667 = 29.228$$

$$5 \text{ vs } 1: \ \bar{y}_{5.} - \bar{y}_{1.} = 54.452 - 3.667 = 50.785$$

$$6 \text{ vs } 1: \ \bar{y}_{6.} - \bar{y}_{1.} = 81.662 - 3.667 = 77.995$$

ทดสอบความแตกต่างโดยเปรียบเทียบ $\left|\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{1.}\right|$ กับ ค่าสถิติของดันเนทได้ผลการเปรียบเทียบคือทุกทรีทเมนต์แตกต่างจากคอนโทรลอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .05

7. การวิเคราะห์แนวโน้มของความสัมพันธ์ (polynomial trends) ระหว่างตัวแปรตาม (y) กับตัวแปรอิสระ (x)

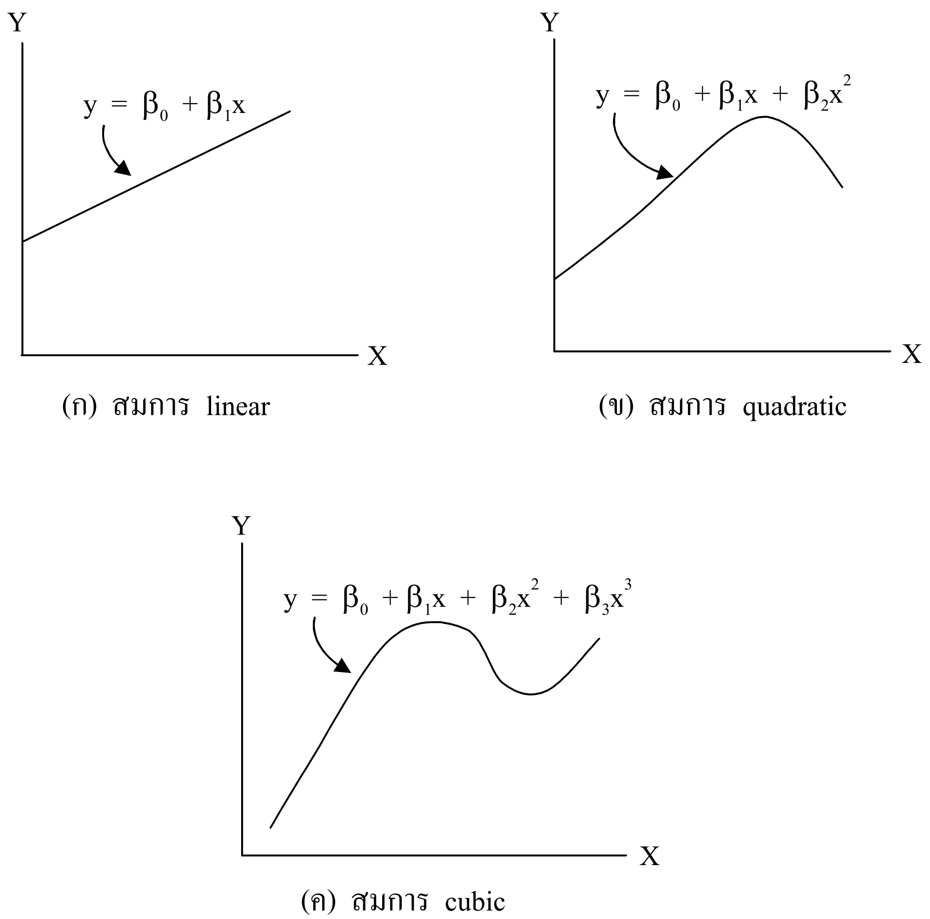
7.1 สมการโพลีโนเมียล

เมื่อต้องการหาแนวโน้มของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 ตัว คือ ตัวแปรอิสระ x และตัวแปรตาม y โดยที่ตัวแปร x มีลักษณะเป็นตัวเลขเชิงปริมาณแบ่งออกเป็น a ระดับ และมีความห่างของระดับต่าง ๆ เท่ากัน ในการทดลองหนึ่งผู้วิจัยมักจะเป็นผู้กำหนดระดับของตัวแปร x ที่สนใจศึกษาเรียกว่า ทรีทเมนต์ และสังเกตค่าของตัวแปรตาม y ตัวอย่างเช่น การศึกษาอิทธิพลของอัตราปุ๋ยไนโตรเจนที่มีต่อมวลชีวภาพแห้งของแพงพวยฝรั่ง ผู้วิจัยสนใจศึกษาทรีทเมนต์คืออัตราปุ๋ยไนโตรเจน (x) 6 ระดับ คือ 0 , 37.5 , 75 , 150 , 300 และ 600 มก. N ต่อกิโลกรัม และเก็บข้อมูลโดยวัดค่าเป็นน้ำหนักผลผลิตมวลชีวภาพแห้งของแพงพวยฝรั่ง (y) ตัวแปร x มีลักษณะเป็นตัวเลขเชิงปริมาณ (quantitative) แต่มีความห่างของแต่ละระดับไม่เท่ากันคือ แต่ละระดับห่างกันเป็น 2 เท่าของระดับก่อน แต่อย่างไรก็ตาม Grandage (1958) (อ้างถึงใน Kuehl O.R., 1994) ได้แสดงวิธีการคำนวณ orthogonal polynomials ที่มีความห่างของระดับต่าง ๆ ของตัวแปร x ไม่เท่ากัน และเราก็สามารถใช้โปรแกรม SPSS ช่วยในการคำนวณได้ ผู้ที่สนใจอาจหารายละเอียดเพิ่มเติมได้จาก Grandage (1958) แต่โดยทั่วไปจะวิเคราะห์แนวโน้มในกรณีที่ระดับของตัวแปร x มีความห่างเท่ากัน ซึ่งจะอธิบายต่อไปนี้ โดยอาศัยข้อมูลของการศึกษาอิทธิพลของอัตราปุ๋ยไนโตรเจนที่มีต่อมวลชีวภาพแห้งของแพงพวยฝรั่ง และสมมติให้อัตราปุ๋ยไนโตรเจน 6 ระดับ มีความห่างเท่ากันคือ 0, 37.5, 75, 112.5, 150, 187.5

ตัวแบบโพลีโนเมียลที่แสดงแนวโน้มของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร y และ x คือ

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \ldots + \beta_p x^p + e$$

ตัวอย่าง สมการโพลีโนเมียลกำลังหนึ่ง (linear) สมการโพลีโนเมียลกำลังสอง (quadratic) และสมการโพลีโนเมียลกำลังสาม (cubic) พร้อมทั้งกราฟของสมการทั้งสามนี้คือ



(ก) สมการ linear

(ข) สมการ quadratic

(ค) สมการ cubic

ภาพที่ 5.8 สมการโพลีโนเมียล 3 แบบ คือ (ก) linear (ข) quadratic (ค) cubic

7.2 สมการของ orthogonal polynomial

การวิเคราะห์แนวโน้มของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตาม (y) กับตัวแปรอิสระ (x) อาจทำให้เข้าใจได้ง่ายขึ้น โดยการเทียบเคียงกับวิธีการของออธอกอนอล คอนทรัส (orthogonal contrasts) ที่มีการกำหนดสัมประสิทธิ์ของคอนทรัสตามระดับของปัจจัยที่สนใจศึกษาหรือทรีทเมนต์เพื่อวัดอิทธิพลของโพลีโนเมียลกำลังหนึ่ง กำลังสอง และกำลังที่สูงขึ้นไป คอนทรัสเหล่านี้เรียกว่าออธอกอนอล โพลีโนเมียล (orthogonal polynomial)

จากตัวอย่างการศึกษาอิทธิพลของอัตราปุ๋ยไนโตรเจนที่มีต่อมวลชีวภาพแห้งของแพงพวยฝรั่งมีทรีทเมนต์คือ อัตราปุ๋ยไนโตรเจน 6 ระดับ ดังนั้นสามารถประมาณออธอกอนอล คอนทรัสได้ $(t - 1) = (6 - 1) = 5$ ออธอกอนอล คอนทรัส ทำการแปลงสมการโพลีโนเมียลในรูปกำลังของ x ให้เป็นออธอกอนอล โพลีโนเมียล

การแปลงสมการโพลีโนเมียลในรูปกำลังของ x ให้เป็นออธอกอนอล โพลีโนเมียล คอนทรัส (อ้างถึงใน Kuehl O.R., 1994) สำหรับ P_0, P_1, P_2 และ P_3 คือ

mean : $P_0 = 1$

linear : $$P_1 = \lambda_1\left[\frac{x - \bar{x}}{d}\right]$$

quadratic : $$P_2 = \lambda_2\left[\left(\frac{x - \bar{x}}{d}\right)^2 - \left(\frac{t^2 - 1}{12}\right)\right]$$

cubic : $$P_3 = \lambda_3\left[\left(\frac{x - \bar{x}}{d}\right)^3 - \left(\frac{x - \bar{x}}{d}\right)\left(\frac{3t^2 - 7}{20}\right)\right]$$

เมื่อ a คือ จำนวนระดับของปัจจัยที่สนใจศึกษาหรือทรีทเมนต์ ในที่นี้คือ อัตราปุ๋ยไนโตรเจน 6 ระดับ

x คือ ค่าของระดับของปัจจัยที่สนใจศึกษา

$\bar{x}$ คือ ค่าเฉลี่ยของทุกระดับของปัจจัยที่สนใจศึกษา

d คือ ความห่างระหว่างระดับของปัจจัยที่สนใจศึกษา ในที่นี้สมมติว่าอัตราปุ๋ยไนโตรเจนทั้ง 6 ระดับ มีความห่างเท่ากัน

λ คือ ตัวเลขจำนวนเต็ม เปิดได้จากตารางสถิติ orthogonal polynomials ในหนังสือสถิติ

"Statistical Principles of Research Design and Analysis (Kuehl, O.R., 1994) ได้เป็นสมการของออธอกอนอล โพลีโนเมียล ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราปุ๋ยไนโตรเจนกับน้ำหนักผลผลิตมวลชีวภาพแห้งของแพงพวยฝรั่งคือ

$$y_{ij} = \mu + \alpha_1 P_{1i} + \alpha_2 P_{2i} + \alpha_3 P_{3i} + \alpha_4 P_{4i} + \alpha_5 P_{5i} + e_{ij}$$

เมื่อ μ คือ ค่าเฉลี่ยทั้งหมด

P_{ci} คือ สัมประสิทธิ์ตัวที่ c ของออธอกอนอล โพลีโนเมียล คอนทรัส ที่ทรีทเมนต์ระดับ i

เนื่องจากผลรวมของสัมประสิทธิ์ในแต่ละโพลีโนเมียล คอนทรัส เท่ากับ 0 เราจึงเรียกคอนทรัสเหล่านี้ว่าออธอกอนอลซึ่งกันและกัน หรือออธอกอนอล โพลีโนเมียล คอนทรัส เราสามารถเปิดตาราง coefficients of orthogonal polynomials จากตำราสถิติที่เกี่ยวกับการออกแบบการวิจัยและการวิเคราะห์ (Kuehl O.R., 1994) เพื่อดูค่าสัมประสิทธิ์ในแต่ละโพลีโนเมียล คอนทรัส สำหรับตัวอย่างการศึกษาอิทธิพลของอัตราปุ๋ยไนโตรเจนที่มีต่อมวลชีวภาพแห้งของแพงพวยฝรั่ง มีทรีทเมนต์ 6 ทรีทเมนต์ สามารถประมาณออธอกอนอล โพลีโนเมียล คอนทรัสได้เท่ากับ (a - 1) = (6 - 1) = 5 คอนทรัส คือ P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 ที่มีสัมประสิทธิ์ในแต่ละออธอกอนอล โพลีโนเมียล คอนทรัส อยู่ในตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 การคำนวณผลบวกกำลังสองของออธอกอนอล โพลีโนเมียล คอนทรัส (P_{ci})

อัตราปุ๋ย	orthogonal polynomial contrasts						$\bar{y}_i$
	P_{0i} mean	P_{1i} linear	P_{2i} quadrati	P_{3i} cubic	P_{4i} quartic	P_{5i} 5 th	
0	1	-5	5	-5	1	-1	3.667
37.5	1	-3	-1	7	-3	5	10.449
75	1	-1	-4	4	2	-10	18.277
112.5	1	1	-4	-4	2	10	32.895
150	1	3	-1	-7	-3	-5	54.452
187.5	1	5	5	5	1	1	81.662
λ	-	2	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{21}{10}$	
SSP_c	26876.143	16453.980	1174.629	12.260	7.062	0.275	

7.3 ขั้นตอนการวิเคราะห์แนวโน้มของความสัมพันธ์เส้นโค้ง (polynomial trends)

ขั้นตอนการวิเคราะห์แนวโน้มของความสัมพันธ์เส้นโค้ง ระหว่างอัตราปุ๋ยไนโตรเจน (x) และผลผลิตมวลชีวภาพแห้งของแพงพวยฝรั่ง (y) โดยการสร้างตารางการคำนวณดังตารางที่ 3.2 โดยสมมติให้ความห่างของอัตราปุ๋ยระดับต่าง ๆ เท่ากัน เท่ากับ 37.5

1) ใส่ค่าของอัตราปุ๋ยไนโตรเจน 6 ระดับ และค่าเฉลี่ยของน้ำหนักผลผลิตมวลชีวภาพแห้งของแพงพวยฝรั่ง ของแต่ละระดับอัตราปุ๋ย ($\bar{y}_{i.}$)

2) ใส่สัมประสิทธิ์ของออธอกอนอล โพลีโนเมียล คอนทรัส ที่เป็นไปได้ทั้งหมดในที่นี้ คือ $P_{1i}, P_{2i}, P_{3i}, P_{4i}, P_{5i}$ โดยเปิดจากตารางสถิติออธอกอนอล โพลีโนเมียล

3) คำนวณค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละโพลีโนเมียล คอนทรัส โดยใช้สูตร คือ

$$SSP_c = n(\sum P_{ci}\bar{y}_{i.})^2 / \sum P_{ci}^2$$

เมื่อ n คือ จำนวนซ้ำในแต่ละกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเท่ากันทุกกลุ่มตัวอย่าง

4) ประมาณค่าสัมประสิทธิ์ $\hat{\alpha}_c$ ของสมการออธอกอนอล โพลีโนเมียล ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราปุ๋ยไนโตรเจนและผลผลิตมวลชีวภาพแห้งของแพงพวยฝรั่งได้สมการคือ

$$\hat{y}_i = \hat{\mu} + \hat{\alpha}_1 P_{1i} + \hat{\alpha}_2 P_{2i} + \hat{\alpha}_3 P_{3i} + \hat{\alpha}_4 P_{4i} + \hat{\alpha}_5 P_{5i}$$

เมื่อ $\hat{\alpha}_c = \sum P_{ci}\bar{y}_{i.} / \sum P_{ci}^2$

5) สมมติฐานที่ต้องการทดสอบคือ $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = 0$ คู่กับ H_1 : มีอย่างน้อย 1 ค่าที่ไม่เท่ากับ 0 สถิติทดสอบคือ

$$F = \frac{MSTr}{MSE}$$

ซึ่งมีการแจกแจงแบบ F ที่มีจำนวนชั้นอิสระ df = 5 , 18 เราจะปฏิเสธ H_0 ถ้าค่าสถิติที่คำนวณได้ F มากกว่าค่าวิกฤติ $F_{.05,5,18}$

6) เราสนใจทดสอบออธอกอนอล โพลีโนเมียล คอนทรัส ทีละตัวแยกกัน เพื่อหาสมการโพลีโนเมียลที่ดีที่สุด โดยการทดสอบนัยสำคัญของแต่ละตัวเป็นลำดับ คือ linear , quadratic , cubic , quartic และต่อไปเรื่อย ๆ เป็นการพิจารณาเริ่มจากโพลีโนเมียล คอนทรัส ตัวที่ง่ายที่สุด แล้วต่อด้วยโพลีโนเมียล คอนทรัส ตัวที่ซับซ้อนขึ้น สมมติฐานที่ต้องการทดสอบตามลำดับคือ $H_0 : \alpha_1 = 0$, $H_0 : \alpha_2 = 0$, $H_0 : \alpha_3 = 0$, $H_0 : \alpha_4 = 0$ และ $H_0 : \alpha_5 = 0$ สถิติทดสอบคือ

$$F = \frac{\text{MS contrast}}{\text{MSE}}$$

ที่มีจำนวนชั้นอิสระ df = 1, 18 เราจะปฏิเสธ H_0 ถ้าค่าสถิติที่คำนวณได้ F มากกว่าค่าวิกฤติ $F_{.05,1,18}$

แบบฝึกหัดบทที่ 3

1. สุเทพ เงือละออง (2539) ศึกษาเรื่องการทดลองใช้เปลือกกล้วยน้ำว้าแห้งบดละเอียดเป็นส่วนผสมในอาหารสำหรับเลี้ยงปลาแรด มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาอัตราการเปลี่ยนอาหารไปเป็นเนื้อของปลาแรด ผู้วิจัยสนใจศึกษาอิทธิพลของเปลือกกล้วยน้ำว้าแห้งบดละเอียดนำมาเป็นส่วนผสมในอาหารที่ใช้ทดลองซึ่งมี 5 สูตร สูตรที่ 1 มีแหล่งคาร์โบไฮเดรตเป็นแป้งอย่างเดียว อาหารสูตรที่ 2, 3, 4 และ 5 ใช้เปลือกกล้วยน้ำว้าบดละเอียดเข้าไปแทนที่คาร์โบไฮเดรต โดยลดแป้งมันสำปะหลังในอาหารสูตรที่ 2, 3, 4 และ 5 ลง 8.70, 17.40, 26.10 และ 34.80% ตามลำดับ การเตรียมปลาทดลองคัดเลือกปลาขนาดความยาวประมาณ 3.9 – 4.5 ซม. จำนวน 500 ตัว แยกปล่อยเลี้ยงในถังไฟเบอร์ถังละ 25 ตัว โดยใช้อัตราปล่อย 25 ตัวต่อตารางเมตร จำนวน 20 ถัง เก็บข้อมูล โดยทำการชั่งน้ำหนักและวัดความยาวของปลาทดลองทั้งหมดในแต่ละถังทุก ๆ 2 สัปดาห์ พร้อมทั้งนับจำนวนปลาในแต่ละถังทดลอง ข้อมูลที่ได้ทั้งหมดนำไปคำนวณหาอัตราการเปลี่ยนอาหารเป็นเนื้อ เมื่อครบสัปดาห์ที่ 14 ได้ข้อมูลดังตาราง

ตาราง อัตราการเปลี่ยนอาหารเป็นเนื้อของปลาแรดที่เลี้ยงด้วยอาหารผสมเปลือกกล้วยน้ำว้าแห้งบดละเอียด 5 สูตร

อาหารผสมเปลือกกล้วย	1	2	3	4
สูตร 1	1.818	1.976	2.557	2.557
สูตร 2	2.610	2.434	2.354	2.116
สูตร 3	2.403	2.320	3.703	3.239
สูตร 4	3.066	2.343	1.947	2.862
สูตร 5	3.507	4.127	3.184	2.991

จงตอบคำถามต่อไปนี้

ก. จงเขียนสมมติฐานทางสถิติ แล้วทดสอบสมมติฐานด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนและสรุปผลที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$

ข. ผู้วิจัยต้องการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของอัตราการเปลี่ยนอาหารเป็นเนื้อของปลาแรดที่เลี้ยงด้วยอาหารผสมเปลือกกล้วยน้ำว้าสูตรต่าง ๆ ดังนี้

$H_0 : \mu_2 = \mu_3$ $\quad H_0 : \mu_4 = \mu_5$ $\quad H_0 : \mu_2 + \mu_3 = \mu_4 + \mu_5$ $\quad H_0 : 4\mu_1 = \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_5$

จงทดสอบสมมติฐานข้างต้นที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$

2. สุทธิ ทองขาว ชูศักดิ์ จอมพุก และน้ำทิพย์ พวงระย้า (2540) ทำการวิจัยเรื่องผลของปุ๋ยนาชนิดผสมด้วยกำมะถันที่มีผลต่อหอยเชอรี่ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของปุ๋ยนาผสมกำมะถันเปรียบเทียบกับปุ๋ยนาที่ไม่ผสมกำมะถันและกำมะถันผงต่อพฤติกรรมการทำลายต้นข้าวของหอยเชอรีในนาข้าวของเกษตรกร ผู้วิจัยสนใจศึกษาปุ๋ยไม่ผสมกำมะถัน ปุ๋ยผสมกำมะถัน และกำมะถันผงเป็นทรีทเมนต์ทั้งหมด 9 ทรีทเมนต์ คือ
    1. ปุ๋ยนา 18-12-6 ไม่ผสมกำมะถัน 0.6 กรัม (T_1)
    2. ปุ๋ยนา 18-12-6 ไม่ผสมกำมะถัน 1.2 กรัม (T_2)
    3. ปุ๋ยนา 18-12-6 ไม่ผสมกำมะถัน 1.8 กรัม (T_3)
    4. ปุ๋ยนา 18-12-6 ผสมกำมะถัน 0.6 กรัม (T_4)
    5. ปุ๋ยนา 18-12-6 ผสมกำมะถัน 1.2 กรัม (T_5)
    6. ปุ๋ยนา 18-12-6 ผสมกำมะถัน 1.8 กรัม (T_6)
    7. กำมะถันผง 0.005 กรัม (T_7)
    8. กำมะถันผง 0.01 กรัม (T_8)
    9. กำมะถันผง 0.02 กรัม (T_9)

   เตรียมการทดลองโดยเก็บตัวอย่างดินชุดกำแพงแสนในบริเวณที่ไม่เคยใช้ปุ๋ยเคมีมาก่อน ตากดินให้แห้งแล้วทุบให้เป็นก้อนเล็ก ๆ แยกสิ่งเจือปนออก ชั่งดินใส่กระป๋องทรงกลมพลาสติกขนาด 8 ลิตร น้ำหนัก 3 กิโลกรัม จำนวน 36 กระป๋อง ใส่น้ำประปาจนดินอิ่มตัวด้วยน้ำและมีระดับสูงกว่าดิน 1 เซนติเมตร ให้ดินอยู่ในสภาวะขังน้ำ 15 วัน เริ่มปลูกข้าวใช้เมล็ดพันธุ์สุวรรณ ที่เพิ่งงอก แล้วถอนแยกให้เหลือ 4 ต้นต่อกระป๋อง เมื่อต้นข้าวอายุ 15 วัน และสูงประมาณ 15 เซนติเมตร ดำเนินการทดลองโดยปล่อยหอยเชอรี่ที่มีขนาดใกล้เคียงกัน จำนวนทั้งหมด 108 ตัว คือกระป๋องละ 3 ตัว ในวันเดียวกัน โดยให้แต่ละกระป๋องได้รับทรีทเมนต์ใด ๆ เป็นไปโดยสุ่มทรีทเมนต์ละ 4 กระป๋อง เก็บข้อมูลจำนวนต้นข้าวที่ถูกหอยเชอรี่ทำลายหลังจากเริ่มทดลอง 24 ชั่วโมง ได้ข้อมูลดังตาราง

ตาราง จำนวนต้นข้าวที่ถูกหอยเชอรี่ทำลายนับจากเริ่มทดลอง 24 ชั่วโมง

ปุ๋ย	อัตรา	กระป๋อง 1	กระป๋อง 2	กระป๋อง 3	กระป๋อง 4
1. 18-12-6	0.6	1	3	1	1
2. 18-12-6	1.2	2	0	0	0
3. 18-12-6	1.8	0	1	0	0
4. 18-12-6+S	0.6	2	1	4	1
5. 18-12-6+S	1.2	2	1	1	1
6. 18-12-6+S	1.8	1	0	0	0
7. กำมะถัน	0.005	2	2	3	4
8. กำมะถัน	0.01	3	2	3	3
9. กำมะถัน	0.02	3	2	2	4

จงตอบคำถามต่อไปนี้

ก. จงเขียนสมมติฐานทางสถิติที่ต้องการทดสอบของการทดลองนี้ แล้วทดสอบสมมติฐานด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนและสรุปผลที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$

ข. ผู้วิจัยต้องการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของจำนวนต้นข้าวที่ถูกหอยเชอรี่ทำลายที่ได้รับปุ๋ยชนิดต่าง ๆ ดังนี้

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 + \mu_3$

$H_0 : \mu_2 = \mu_3$

$H_0 : \mu_4 = \mu_5 + \mu_6$

$H_0 : \mu_5 = \mu_6$

$H_0 : \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 = \mu_4 + \mu_5 + \mu_6$

$H_0 : \mu_7 = \mu_8 + \mu_9$

$H_0 : \mu_8 = \mu_9$

$H_0 : \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_5 + \mu_6 = \mu_7 + \mu_8 + \mu_9$

จงทดสอบสมมติฐานและสรุปผลที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$

3. อาภรณ์รัตน์ โฆษิตวัฒนฤกษ์ (2543) ทำการศึกษาเรื่องผลของสารป้องกันกำจัดเชื้อราบางชนิดต่อการเกิดเชื้อราในการเก็บรักษาสับปะรดพันธ์ปัตตาเวีย ในสภาพบรรยากาศควบคุม วัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบบรรยากาศดัดแปลงต่าง ๆ ต่อการเกิดราในก้านสับปะรด ผู้วิจัยสนใจศึกษาสารกันราที่มีความเข้มข้นต่างๆ 5 ชนิด คือ 1. Carbendazim 1000 ppm. 2. Benlete 5000 ppm. 3. Carbendazim 5000 ppm. 4. Sumilex 5000 ppm. 5. Thiabendazole 5000 ppm. ดำเนินการทดลองเก็บสับปะรดจากแปลง แล้วเลือกเฉพาะผลที่มีความสุกแก่เท่ากัน จำนวน 90 ผล นำสับปะรดล้างในน้ำผสมคลอรีนเพื่อฆ่าเชื้อโรค นำสับปะรดทุกผลชุบแวก (wax) ที่มีความเข้มข้น 1 : 7 ทาสารกันราให้สับปะรด โดยสุ่มสับปะรด จำนวน 18 ผล ให้ทาสารกันราชนิดที่หนึ่ง สุ่มอีก 18 ผล ให้ทาสารกันราชนิดที่สอง ทำไปจนครบทั้ง 5 ชนิด แล้วบรรจุสับปะรดลงในกล่อง จำแนกตามชนิดของสารกันรากล่องละ 3 ผล นำไปเก็บในตู้คอนเทนเนอร์ที่มีการปรับปริมาณก๊าซ O_2 ให้เหลือ 2% และ CO_2 ให้เหลือ 5% ที่อุณหภูมิ 10°C เป็นเวลานาน 1 เดือน หลังจากนั้นย้ายสับปะรดมาเก็บรักษาในห้องเย็น มีอุณหภูมิ 20°C เก็บข้อมูลในวันที่ 0 และ 2 เป็นเปอร์เซ็นต์การเกิดเชื้อราในก้านสับปะรด โดยวัดเป็นเปอร์เซ็นต์ต่อพื้นที่ก้านเฉลี่ยแต่ละกล่องได้ข้อมูลดังตาราง

ตารางที่ 1 เปอร์เซ็นต์การเกิดเชื้อราในก้านสับปะรดที่ได้รับสารกันราชนิดต่าง ๆ 5 ชนิด ในวันที่ 0

สารกันรา	กล่องที่ 1	กล่องที่ 2	กล่องที่ 3	กล่องที่ 4	กล่องที่ 5	กล่องที่ 6
Cerbendazim 1000 ppm	74.49	52.5	2.5	29.16	2.08	2.08
Benlete 5000 ppm.	0.125	5.25	5	0.75	3.38	6.67
Carbendazim 5000 ppm.	4.5	0.75	5.38	11	6.875	3.125
Sumilex 5000 ppm.	0.75	1	2.5	0.75	0.625	1
Thiabendazole 5000 ppm.	5.125	2.125	0.75	2.375	0.875	2.25

ตารางที่ 2 เปอร์เซ็นต์การเกิดเชื้อราในก้านสับปะรดที่ได้รับสารกันราชนิดต่าง ๆ 5 ชนิด ในวันที่ 2

สารกันรา	กล่องที่ 1	กล่องที่ 2	กล่องที่ 3	กล่องที่ 4	กล่องที่ 5	กล่องที่ 6
Cerbendazim 1000 ppm	100	100	100	100	100	100
Benlete 5000 ppm.	3.75	1.25	0.20	2.25	0.75	12.5
Carbendazim 5000 ppm.	17.75	2.5	20	16	23.75	1.33
Sumilex 5000 ppm.	5	1.75	10	2.5	1.25	1.66
Thiabendazole 5000 ppm.	6	4.25	3.75	6.75	5	7.33

จงตอบคำถามต่อไปนี้

ก. จงเขียนสมมติฐานทางสถิติ แล้วทดสอบสมมติฐานในวันที่ 0 และในวันที่ 2 ด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนและสรุปผลใช้ระดับนัยสำคัญ $\alpha = .01$

ข. จงใช้วิธีของฟิชเชอร์เปรียบเทียบทรีทเมนต์ทั้งหมดทีละคู่ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = .01$

ค. จงใช้วิธีของดันแคนเปรียบเทียบทรีทเมนต์ทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = .01$