ตัวอย่างข้อสอบกลางภาค วิชา 01403342

ปิติ ตรีสุกล

ชื่อ-สกุล _____ เลขประจำตัว _____ คณะ / ชั้นปี _____

<u>คำชี้แจง</u>

1. ข้อสอบแบ่งเป็นสามตอน คะแนนรวม 70 คะแนน คิดเป็น 40 %
2. ทุจริตหรือมีพฤติกรรมส่อทุจริตในการสอบมีโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย
3. สามารถนำสูตรเข้าในการสอบได้ (1 หน้า A4) โดยห้ามมีขั้นตอนการพิสูจน์ ตัวอย่าง หรือ คำอธิบาย

<u>ตอนที่ 1</u> ความรู้เบื้องต้น (*ข้อละ 2 คะแนน*)

1. การระบุว่าอะตอมหรือไอออนเป็นธาตุชนิดใด ดูจากอะไร และ ^{5}He มีจำนวนอนุภาคพื้นฐานแต่ละชนิดเท่าใด
2. เลขควอนตัม (quantum number) คืออะไร มีกี่ตัว มีความสำคัญอย่างไร และบอกชุดของเลขควอนตัมที่เป็นไปได้สำหรับออร์บิทัล 3d
3. แรง มี 4 ชนิดได้แก่แรงชนิดใด และแรงที่เกิดขึ้นระหว่างอนุภาคต่าง ๆ ในอะตอม เป็นแรงแบบใด
4. จงแสดงการจัดเรียงอิเล็กตรอนของ $^{25}_{13}Al$
5. Hydrogenic atom คืออะไร ต่างจากอะตอมอื่นอย่างไร ยกตัวอย่างของ hydrogenic atom มา 3 ชนิด

<u>ตอนที่ 2</u> ตอบคำถามต่อไปนี้

1. ต้นกำเนิดของทฤษฎีควอนตัม
   1.1 ทฤษฎีฟิสิกส์ยุคเก่ามี 2 ทฤษฎีใหญ่ ๆ ได้แก่
      1) _____ ใช้สำหรับ _____
      2) _____ ใช้สำหรับ _____
   1.2 จงยกตัวอย่างของระบบที่ไม่สามารถอธิบายได้โดยทฤษฎีฟิสิกส์ยุคเก่า 2 ระบบ
      1) _____ อธิบาย _____
      _____
      2) _____ อธิบาย _____
      _____
   1.3 สมมติฐานของ de Brogile ซึ่งมีใจความสำคัญว่าอย่างไร
2. ตอบคำถามเกี่ยวกับ Schrödinger equation
   2.1 เราใช้ฟังก์ชันคลื่นในการอธิบายสิ่งใด
   2.2 ฟังก์ชันคลื่นที่ใช้ได้ต้องมีคุณสมบัติอย่างไร
      1) _____
      2) _____
      3) _____
      4) _____

2.3 อธิบายรูปทั่วไปของสมการชโรดิงเจอร์

2.4 เราต้องการอะไรจากการแก้สมการชโรดิงเจอร์

3. ค่า expectation value คืออะไร และให้เขียนสมการแสดงการหาค่า expectation ของ

3.1 ตำแหน่ง (x)

3.2 ตำแหน่ง (r)

3.3 โมเมนตัม (p)

4. จาก Dirac Notation ต่อไปนี้ จงเขียนให้อยู่ในรูปของการอินทิเกรต

4.1 $\langle\psi_i|\psi_j\rangle$

4.2 $\langle\psi|x|\psi\rangle$

4.3 $\langle\psi|r|\psi\rangle$

5. อธิบายความหมายและความสำคัญ สมการชโรดิงเจอร์ ระดับพลังงาน และฟังก์ชันคลื่นของระบบต่อไปนี้

5.1 Free particle

5.2 Particle in a box

5.3 Harmonic Oscillator

5.4 Rigid Rotor

6. จงเขียนฟังก์ชันคลื่นของระบบต่อไปนี้

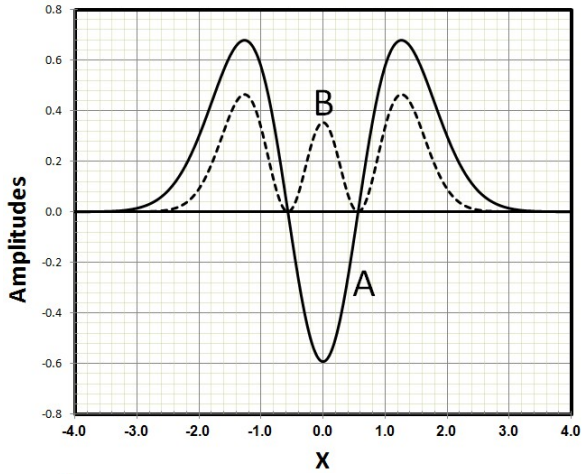
6.1 อนุภาคในกล่อง 2 มิติ (infinite) ที่ state n=4

6.2 อนุภาคที่มีการสั่นแบบ Harmonic Oscillator ที่ state ν=2

6.3 อนุภาคที่มีการหมุนแบบ Rigid Rotor ที่ state l=1 m_l=0

6.4 $Y_{2,1}(\theta,\phi)$

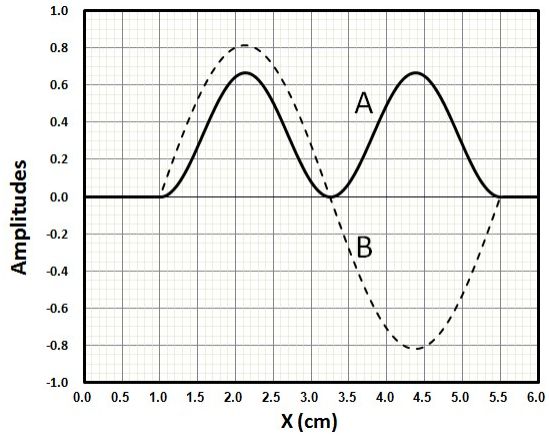
7. พิจารณากราฟด้านล่างและตอบคำถาม



7.1 กราฟนี้เป็นของระบบใด (บอกรายละเอียด)

1) กราฟ A บอกอะไร

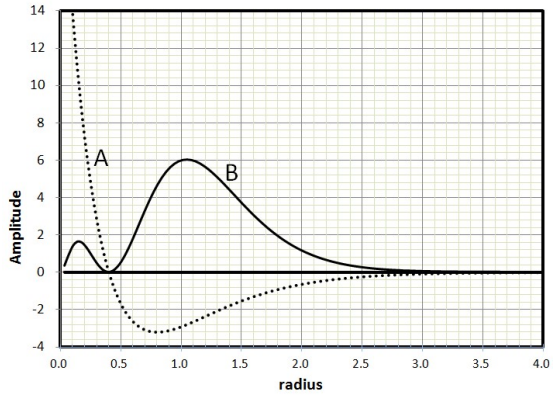
2) บริเวณที่มีโอกาสพบอนุภาคสูงสุดคือจุดใด และมีความน่าจะเป็นเท่าใด



7.2 กราฟนี้เป็นของระบบใด (บอกรายละเอียด)

1) ฟังก์ชันคลื่นแสดงโดยกราฟใด เพราะอะไร

2) บริเวณที่มีโอกาสพบอนุภาคสูงสุดคือจุดใด และมีความน่าจะเป็นเท่าใด

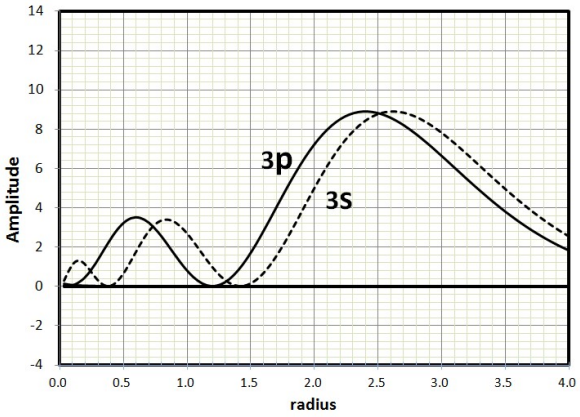


7.3 กราฟทั้งสองเส้นเป็นของอิเล็กตรอนในออร์บิทัลใด

1) กราฟ A และ B คืออะไร ต่างกันอย่างไร

2) จากกราฟอิเล็กตรอนส่วนใหญ่จะอยู่ที่ตำแหน่งใดในอะตอม

8. จงตอบคำถามด้านล่าง หากพิจารณาอะตอม Si
   8.1 จงอธิบายว่า Z_{eff} คืออะไร ต่างจาก Z อย่างไร
   8.2 จากกราฟ Radial distribution function ด้านล่าง อธิบายว่า $Z_{eff}(3s)$ และ $Z_{eff}(3p)$ มีค่าต่างกันอย่างไร



<u>ตอนที่ 3</u> จงตอบคำถามต่อไปนี้โดยแสดงวิธีคำนวณหรือพิสูจน์

1. เปรียบเทียบสมการ Eigen และ สมการ Schrödinger ด้านล่าง

   Eigen Equation : $\hat{A}\phi = a\phi$ Schrödinger Equation : $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + kx^2\psi = E\psi$

   1.1 โอเปอเรเตอร์ในสมการทั้งสองคืออะไร
   1.2 เทอมใดในสมการ Eigen ต้องเป็นค่าคงที่ (ตัวเลข)

2. จงพิสูจน์ว่าฟังก์ชันต่อไปนี้ เป็น Eigen function ของโอเปอเรเตอร์ $\frac{d}{dx}$ และ $\frac{d^2}{dx^2}$ หรือไม่

   2.1 $4x^2+3$ 2.2 $\cos(3x)$ 2.3 $\sin(2x)+\cos(2x)$
   2.4 $\sin(2x)+\cos(3x)$ 2.5 e^{ikx} 2.6 e^{ikx^2}

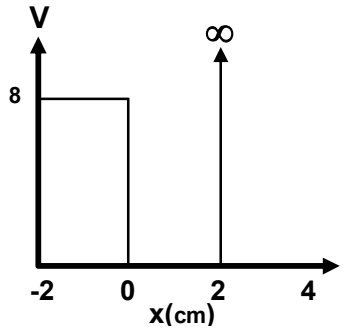
3. จงแสดงขั้นตอนการพิสูจน์ โดยเริ่มจาก $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + V(x)\Psi = -\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\Psi}{\partial t}$ และพิจารณาว่า $\Psi = \psi(x)f(t)$ จนได้

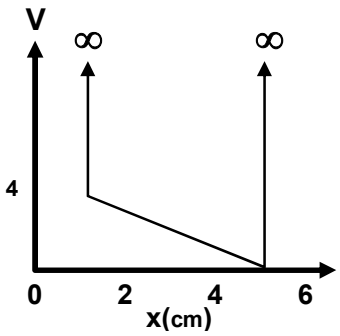
4. สมการ $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + V(x)\psi = E\psi(x)$ และ $f(t) = e^{-iEt/\hbar}$ (คะแนนขึ้นกับความละเอียดในการพิสูจน์)

5. เมื่อแก้สมการ Schrödinger พบว่าได้ผลเฉลยเป็น $\psi(x)$ แต่พบว่า $\int_{-\infty}^{\infty}\psi^*\psi dx = 5.28$

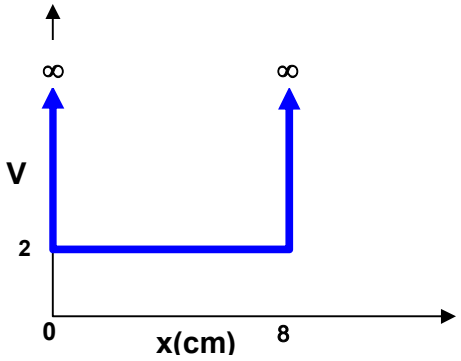
   5.1 ฟังก์ชันคลื่นที่ได้ถูกต้องหรือไม่ อย่างไร
   5.2 ถ้าฟังก์ชันคลื่นที่ได้ไม่ถูกต้อง จะแก้ไขให้ถูกต้องได้อย่างไร

6. จงเขียนสมการ V(x) สำหรับระบบต่อไปนี้ โดยระบุด้วยว่าต้องใช้ Boundary condition อย่างไร
   1.1 Harmonic Oscillator
   1.2 อนุภาคที่มีศักย์ดังในรูปด้านล่าง





7. จงเขียนสมการ Schrödinger แบบไม่ขึ้นกับเวลาสำหรับระบบต่อไปนี้
   7.1 Zero potential
   7.2 Particle in a finite depth potential box
   7.3 Harmonic Oscillator
8. พิจารณาอนุภาคในกล่อง 1 มิติ ซึ่งมีศักย์ดังแสดงในภาพ



   8.1 จงแก้สมการ Schrödinger เพื่อหาค่า ψ

   ถ้าพิจารณาเฉพาะกรณีที่อนุภาคอยู่ใน state n=3

   8.2 จงวาดรูปฟังก์ชันคลื่นที่ได้ (โดยประมาณ) ในภาพด้านบน
   8.3 จงคำนวณหาค่า Normalizing Factor (N) ของฟังก์ชันนี้
   8.4 ความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคที่ตำแหน่ง x=2.0 cm
   8.5 ความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคอยู่ระหว่างตำแหน่ง x=1.0 ถึง 2.0 cm

9. ถ้าฟังก์ชันคลื่นของออร์บิทัล 1s คือ $\psi = e^{-r/2}$
   9.1 แสดงวิธีคำนวณหา normalizing factor ของฟังก์ชันนี้
   9.2 จงคำนวณหาความน่าจะเป็นที่พบอนุภาคในบริเวณที่ r = 4.0 nm ถึง 5.0 nm
10. จงพิสูจน์ว่า $\psi_{n=1}$ และ $\psi_{n=4}$ ของระบบอนุภาคในกล่อง (infinite) ที่มีความกว้าง 10 cm มีสมบัติ orthogonal ต่อกัน
11. จงเขียน wave function ของ electron 2s และ $3p_0$ ของ He^+
   11.1 จงแสดงสมการที่ใช้ในการหาค่าเฉลี่ยของตำแหน่งของอิเล็กตรอนที่อยู่ในออร์บิทัล 2s
   11.2 จงแสดงสมการที่ใช้ในการหา $\langle E_k \rangle$ ของอิเล็กตรอนที่อยู่ในออร์บิทัล $3p_0$
12. หากกำหนดให้ r= 1 Å จงอธิบายความหมายของเทอมด้านล่าง โดยต้องบอกว่าทั้งสองเทอมนี้แตกต่างกันอย่างไร และอธิบายว่า Radial Distribution function คืออะไร
   12.1 $\psi(r,\theta,\phi)^2$
   12.2 $\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \psi(r,\theta,\phi)^2 r^2 dr \sin\theta d\theta d\phi$
13. จงอธิบายความหมายของสมการ $\langle r \rangle = \int |\psi|^2 r d\tau = \int_0^{\infty}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} r |R_{n,l}|^2 |Y_{l,ml}|^2 r^2 dr \sin\theta d\theta d\phi$
14. จงเขียน wave function ของ โบรอน โดยใช้การประมาณแบบ Orbital Approximation
15. Many-electron atom ต่างจาก Hydrogenic atom อย่างไร