

Chapter 2 Mathematic in Natural Phenomenon

รศ.ดร.วีระศักดิ์ อุมตโชค และ

อาจารย์วีระเกษมทร สวนผกา

Weerakaset Suanpaga
(D.ENG-Candidate)

Department of Civil Engineering
Faculty of Engineering , Kasetsart University
Bangkok, Thailand

www.pirun.ku.ac.th/~fengwks/mathcomp

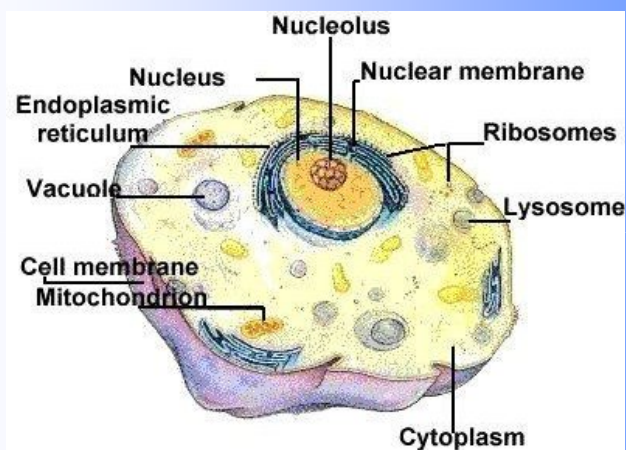
Chapter 2

คณิตศาสตร์กับปรากฏการณ์ธรรมชาติ

- ⇒ 2.1 คณิตศาสตร์ของการแบ่งเซลล์
- ⇒ 2.2 คณิตศาสตร์ของอนุกรมพีโบแนกซี
- ⇒ 2.3 คณิตศาสตร์ของการโคจรในระบบสุริยะ

2

2.1 คณิตศาสตร์ของการแบ่งเซลล์



เซลล์ และส่วนประกอบภายในเซลล์

3

การแบ่งเซลล์ครั้งแรกจาก 1 เซลล์ เป็น 2 เซลล์ ในครั้งที่ 2 จาก 2 เซลล์ จะถูกแบ่งออกเป็น 4 เซลล์

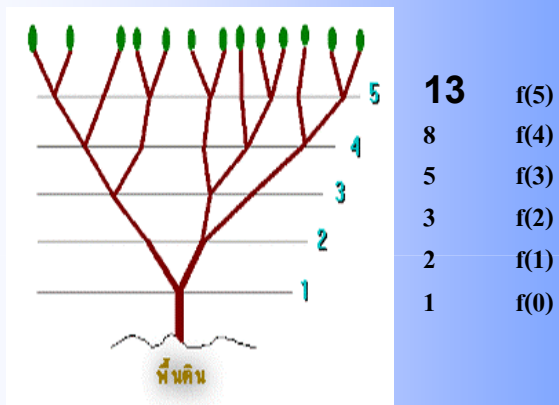
การแบ่งเซลล์จาก 1 เซลล์ เป็น 2 เซลล์จะใช้ฐาน 2 ยกกำลัง n ครั้งของการแบ่งเซลล์นั้น

เซลล์เริ่มต้น N_0 เซลล์แบ่งตัว 1 ครั้งจะได้ $2^1 N_0$
แบ่งตัว 2 ครั้งจะได้ $2^2 N_0$ แบ่งตัว 3 ครั้งจะได้ $2^3 N_0$ และ
แบ่งตัว n ครั้งจะได้ $2^n N_0$

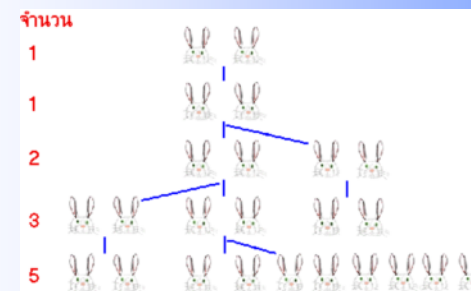
$$\text{ดังนั้น } N = 2^n N_0$$

4

2.2 คณิตศาสตร์ของอนุกรมฟีโบนัคชี



การเจริญเติบโตของต้นไม้สอดคล้องกับการเพิ่มตัวเลขในอนุกรมฟีโบนัคชีแตกกิ่งก้านสาขาในการ $f(n)=f(n-1)+f(n-2)$



แผนภาพของการเพิ่มจำนวนกระต่ายตามความคิดของฟีโบนัคชี

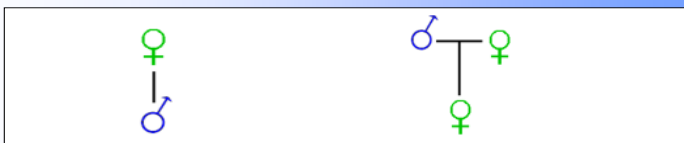
ฟังก์ชันของอนุกรมฟีโบนัคชี

$$f(n) = f(n-1) + f(n-2)$$

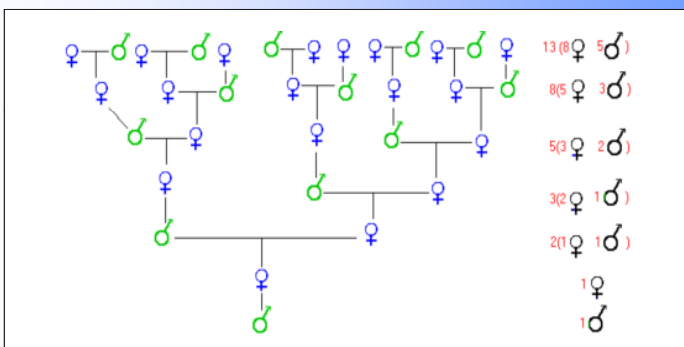
$$f(1) = f(0) + f(-1) = 1 + 1 = 2$$

$$f(2) = f(1) + f(0) = 2 + 1 = 3$$

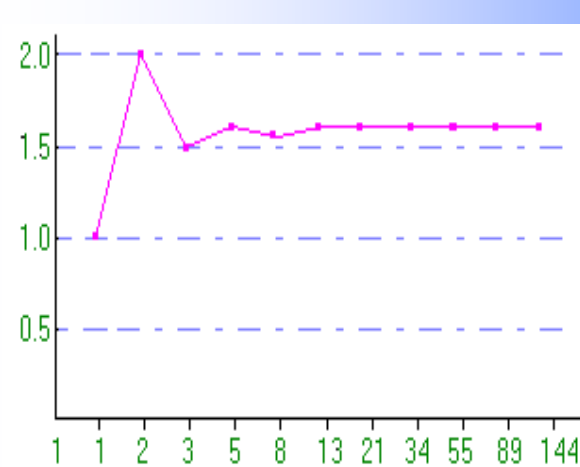
$$f(3) = f(2) + f(1) = 3 + 2 = 5$$



โครงสร้างการถ่ายทอดเพศของฝั่งนางพญาและฝั่งเพศผู้



แผนภาพการลำดับเครือญาติของฝั่งสอดคล้องกับอนุกรมฟีโบนัคชี



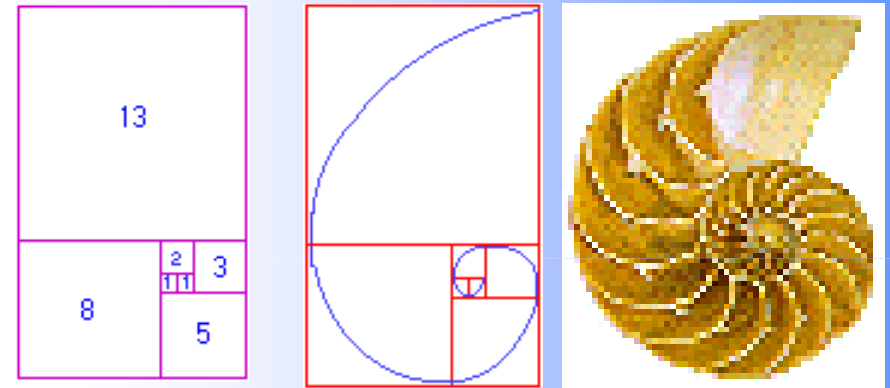
$\frac{1}{1} = 1$
$\frac{2}{1} = 2$
$\frac{3}{2} = 1.5$
$\frac{5}{3} = 1.67$
$\frac{8}{5} = 1.6$
$\frac{13}{8} = 1.625$

กราฟของตัวเลขอันดับอนุกรมฟีโบนัคชีที่เกิดจากการหารกันของค่าอนุกรมที่ติดกัน



การจัดวางเมล็ดของดอกทานตะวัน
และโคนของสน วนเป็นก้นหอย

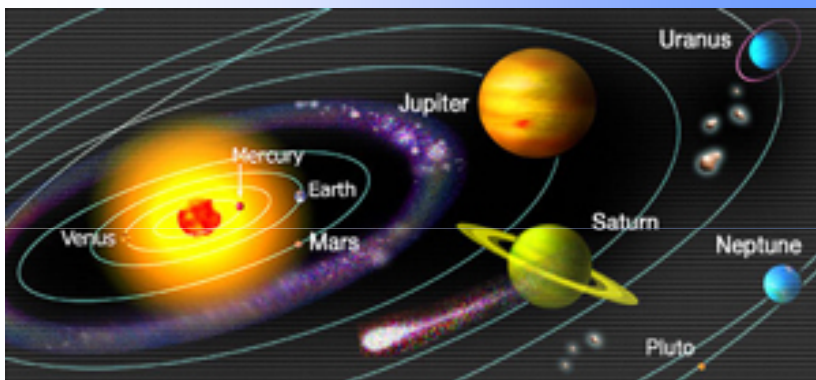
สี่เหลี่ยมฟีโบนาคีและก้นหอย



การจัดเรียงจตุรัสตามตัวเลขในอนุกรมฟีโบนาคี
เมื่อโยงทะแยงมุมจะมีลักษณะเป็นโค้งก้นหอย



2.3 คณิตศาสตร์ของการโคจรในระบบสุริยะ



ระบบสุริยะของเราสัมพันธ์กับระบบสุริยะอื่น
ในแกแลกซีทางช้างเผือก



2.3 คณิตศาสตร์ของการโคจรในระบบสุริยะ



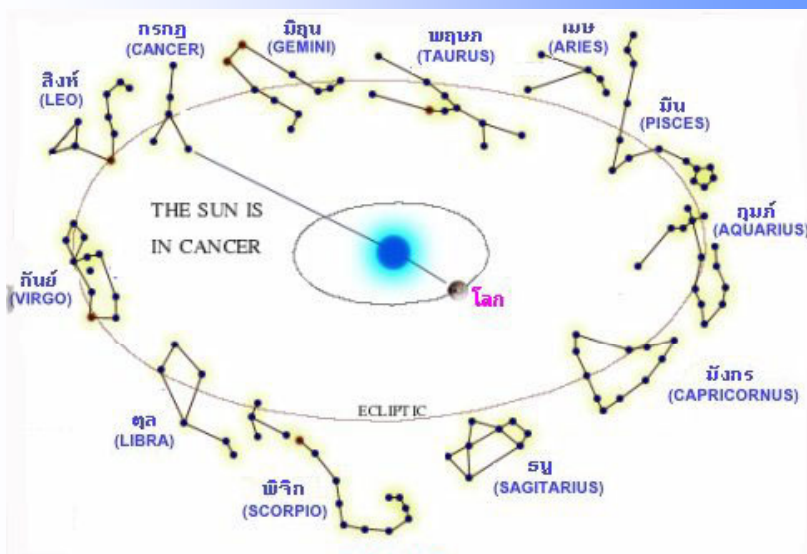
ระบบสุริยะของเราสัมพันธ์กับระบบสุริยะอื่น
ในแกนแลกซีทางช้างเผือก

2.3 คณิตศาสตร์ของการโคจรในระบบสุริยะ



วงโคจรของดาวอาทิตย์บนระนาบเส้นสุริยวิถี ผ่านกลุ่มดาวจักรราศี

ระบบสุริยะของเราสัมพันธ์กับระบบสุริยะอื่น
ในแกนแลกซีทางช้างเผือก



ตำแหน่งของโลกในวงโคจรรอบดวงอาทิตย์
รองรับด้วยกลุ่มดาวในแต่ละราศี

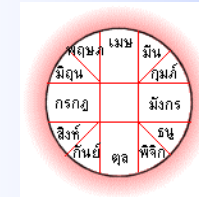
•คณิตศาสตร์ของการโคจรในระบบสุริยะกับดาราศาสตร์

คำว่า "ดาราศาสตร์" คือเรื่องเกี่ยวกับดวงดาว ดาราศาสตร์ เป็นวิชาการที่ว่าด้วยเหตุอันเกิดจากดาว (Astrology) ส่วนคำว่า "โหรา" เป็นคำสันสกฤต ตรงกับภาษาละตินว่า Hora ซึ่งมีความหมายถึง เวลา วิชาที่ว่าด้วยการคำนวณเวลา

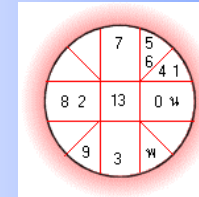
ความเชื่อในเรื่องโหราศาสตร์ หรืออิทธิพลของดวงดาวที่มีต่อมนุษย์โลกมีมานานแล้ว มีมาในทุกชาติทุกภาษา เราได้เห็นได้ชัดว่าสมัยพุทธกาลก็มีการกล่าวถึง วันประสูติ ตรัสรู้ ปรีชาญาณ ซึ่งเกี่ยวข้องกับดวงดาว หรือแม้แต่วันมาฆบูชา ก็เป็นวันที่เกี่ยวข้องกับดวงดาวทั้งสิ้น

ในประเทศจีนมีการใช้ปฏิทินมานานกว่าสามพันปี มีการคำนวณแนวทางเดินของดวงอาทิตย์ ดวงจันทร์ ทำให้ทราบวันที่จะเกิดสุริยุปราคา หรือจันทรุปราคาได้ก่อน และถูกต้องแม่นยำ และที่สำคัญคือทุกประเทศ ทุกชาติ มีตำนานเกี่ยวกับจักรราศี และใช้จักรราศีเหมือนกัน

ด้วยการสังเกตและเฝ้าติดตามดวงดาว โดยเฉพาะดาวเคราะห์ ดวงอาทิตย์ ดวงจันทร์ โดยผู้สังเกตอยู่บนโลก ทำให้มีการพัฒนาศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ให้ก้าวหน้าได้มาก สามารถคิดหลักการทางด้านตรีโกณมิติ โดยดูจากทรงกลมฟ้าที่ใช้ในเรื่องการคำนวณหาค่าตัวเลขธรรมชาติหลาย ๆ ตัวเช่น พาย (π) ค่าซายน์ (sin) คอส (cos) แทน (tan) เป็นต้น *ที่มา: รศ. ชิน ภู่วรรณ, สำนักบริการคอมพิวเตอร์มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์



แผนภูมิจักรราศี



ตำแหน่งดวงดาวในแผนภูมิจักรราศี

คัมภีร์ดาราศาสตร์ไทย

• คัมภีร์ดาราศาสตร์ไทยขึ้นมาเรียกว่า "คัมภีร์สุริยศาสตร์" หากแปลตรงตัวก็หมายถึง ตำราที่ว่าด้วยการคำนวณการโคจรของดวงอาทิตย์ ซึ่งที่จริงในคัมภีร์จะมีสูตรในการคำนวณวงโคจรของดาวทั้ง 7

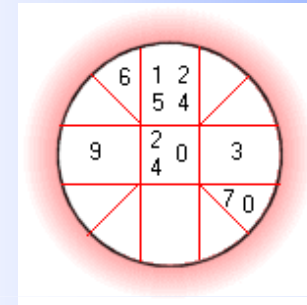
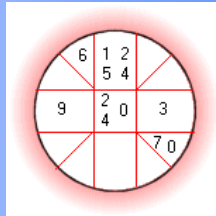
การลงค่าตัวเลขประจำดวงดาวในแผนภูมิจักรราศีทำให้สามารถทราบการโคจรของดาวต่างๆเหล่านั้น

หากเขียนแผนที่ดาวในรูปแบบดาวที่ใช้ในทางโหราศาสตร์จะได้รูปวงกลมที่แบ่งออกเป็นส่วนรอบ ๆ 12 ส่วน และมีสี่เหลี่ยมกลาง

ตำแหน่งดาวต่าง ๆ ปรากฏอยู่บนแผนที่ โดยถือว่าโลกเป็นจุดศูนย์กลาง หรือที่เรียกว่า **Geocentric Measurement**

ตำแหน่งของดาวจะโคจรเสมือนโคจรรอบโลก ทั้งนี้เพราะจุดสังเกตคือเรายอยู่บนพื้นโลก ซึ่งคิดว่าคงที่ โดยดูการเคลื่อนไหวเปลี่ยนแปลงของดวงอาทิตย์ ดวงจันทร์ ซึ่งเคลื่อนที่ผ่านกลุ่มดาวจักรราศี

• ๑ - ดาวอาทิตย์ / ๒ - ดาวจันทร์ / ๓ - ดาวอังคาร / ๔ - ดาวพุธ / ๕ - ดาวพฤหัสบดี / ๖ - ดาวศุกร์ / ๗ - ดาวเสาร์ / ๘ - ดาวราหู / ๙ - ดาวเกตุ / ๑๐ - ดาวมฤตยู
จริง ๆ แล้วราหู และ เกตุไม่ใช่ดาว แต่เป็นจุดคราส (จุดดับ เช่นเดียวกับ จันทรคราส หรือ สุริยุคราส) แม้ไม่ใช่ดาวแต่ก็มีอิทธิพล ต่อบุคคลไม่แพ้ดาว และสามารถดลบันดาล ให้เกิดเรื่องต่างๆ ทั้งดีและร้าย ในชีวิตคนเรา ได้เช่นเดียวกับดาว



ตำแหน่งของดาวเคราะห์และดวงดาวทั้งหลายรวมทั้งดวงอาทิตย์ และดวงจันทร์ปรากฏอยู่ในแผนที่ดาวที่นักโหราศาสตร์คิดคำนวณจากปฏิทินโหราศาสตร์ และนำมาใส่ไว้ เช่น สุริยุคติกาล วันที่ 16 เมษายน 2531 วันเสาร์ขึ้น 1 ค่ำ เดือน 6 ปีมะโรง จ.ศ. 1350

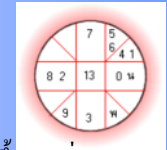
หลักการ ดูดาว ณ. เวลา นี้ ให้ดูว่า ดวงอาทิตย์ (ดาว 1) อยู่ตรงไหนแล้วลองเทียบดูดาวอื่นๆ ว่าอยู่ตำแหน่งใด จะพบว่าเราสามารถดูดาวศุกร์, ดวงจันทร์ หรือ ดาวอังคาร ซึ่งพอจะมองเห็นด้วยตาได้

อัตราการโคจรของดวงดาวในจักรราศี

- ดาวอาทิตย์ (๑) ใช้เวลาโคจรประมาณ ๑ เดือน ต่อ ๑ ราศี
- ดาวจันทร์ (๒) ใช้เวลาโคจรประมาณ ๒ วันครึ่ง ต่อ ๑ ราศี
- ดาวอังคาร (๓) ใช้เวลาโคจรประมาณ ๔๕ วัน ต่อ ๑ ราศี
- พุธ (๔) ใช้เวลาโคจรประมาณ ๑๕ วันขึ้นไปถึง ๓๐ วัน ต่อ ๑ ราศี
- พฤหัส (๕) ใช้เวลาโคจรประมาณ ๑ ปี ต่อ ๑ ราศี
- ศุกร์ (๖) ใช้เวลาโคจรประมาณ ๑๕ วันขึ้นไปจนถึง ๓๐ วัน ต่อ ๑ ราศี
- เสาร์ (๗) ใช้เวลาโคจรประมาณ ๒ ปี ๖ เดือน ต่อ ๑ ราศี
- ราหู (๘) ใช้เวลาโคจรประมาณ ๑ ปี ๖ เดือน ต่อ ๑ ราศี
- เกตุ (๙) ใช้เวลาโคจรประมาณ ๒ เดือน ต่อ ๑ ราศี
- มฤตยู (๑๐) ใช้เวลาโคจรประมาณ ๗ ปี ต่อ ๑ ราศี

- ๖๐ ปีปลา เท่ากับ ๑ องศา
- ๓๐ องศา เท่ากับ ๑ ราศี (๑ ราศี มี ๓๐ องศา หรือ ๑ ราศี มี ๑,๘๐๐ ปีปลา)
- ๑ ราศีจักรมีทั้งหมด ๑๒ ราศี
- ๑ ราศีจักรมีทั้งหมด ๓๖๐ องศา (๓๐ X ๑๒ = ๓๖๐)
- ๑ ราศีจักรมีทั้งหมด ๒๑,๖๐๐ ปีปลา (๑,๘๐๐ X ๑๒ = ๒๑,๖๐๐)

ตัวอย่างเช่น



- วันศุกร์ที่ 26 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2542 ขึ้น 12 ค่ำ เดือน 4
- วันที่ 26 กุมภาพันธ์ ดวงอาทิตย์ (1) ยังคงอยู่ราศีกุมภ์ ดวงจันทร์ขึ้น 12 ค่ำ หากพิจารณาดูว่า ถ้าขึ้น 15 ค่ำ หมายถึงอยู่ท่ามกลางดวงอาทิตย์ 180 องศา ดังนั้นขึ้น 12 ค่ำ จึงทำมุมประมาณ 144 องศา หนึ่งช่องประมาณ 30 องศา ดังนั้นพระจันทร์ (2) จึงอยู่แถวช่วงราศีกรกฎ
- ในภาพแผนที่ดาวนี้จะเห็นดาวพุธ (4) อยู่คู่ดวงอาทิตย์ ในราศีกุมภ์ ส่วนดาวศุกร์ (6) และดาวพฤหัส (5) ทำมุมประมาณ 30 องศา ดังนั้นขณะพระอาทิตย์ตกดิน จะเห็นดาวพฤหัสและดาวศุกร์อยู่ใกล้กัน ในมุมประมาณ 30-40 องศา ส่วนดาวเสาร์ (7) อยู่ราศีเมษ หรือในตอนพระอาทิตย์ลับขอบฟ้าจะเห็นดาวเสาร์ทำมุมบนท้องฟ้าทางทิศตะวันตกประมาณ 60 องศา ดาวที่เห็นด้วยตาเปล่าอีกดวงคือดาวอังคาร (3) อยู่ราศีตุล จะขึ้นทางขอบฟ้าทิศตะวันออกแล้วประมาณ 22:00 น. (6.00+16.00) หรือ ตอนหลังจากพระอาทิตย์ตกดับประมาณ 4 ชั่วโมง การคิดคำนวณวิธีการโคจรจริงจะทำให้ทราบเวลาที่แท้จริงได้

•การหาลัคนาอย่างง่าย

•เราสามารถหาลัคนาอย่างง่ายได้ โดยมีหลักเกณฑ์คือ ณ เวลาประมาณ 6 โมงเช้า ลัคนาจะอยู่ตำแหน่งเดียวกับดาวอาทิตย์ จากนั้นเราสามารถใช้เกลียวว่าใน 24 ชั่วโมง

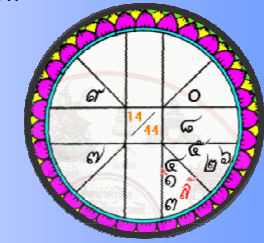
•ลัคนาจะเคลื่อน 1 รอบจักรราศี คือ 360 องศา

•1 ชั่วโมง ลัคนาจะเคลื่อนที่ได้ประมาณ 15 องศา หรือ 2 ชั่วโมง จะเคลื่อนที่ได้ 30 องศา คือ 1 ราศีนั่นเอง

•ตัวอย่างเช่น หากเกิดวันที่ 13 เมษายน 12.00 น ดาวอาทิตย์จะอยู่ราศีเมษ ดังนั้นเวลา 12.00 น. ห่างจาก 6.00 น. อยู่ 6 ชั่วโมง เท่ากับ 3 ราศี จะพอจะอนุมานได้ว่า ลัคนาจะอยู่ในราศีกรกฎ หากแต่วิธีนี้เป็นวิธีที่หยาบมากๆ เนื่องจากการหาลัคนาที่แท้จริงจะต้องคำนึงถึงวัน เวลา และสถานที่เกิดด้วย อีกทั้งใน 1 วันนั้น ลัคนาจะโคจรผ่านแต่ละราศีใช้เวลาไม่เท่ากันด้วย มีสูตรที่เกี่ยวข้องในการคำนวณหาเวลาในการโคจรของลัคนาอีก เรียกว่า "อินโดนาที"

•พระจันทร์ยิ้ม

•ดาว 2 ดวง กับดวงจันทร์ มาอยู่จุดอย่างนี้แบบพอดี



1 ธ.ค. 2551

•ภาพปรากฏการณ์ "พระจันทร์ยิ้ม" นี้ สถาบันวิจัยดาราศาสตร์แห่งชาติระบุว่า เป็นปรากฏการณ์ดวงจันทร์ ดาวศุกร์และดาวพฤหัสบดีอยู่ใกล้กัน (Conjunction of Moon, Venus and Jupiter) ทางทิศตะวันตกเฉียงใต้ ในช่วงหัวค่ำของวันที่ 1 ธ.ค.นี้ โดยดาวศุกร์และดาวพฤหัสบดีอยู่ห่างกันเพียง 2 องศา และดวงจันทร์ปรากฏเป็นเสี้ยว หันด้านมีคี่เข้าดาวเคราะห์ทั้งสองพอดี ทั้งนี้ดาวศุกร์จะสว่างกว่าดาวพฤหัสบดีและอยู่ต่ำกว่าเล็กน้อย

สมาคมดาราศาสตร์ไทยระบุว่า

ดวงจันทร์ในคืนวันที่ 1 ธ.ค.51 นี้จะตกเวลา 20.46 น

•การคำนวณตำแหน่งดาวอย่างง่าย

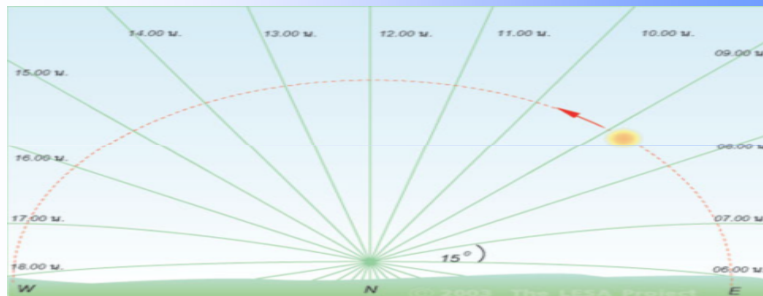
•การเปลี่ยนแปลงตำแหน่งเนื่องจากโลกหมุนรอบตัวเอง

โลกหมุนรอบตัวเอง 1 รอบ ใช้เวลา 24 ชั่วโมง

24 ชั่วโมง ตำแหน่งของดาว (มุมที่กำกับชั่วโมง) เปลี่ยนแปลง 360 องศา

1 ชั่วโมง ตำแหน่งของดาวเปลี่ยนแปลง = $360 / 24 = 15$ องศา

1 นาที ตำแหน่งของดาวเปลี่ยนแปลง = $15 / 60 = 0.25$ องศา



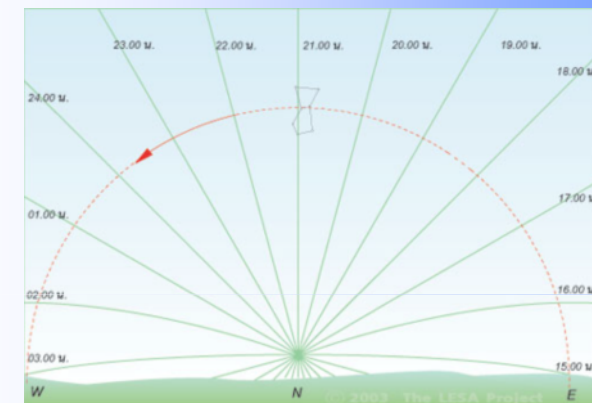
•ดาวอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออก เวลา 06.00 น. ไปตกยังทิศตะวันตก เวลา 18.00 น. ใช้เวลา 12 ชั่วโมง คิดเป็นมุมได้ 180 องศา

•ดังนั้น 1 ชั่วโมง ดาวอาทิตย์เคลื่อนที่ = $180 / 12 = 15$ องศา

•เพราะฉะนั้นในเวลา 09.00 น.

•ดาวอาทิตย์จะอยู่สูงจากขอบฟ้าด้านทิศตะวันออก = $(9 - 6) \times 15 = 45$ องศา

ที่มา: http://www.lesacd.in.th/1/celestial_sphere/sky_math/sky_math.html



เรามองเห็นกลุ่มดาวนายพรานอยู่เหนือศีรษะ เวลา 21.00 น. อยากทราบว่ากลุ่มดาวนายพรานจะตกเวลาเท่าไร

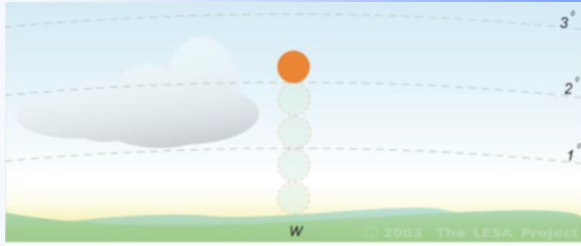
ใน 1 ชั่วโมง ดาวบนเส้นศูนย์สูตรฟ้าเคลื่อนที่ไปทางตะวันตก เป็นมุม = $180 / 12 = 15$ องศา

จุดเหนือศีรษะ ห่างมุมกับ ขอบฟ้าด้านทิศตะวันตก = 90 องศา

ดังนั้นกลุ่มดาวนายพรานจะเคลื่อนไปอยู่ที่ขอบฟ้าด้านทิศตะวันตก ใช้เวลา = $90 / 15 = 6$ ชั่วโมง

เพราะฉะนั้นกลุ่มดาวนายพรานจะตกเวลา = $21.00 + 6.00 (- 24.00)$ ชั่วโมง = 03.00 นาฬิกา ของวันรุ่งขึ้น

ที่มา: http://www.lesacd.in.th/1/celestial_sphere/sky_math/sky_math.html



เรามองเห็นดวงอาทิตย์อยู่สูงเหนือขอบฟ้าด้านทิศตะวันตก เป็นระยะสูง 4 เท่า ของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง

อยากทราบว่า ดวงอาทิตย์จะสัมผัสขอบฟ้าภายในเวลากี่นาที

ขนาดเชิงมุมของเส้นผ่านศูนย์กลางดวงอาทิตย์ = 0.5 องศา

ดวงอาทิตย์เคลื่อนที่ไป 4 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง = $4 \times 0.5 = 2$ องศา

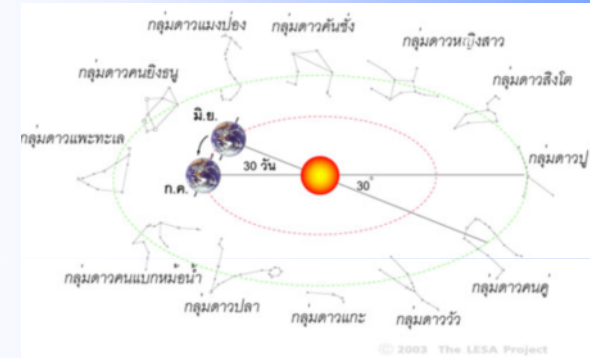
1 ชั่วโมง ดวงอาทิตย์เคลื่อนที่ = $180 / 12 = 15$ องศา

ดวงอาทิตย์เคลื่อนที่ 1 องศา ใช้เวลา = $60/15 = 4$ นาที

ดังนั้นย่อมใช้เวลา = $2 \times 4 = 8$ นาที กว่าดวงอาทิตย์จะสัมผัสขอบฟ้า

ที่มา: http://www.lesacd.in.th/1/celestial_sphere/sky_math/sky_math.html

25

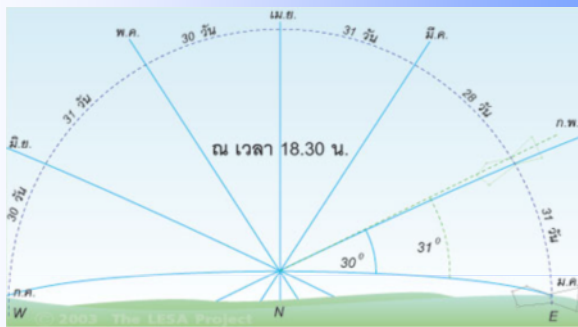


•โลกโคจรรอบดวงอาทิตย์ ทำให้เรามองเห็นตำแหน่งของกลุ่มดาวเปลี่ยนไป

- โลกโคจรรอบดวงอาทิตย์ 1 รอบ ใช้เวลา 1 ปี หรือ 365.25 วัน
- 1 ปี ตำแหน่งของดาวเปลี่ยนแปลง 360 องศา (มุมที่ทำกับขั้วฟ้า)
- 1 วัน ตำแหน่งของดาวเปลี่ยนแปลง $360 / 365.25 = 1$ องศา
- นั่นหมายความว่า ดาวขึ้นเร็วขึ้นวันละ 1 องศา

ที่มา: http://www.lesacd.in.th/1/celestial_sphere/sky_math/sky_math.html

26



•วันที่ 1 ม.ค. กลุ่มดาวนายพรานขึ้นเวลา 18.30 น.

อยากทราบว่า ในเวลาเดียวกัน ของวันที่ 1 ก.พ. ตำแหน่งของกลุ่มดาวนายพรานจะสูงเหนือขอบฟ้ากี่องศา

• 1 วัน ตำแหน่งของดาวเปลี่ยนแปลง = $360 / 365.25$ ประมาณ 1 องศา

• 31 วัน ตำแหน่งของดาวเปลี่ยนแปลง = $1 \times 31 = 31$ องศา

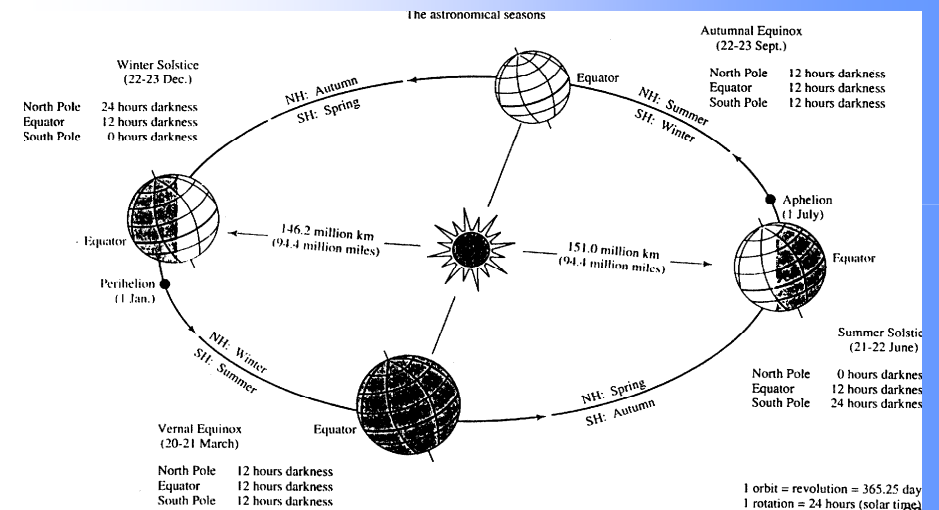
•เพราะฉะนั้นในวันที่ 1 ก.พ. เวลา 18.30 น. กลุ่มดาวนายพรานจะสูงเหนือขอบฟ้าด้านทิศตะวันออก 31 องศา

•ณ เวลาเดิมของแต่ละวัน ตำแหน่งของกลุ่มดาวเปลี่ยนไป เนื่องจากโลกโคจรรอบดวงอาทิตย์

การคำนวณตำแหน่งดาวอย่างง่าย แผ่นที่ 27/5

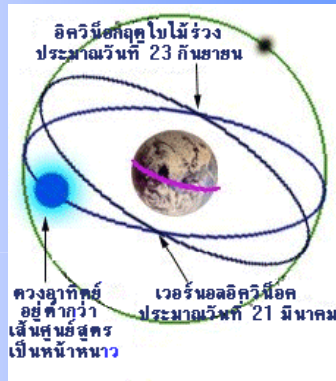
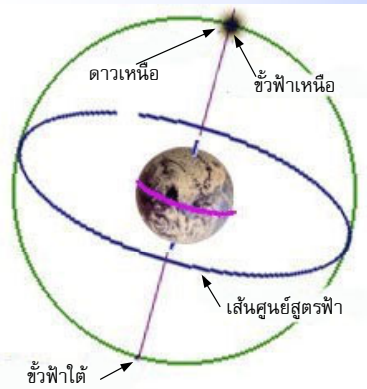
ที่มา: http://www.lesacd.in.th/1/celestial_sphere/sky_math/sky_math.html

การโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ และการเอียงของโลกทำให้เกิดฤดูกาล

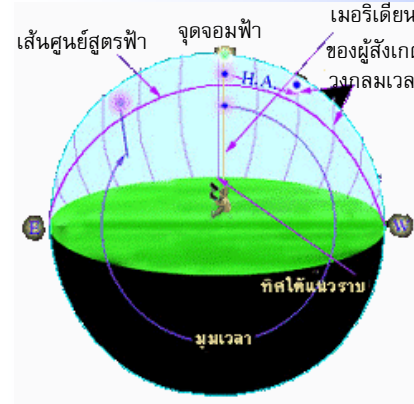


1 orbit = revolution = 365.25 day
1 rotation = 24 hours (solar time)

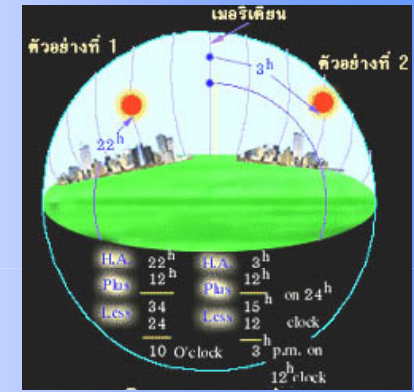
28



ทรงกลมท้องฟ้ากับโลก



มุมเวลา (hour angle)



การคำนวณเวลาในระบบโซลาร์

หลักการสำคัญในการคำนวณการโคจรของดวงดาวเพื่อการคำนวณลักษณะของแต่ละคน

1. มวลของโคจรวัตถุมากจะถูกแรงดึงดูดกระทำมากต้องโคจรเร็ว
2. ระยะทางมากแรงดึงดูดน้อยต้องโคจรช้า
3. ดาวแต่ละดวงมีมวลไม่เท่ากันและระยะทางไม่เท่ากันจึงโคจรด้วยความเร็วต่างกัน
4. วงโคจรเดียวกันเวลาที่ใช้ในการกวาดพื้นที่เท่ากัน

Questions?

อาจารย์วีระเกษร สวนผกา

Weerakaset Suanpaga

Department of Civil Engineering
Faculty of Engineering , Kasetsart University
Bangkok, Thailand

www.pirun.ku.ac.th/~fengwks/mathcomp

Reference:

1. วีระศักดิ์ อุดมโชค และคณะ, คณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์ในชีวิตประจำวัน, หนังสือ, 2549
2. วีระศักดิ์ อุดมโชค, Lecture note คณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์ในชีวิตประจำวัน, 2551, ภาควิชาวิทยาศาสตร์พื้นฐาน คณะวิทยาศาสตร์ มก.
3. ยืน ภู่วรวรรณ, สำนักบริการคอมพิวเตอร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
4. <http://www.payakorn.com>
5. http://www.lesacd.in.th/1/celestial_sphere/sky_math/sky_math.html