# Chapter 3

# Mathematics in daily life

อาจารย์วีระเกษตร สวนผกา

Weerakaset Suanpaga

(D.ENG-Candidate)

Department of Civil Engineering
Faculty of Engineering , Kasetsart University
Bangkok, Thailand
http://pirun.ku.ac.th/~fengwks/mathcomp



**บทที่ 3**

**คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน**

- 3.1 ระบบเลขฐาน
- 3.2 คณิตศาสตร์กับดนตรี
- 3.3 เกรเดียนท์และอัตราการแปลงรูป
- 3.4 เส้นชั้นความสูง
- 3.5 เส้นชั้นความดัน
- 3.6 คอนโวลูชั่น
- 3.7 แผนภูมิและกราฟ



**3.1 ระบบเลขฐาน คือการวางตัวเลขในตำแหน่งที่มีความหมายตามต้องการ**

**ระบบเลขฐานสิบ (Decimal number system)**

ระบบเลขฐานสิบใช้สัญลักษณ์ตัวเลข 10 ตัวได้แก่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ตำแหน่งของเลขโดดในฐานสิบใช้แสดงค่าของตัวเลขนั้นที่ตำแหน่งของเลขฐานยกกำลังของตำแหน่ง



เช่น $623 = 600 + 20 + 3$

$= (6 \times 100) + (2 \times 10) + (3 \times 1)$

$= (6 \times 10^2) + (2 \times 10^1) + (3 \times 10^0)$

ดังนั้นตำแหน่งและค่าของแต่ละหลัก

| ตำแหน่ง (i) | 3 | 2 | 1 | 0 | . | -1 | -2 | -3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ค่าของหลัก ($R^i$) | $10^3$ | $10^2$ | $10^1$ | $10^0$ | . | $10^{-1}$ | $10^{-2}$ | $10^{-3}$ |

เช่น **78.25** $= (7 \times 10^{1}) + (8 \times 10^{0}) + (2 \times 10^{-1}) + (5 \times 10^{-2})$

$= 70 + 8 + 0.2 + 0.05$

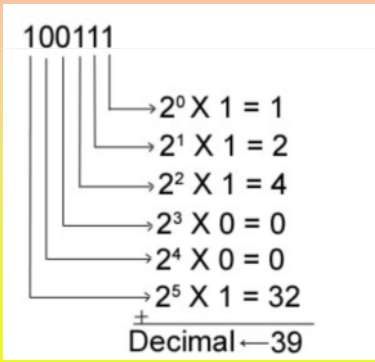
**ระบบเลขฐานสอง (Binary number system)**

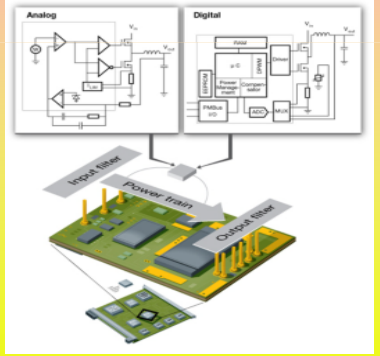
ระบบเลขฐานสองใช้สัญลักษณ์ 2 ตัว ได้แก่ 0 และ 1 ตำแหน่งของเลขโดดในฐานสองใช้แสดงค่าของตัวเลขนั้นที่ตำแหน่งของเลขฐานยกกำลังของตำแหน่ง

เช่น $(1101)_2 = (1 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^0)$

$= 8 + 4 + 0 + 1$

$= 13$






ดังนั้นตำแหน่งและค่าของแต่ละหลักของเลขฐานสอง(R=2)

ตำแหน่ง (i) 3 2 1 0 . -1 -2 -3

ค่าของหลัก $(R^i)$ $2^3$ $2^2$ $2^1$ $2^0$ . $2^{-1}$ $2^{-2}$ $2^{-3}$

เช่น $(101.11)_2$ มีค่าเท่ากับ

$= (1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^0) + (1 \times 2^{-1}) + (1 \times 2^{-2})$

$= 4 + 0 + 1 + 0.5 + 0.25$

$= 5.75$



**ระบบเลขฐานแปด (Octal number system)**

ระบบเลขฐานแปดใช้สัญลักษณ์ 8 ตัว ได้แก่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 และ 7 ตำแหน่งของเลขโดดในฐานแปดใช้แสดงค่าของตัวเลขนั้นที่ตำแหน่งของเลขฐานยกกำลังของตำแหน่ง

เช่น $(142)_8 = (1 \times 8^2) + (4 \times 8^1) + (2 \times 8^0)$

$= 64 + 32 + 2$

$= 98$

ดังนั้นตำแหน่งและค่าของแต่ละหลัก

| ตำแหน่ง (i) | 3 | 2 | 1 | 0 | . | -1 | -2 | -3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ค่าของหลัก ($R^i$) | $8^3$ | $8^2$ | $8^1$ | $8^0$ | . | $8^{-1}$ | $8^{-2}$ | $8^{-3}$ |
| | 512 | 64 | 8 | 1 | | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{64}$ | $\frac{1}{512}$ |

เช่น $(13.23)_8 = (1 \times 8^1) + (3 \times 8^0) + (2 \times 8^{-1}) + (3 \times 8^{-2})$

$= 8 + 3 + 0.25 + 0.046875$

$= 11.296875$



**ระบบเลขฐานสิบหก (Hexadecimal number system)**

ระบบเลขฐานสิบหกใช้สัญลักษณ์ 16 ตัวได้แก่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E และ F ตำแหน่งของเลขโดดในฐานสิบหกใช้แสดงค่าของตัวเลขนั้นที่ตำแหน่งของเลขฐานยกกำลังของตำแหน่ง โดยค่า A = 10, B = 11, C = 12, D = 13, E = 14 และ F = 15



เช่น $(3B)_{16} = (3 \times 16^1) + (B \times 16^0)$

$= (3 \times 16) + (11 \times 1)$

$= 48 + 11$

$= 59$

ดังนั้นตำแหน่งและค่าของหลัก

| ตำแหน่ง (i) | 3 | 2 | 1 | 0 | . | -1 | -2 | -3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ค่าของหลัก ($R^i$) | $16^3$ | $16^2$ | $16^1$ | $16^0$ | . | $16^{-1}$ | $16^{-2}$ | $16^{-3}$ |
| | 4096 | 256 | 16 | 1 | . | $\frac{1}{16}$ | $\frac{1}{256}$ | $\frac{1}{4096}$ |



**เช่น** การแปลงเลขฐานสอง $(11001.01)_2$ ให้เป็นเลขฐานสิบ เนื่องจากเลขฐานเดิมน้อยกว่าเลขฐานที่ต้องการเปลี่ยน จึงใช้ฐานเลขแต่ละตำแหน่งยกกำลังดังนี้

$(11001.01)_2 = (1 \times 2^4) + (1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (0 \times 2^1)$

$+ (1 \times 2^0) + (0 \times 2^{-1}) + (1 \times 2^{-2})$

$= 16 + 8 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0.25$

$= 25.25$

$(10101.10)_2 =$

$(10101.100)_2 =$

$(10101.1000)_2 =$

## การแปลงเลขฐาน

การแปลงเลขฐาน คือการเปลี่ยนแปลงตัวเลขจากฐานเลขใดๆ ซึ่งมีค่าเฉพาะในฐานเลขเป็นตัวเลขในฐานเลขหนึ่งที่ต้องการ โดยการคูณหรือหารตัวเลขที่ต้องการเปลี่ยนแปลงด้วยเลขฐานใหม่ ทั้งนี้ต้องพิจารณาตัวเลขหน้าจุดทศนิยมและตัวเลขหลังจุดทศนิยม



**ตัวอย่าง** จงแปลง $(47.23)_8$ ให้เป็นเลขฐานสิบ

$(47.23)_8 = (4 \times 8^1) + (7 \times 8^0) + (2 \times 8^{-1}) + (3 \times 8^{-2})$

$= 32 + 7 + 0.25 + 0.046875$

$= 39.296875$

ในกรณีที่เลขฐานเดิมมากกว่าเลขฐานที่ต้องการเปลี่ยนจะใช้เลขฐานเดิมหารตัวเลขที่ต้องการแปลงเลขฐานแล้วนำเศษที่ได้จากการหารมาเรียงเป็นตัวเลขในเลขฐานใหม่

เช่น การแปลงเลขฐานสิบเป็นฐานสอง

โดยการพิจารณา แยกเป็น 2 ส่วน ได้แก่

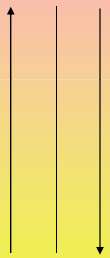
-ส่วนตัวเลขหน้าจุดทศนิยม

-และส่วนตัวเลขหลังจุดทศนิยม



เช่น การแปลงเลขฐานสิบ $(27.125)_{10}$ ให้เป็นเลขฐานสอง

| ส่วนตัวเลขหน้าจุดทศนิยม | | | ส่วนตัวเลขหลังจุดทศนิยม | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 27 | | ตัวทด | 0.125 | x2 |
| 2 | 13 | เศษ 1 | 0 | .250 | 2 |
| 2 | 6 | เศษ 1 | 0 | .500 | 2 |
| 2 | 3 | เศษ 0 | 1 | .000 | |
| | 1 | เศษ 1 | | | |



ใช้หลักการหาร ใช้หลักการคูณ



จากโจทย์ตอบ $(11011.001)_2$

การแปลงเลขฐานสิบ $(27.125)_{10}$ ให้เป็นเลขฐานแปด ทำได้ดังนี้

| ส่วนตัวเลขหน้าจุดทศนิยม | | ส่วนตัวเลขหลังจุดทศนิยม | |
|---|---|---|---|
| 8 | 27 | | 0.125 |
| | 3 เศษ 3 | ตัวทด | 8 |
| | | 1 | .000 |

ดังนั้น $(27.125)_{10} = (33.1)_8$

การแปลงเลขฐานสิบ $(27.125)_{10}$ ให้เป็นเลขฐานสิบหก ทำได้ดังนี้

| ส่วนตัวเลขหน้าจุดทศนิยม | | ส่วนตัวเลขหลังจุดทศนิยม | |
|---|---|---|---|
| 16 | 27 | | 0.125 |
| | 1เศษ 11 = B | ตัวทด | 16 |
| | | 2 | .000 |

ดังนั้น $(27.125)_{10} = (1B.2)_{16}$

การแปลงเลขฐานสิบหก $(BE.3)_{16}$ ให้เป็นเลขฐานสิบ ทำได้ดังนี้

$$(BE.3)_{16} = (Bx16^{1}) + (Ex16^{0}) + (3x16^{-1})$$
$$= (11x16) + (14x1) + (3x0.0625)$$
$$= 176 + 14 + 0.1875$$
$$= 190.1875$$



การแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานแปด และฐานสิบหก จะทำการแปลงเป็นเลขฐานสิบก่อน แล้วจึงทำการแปลงจากเลขฐานสิบไปเป็นเลขฐานที่ต้องการ เช่น

การแปลงเลขฐานสอง $(110111101.1)_2$ ให้เป็นฐานแปด และฐานสิบหก ทำได้ดังนี้

ขั้นตอนแรก แปลง $(110111101.1)_2$ ให้เป็นฐานสิบ

$$(110111101.1)_2 = (1x2^{8}) + (1x2^{7}) + (0x2^{6}) + (1x2^{5}) + (1x2^{4})$$
$$+(1x2^{3}) + (1x2^{2}) + (0x2^{1}) + (1x2^{0}) + (1x2^{-1})$$
$$= 256 + 128 + 0 + 32 + 16 + 8 + 4 + 0 + 1 + 0.5$$
$$= 445.5$$



ตัวอย่างที่ 2 แปลง 452.5 ให้เป็นฐานแปด

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 8 | 452 | | | 0.5 |
| 8 | 56 | เศษ 4 | ตัวทด | 8 |
| | 7 | เศษ 0 | 4 | .0 |

ดังนั้น $(110111101.1)_2 = (452.5)_{10} = (704.4)_8$



ขั้นตอนที่ 3 แปลง 445.5 ให้เป็นฐานสิบหก

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 16 | 445 | | | 0.5 |
| 16 | 27 | เศษ 13 = D | ตัวทด | 16 |
| | 1 | เศษ 11 = B | 8 | .0 |

ดังนั้น $(110111101.1)_2 = 445.5 = (1BD.8)_{16}$

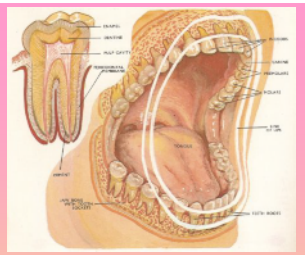
การประยุกต์ความรู้ในเรื่องระบบเลขฐาน ในชีวิตประจำวัน ได้แก่ การใช้เลขฐานสอง แทนสถานะเปิด-ปิด ไฟฟ้าซึ่งเป็นหลักการพื้นฐานทางคอมพิวเตอร์ การใช้เลขฐานสิบหกในการแบ่งหน่วยเวลา และการแบ่งมุมเป็นองศา ลิปดา และฟิลิปดา ตามลำดับ การกำหนด มาตรในการ วัด ชั่ง และตวง ฯลฯ

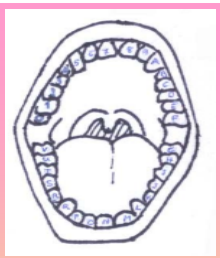
# ตัวอย่างการบ้านเรื่องเลขฐาน

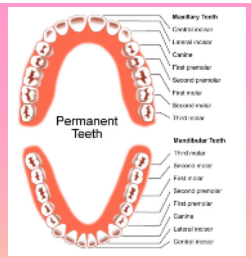
**โจทย์**

นักเคมีท่านหนึ่งต้องการเก็บสูตรลับทางเคมีที่เพิ่งค้นพบมาได้ไว้ในที่ที่ปลอดภัยที่สุด จึงได้คิดทำห้องลับขึ้นในบ้าน ซึ่งเขาก็ได้ตัดสินใจที่จะทำทางเข้าห้องลับไว้ภายในห้องทำงานของบิดาเขาที่เป็นทันตแพทย์และได้เสียชีวิตไปแล้ว โดยเลือกที่จะใช้แบบจำลองรูปฟันเป็นกลไกในการเข้าสู่ห้องลับซึ่งได้กำหนดให้ผู้ที่จะเข้าห้องลับได้จะต้องเลือกกดปุ่ม 3 ปุ่มบนฟัน 3 ซี่จาก 32 ซี่ ให้ถูกต้องโดยรหัสลับที่จะเข้าสู่ห้องนี้ได้คือ 2399 ถามว่าจากรหัสลับนี้จะต้องกดปุ่มบนฟันซี่ใดบ้าง ตามลำดับ เพื่อที่จะสามารถเข้าไปภายในห้องลับดังกล่าวได้










ภาพแสดงตำแหน่งของฟันซี่ต่างๆ

เหตุที่นำเรื่องระบบเลขฐานมานำเสนอในการถอดรหัสในโจทย์ข้อนี้เพราะระบบเลขฐานนั้นสามารถที่จะนำมาแปลงเป็นเลขฐานต่างๆ ได้ซึ่งในโจทย์ข้อนี้ต้องทำการแปลงรหัสจากเลขฐานสิบที่ให้ไว้มาเป็นเลขฐานสามสิบสอง (เท่ากับจำนวนฟัน 32 ซี่) เพื่อที่จะได้สามารถเลือกตำแหน่งของฟันซี่ที่จะช่วยเปิดประตูเข้าสู่ห้องลับได้อย่างถูกต้อง



**แนวคิดและหลักการ**

การนำเสนอโจทย์ข้อนี้เพื่อต้องการให้ผู้อ่านสามารถเข้าใจเรื่องระบบเลขฐาน ซึ่งกำหนดโดยสัญลักษณ์ของตัวเลขและตำแหน่งของสัญลักษณ์หรือตัวเลขเช่น สัญลักษณ์ของเลขฐาน 10 ระบบเลขฐานสิบใช้สัญลักษณ์ 10 ตัว ได้แก่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ตำแหน่งของเลขฐานในฐานสิบใช้แสดงค่าของจำนวนที่อ่าน



**ตัวอย่าง** $623 = 600 + 20 + 3$

$= (6 \times 100) + (2 \times 10) + (3 \times 1)$

$= (6 \times 10^2) + (2 \times 10^1) + (3 \times 1^0)$

พิจารณาตำแหน่งและค่าของแต่ละหลัก

| ตำแหน่ง (i) | 3 | 2 | 1 | 0 | . -1 | -2 | -3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ค่าของหลัก $(R^i)10^3$ | | $10^2$ | $10^1$ | $10^0$ | . $10^{-1}$ | $10^{-2}$ | $10^{-3}$ |

เช่น 78.25 มีค่าเท่ากับ $(7 \times 10^1) + (8 \times 10^0) + (2 \times 10^{-1}) + (5 \times 10^{-2})$

$= 70 + 8 + 0.2 + 0.05$

## ขั้นตอนและวิธีการคิด

1. เนื่องจากฟันมี 32 ซี่จึงต้องแปลงเลขฐานสิบของรหัสที่ให้มาเป็นเลขฐาน 32 จึงจะกดบนฟันซี่ที่กำหนดรหัสได้ถูกต้อง โดยกำหนดให้ A = 10, B = 11, C = 12, D = 13, E = 14, F = 15, G = 16 , H = 17 , I = 18, J = 19, K = 20 , L = 21 , M = 22, N = 23 , O = 24 , P = 25 , Q = 26 , R = 27 , S = 28 , T = 29 , U = 30 , V = 31



2. นำรหัสที่ได้กำหนดไว้คือ 2399 ซึ่งเป็นเลขฐานสิบมาทำการแปลงให้เป็นเลขฐานสามสิบสอง (เท่ากับจำนวนฟัน 32 ซี่ในแบบจำลองรูปฟัน) โดยนำเอา 32 ไปหาร 2399 ทีละขั้น เมื่อเหลือเศษก็ใส่ไว้ด้านหลังแล้วจึงค่อยหารต่อไปจนได้ผลลัพธ์เป็นศูนย์

3. อ่านค่าที่ได้ โดยอ่านเศษที่ได้เริ่มจากผลลัพธ์ย้อนขึ้นไป

4. นำผลลัพธ์ที่ได้ไปแทนในตำแหน่งของฟันซี่ต่างๆ พร้อมทั้งเขียนภาพแสดงตำแหน่งของฟันซี่ที่ต้องการใช้เป็นรหัสผ่านให้ชัดเจน(เรียงตามลำดับ)



## วิธีทำ

1. นำรหัสคือ 2399 ซึ่งเป็นเลขฐานสิบมาแปลงเป็นเลขฐานสามสิบสองโดยนำ 32 ไปหารทีละขั้น เมื่อเหลือเศษใส่ไว้ข้างหลังดังนี้

$32\overline{)2399}$ เศษ 31 = V

$32\overline{)74}$ เศษ 10 = A

$32\overline{)2}$ เศษ 2

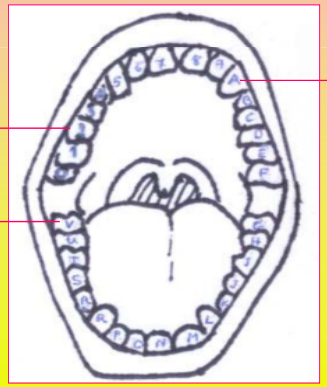
0



2. อ่านค่าที่ได้โดยอ่านเศษที่ได้เริ่มจากผลลัพธ์ย้อนขึ้นไปจะได้ $(2AV)_{32}$ อ่านตามลูกศรที่ชี้ขึ้นซึ่งในส่วนของเศษ 31 และ 10 นั้น ต้องนำตัวอักษรที่กำหนดไว้ในภาพแสดงตำแหน่งฟันมาแทนค่าเพื่อความสะดวกและไม่ซ้ำซ้อนกันในการกำหนดตำแหน่ง เช่น ถ้าเราเขียนต่อกันไปเลยโดยยังไม่แทนคำว่า 21031 ตามลูกศรรอยประทำให้เข้าใจว่าต้องกดรหัสบนฟันถึง 5 ซี่ คือฟันซี่ที่ 2, 1, 0, 3 และ 1 ตามลำดับ ซึ่งก็จะทำให้ไม่สามารถเปิดห้องลับได้

3. นำผลลัพธ์ที่ได้ไปแทนในตำแหน่งของฟันซี่ต่างๆ พร้อมทั้งเขียนภาพแสดงตำแหน่งของฟันซี่ที่ต้องใช้เป็นรหัสผ่านให้ชัดเจน (ตามลำดับ)

จากผลลัพธ์ที่ได้คือ $(2AV)_{32}$ ก็สามารถนำไปแทนในตำแหน่งของฟันซี่ที่ 2 ซี่ที่ A และซี่ที่ V จากแบบจำลองฟัน 32 ซี่ได้ดังนี้






## สรุป

จากความรู้ในเรื่องเลขฐานทำให้เราสามารถที่จะนำมาใช้ในการแปลงรหัสลับซึ่งเป็นเลขฐานสิบ มาเป็นเลขฐานสามสิบสอง เพื่อแทนตำแหน่งของฟันซี่ต่างๆ ที่ต้องใช้ในการเปิดประตูเข้าสู่ห้องลับได้ โดยในข้อนี้ คือ การแปลง 2399 มาเป็น $(2AV)_{32}$ ซึ่งก็หมายถึงให้กดปุ่มบนฟันซี่ที่ 2 ซี่ที่ A และซี่ที่ V ตามลำดับ ในแบบจำลองรูปฟัน 32 ซี่จึงสามารถเปิดประตูเข้าห้องลับได้ (ดูภาพประกอบด้านบน)

โจทย์ข้อนี้เป็นตัวอย่างของการนำระบบเลขฐานมาประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับด้านอื่นๆ ได้อีก เช่น การใช้เลขฐานสองแทนสถานะทางไฟฟ้าเปิด - ปิด การใช้เลขฐานหกสิบในการแบ่งหน่วยเวลา การคำนวณวงกลมแบ่งเป็น องศา ฟิลิปดา เป็นต้น



## 3.2 คณิตศาสตร์กับดนตรี

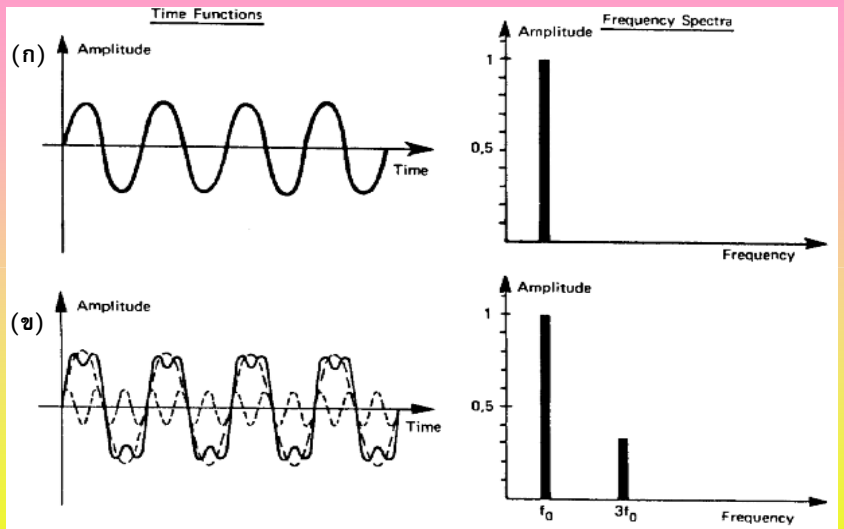
### การแปลงรูป (Transformation)

การแปลงรูปสัญญาณจากเวลาเป็นความถี่เพื่ออธิบายการเปลี่ยนแปลงของรูปสัญญาณให้อยู่ในรูปของความถี่ซึ่งเข้าใจได้ง่ายกว่า

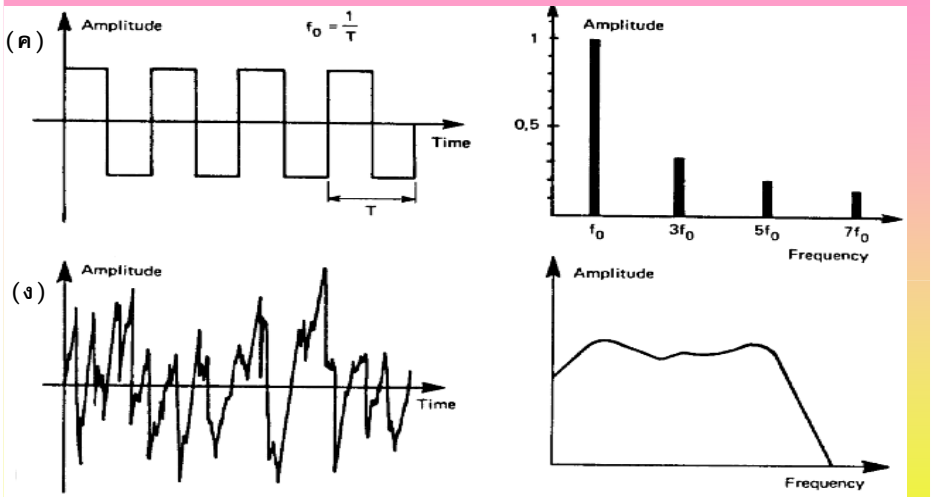
คอมพิวเตอร์ของประตูจำเสียงคนได้อย่างไรจึงเปิดประตูให้ เพื่อนจำเสียงโทรศัพท์ของเพื่อนได้อย่างไร



## 3.2 คณิตศาสตร์กับดนตรี2




Fourier Transform




Fourier Transform



| โน๊ต | ความถี่(Hz) | เทียบกับ | เพิ่มจาก C |
|---|---|---|---|
| โด C | 256 | 1 | |
| เร D | 288 | 9/8 | 0.125 = $^1/_8$ |
| มี E | 320 | 5/4 | 0.25 = 1/4 |
| ฟา F | 341 | 4/3 | 0.33 = 1/3 |
| ซอล G | 384 | 3/2 | 0.5 = 1/2 |
| ลา A | 427 | 5/3 | 0.67 = 2/3 |
| ที B | 480 | 15/8 | 0.875 = 7/8 |
| โด C' | 512 | 2 | 1 |



## ถ้า n เป็นจำนวน

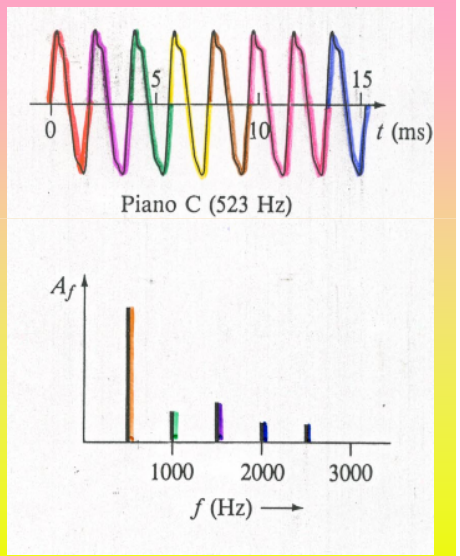
**overtone**

$x^n = 2^n x$

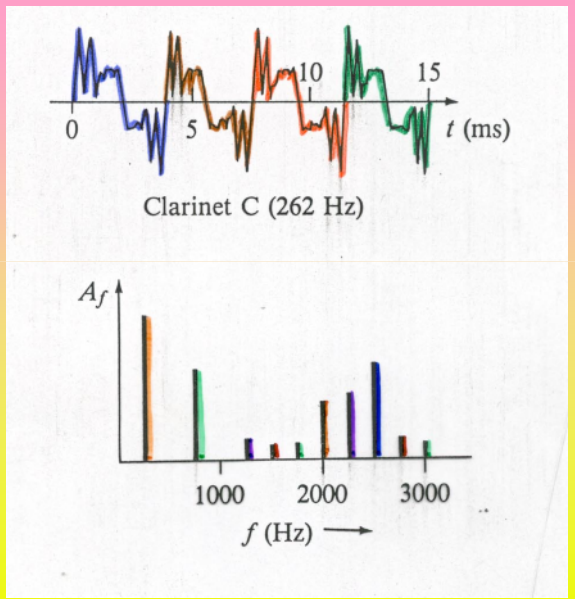
$c'''' = 2^4 c$

= 16 * 256 Hz

Piano C (523 Hz)




**Clarinet C (256 Hz)**



ตัวโน๊ต : เครื่องหมายที่ใช้แทนเสียงดนตรี และเสียงขับร้อง

| จังหวะในการออกเสียง | | | | | จำนวนตัวโน๊ต |
|---|---|---|---|---|---|
| ตัวกลม 4 จังหวะ | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 |
| ตัวขาว 2 จังหวะ | 1 | 2 | | | 2 |
| ตัวดำ 1 จังหวะ | 1 | | | | 4 |
| ตัวเขบ็ด 1 ชั้น 1/2 จังหวะ | | | | | 8 |



ตัวโน๊ตใน **Signature 4/4** ของสัดส่วนที่ใช้เต็มห้อง

ตัวกลม = 1 หรือ 4/4

ตัวขาว = 1/2 หรือ 4/4 * 1/2

ตัวดำ = 1/4 หรือ 1/2 * 1/2

ตัวเขบ็ด = 1/8 หรือ 1/4 *1/2



จุด ( . ) = ครึ่งหนึ่งของตัวโน๊ต

= 4/4 + (4/4 * 1/2) = 6/4

= 1/2 + (1/2 * 1/2) = 3/4

= 1/4 + (1/4 * 1/2) = 3/8

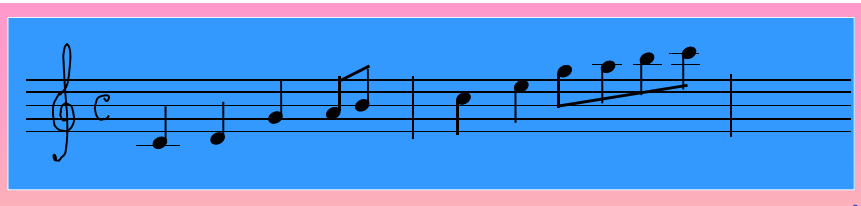
= 1/8 + (1/8 * 1/2) = 3/16

= 1/16 + (1/16 * 1/2) = 3/32



1 คู่แปดจะมีความถี่เป็น 2 เท่า ดังสมการ $x^n = 2^n x$

| | ความถี่ | | $x^1 = 2^1 x$ | | $x^n = 2^n x$ |
|---|---|---|---|---|---|
| C | 256 | C’ | 512 | C” | 1024 |
| D | 288 | D’ | 576 | D” | 1152 |
| E | 320 | E’ | 640 | E” | 1280 |
| F | 341 | F’ | 682 | F” | 1364 |
| G | 384 | G’ | 768 | G” | 1536 |
| A | 427 | A’ | 854 | A” | 1708 |
| B | 480 | B’ | 960 | B” | 1920 |



จากห้องเพลงแรกประกอบด้วยตัวโน้ต ความถี่ และจังหวะดังนี้

1. ตัวโน้ต C (โด) 1 จังหวะ ความถี่ 256 เฮิร์ตซ์
2. ตัวโน้ต D (เร) 1 จังหวะ ความถี่ 288 เฮิร์ตซ์
3. ตัวโน้ต G (ซอล) 1 จังหวะ ความถี่ 384 เฮิร์ตซ์
4. ตัวโน้ต A (ลา) 1/2 จังหวะ ความถี่ 427 เฮิร์ตซ์
5. ตัวโน้ต B (ที) 1/2 จังหวะ ความถี่ 480 เฮิร์ตซ์



จังหวะของตัวโน้ตทั้ง 5 ตัว ในห้องเพลงแรก รวมกันได้ 4 จังหวะครบ 1 ห้องเพลง

ห้องเพลงที่สองประกอบด้วย ตัวโน้ต ความถี่ และจังหวะ ดังนี้

1. ตัวโน้ต C(โด) 1 จังหวะ ความถี่ 2(256) = 512 เฮิร์ตซ์
2. ตัวโน้ต E(มี) 1 จังหวะ ความถี่ 2(320) = 640 เฮิร์ตซ์
3. ตัวโน้ต G(ซอล) 1/2 จังหวะ ความถี่ 2(384) = 768 เฮิร์ตซ์
4. ตัวโน้ต A(ลา) 1/2 จังหวะ ความถี่ 2(427) = 854 เฮิร์ตซ์
5. ตัวโน้ต B(ที) 1/2 จังหวะ ความถี่ 2(480) = 960 เฮิร์ตซ์
6. ตัวโน้ต C(โด) 1/2 จังหวะ ความถี่ 4(256) = 1024 เฮิร์ตซ์



จังหวะของตัวโน้ตทั้ง 6 ตัวในห้องเพลงที่สอง รวมกันได้ 4 จังหวะ ครบ 1 ห้องเพลงเช่นกัน

จะเห็นได้ว่าตัวโน้ตตัวสุดท้ายมีความถี่สูงถึงออคเตฟที่ 3 กล่าวคือ ความถี่ที่ต่างออคเตฟกัน 1 ออคเตฟ จะมีความถี่ต่างกันเป็น 2 เท่า

ดังนั้นความถี่ในออคเตฟที่ 2 จะมีความถี่เป็น 2 เท่าของความถี่ในออคเตฟที่ 1 ในทำนองเดียวกัน ความถี่ในออคเตฟที่ 3 จะมีความถี่เป็น 4 เท่าของความถี่ในออคเตฟที่ 1 นั่นคือ ตัวโน้ต C ซึ่งอยู่ในออคเตฟที่ 3 จะมีความถี่เป็น 4 เท่าของ C ซึ่งอยู่ในออคเตฟที่ 1



## 3.3 เกรเดียนท์และคอนทัวร์

อัตรา คือ อัตราส่วนระหว่างปริมาณต่างกันเปรียบเทียบกับเวลา

$$\text{Rate} = \frac{x_2}{t_2} - \frac{x_1}{t_1}$$

เช่นอัตราเร็ว คือ ระยะทางหารเวลา

เกรเดียนท์ คือ อัตราส่วนระหว่างปริมาณต่างกันเปรียบเทียบกับระยะทางต่างกันซึ่งแตกต่างจากอัตรา

$$\text{GRADIENT} = \frac{x_2}{s_2} - \frac{x_1}{s_1}$$

P.G. (PRESSURE GRADIENT) = $(P_2 - P_1)/(S_2 - S_1)$

เกรเดียนท์ของความดัน คือ อัตราส่วนระหว่างความดันแตกต่าง เปรียบเทียบกับระยะทางแตกต่างกัน

$X^{kb}$(1002 mbar) 1 bar = 1000/1000

200 km = 1000*1 bar / 1000

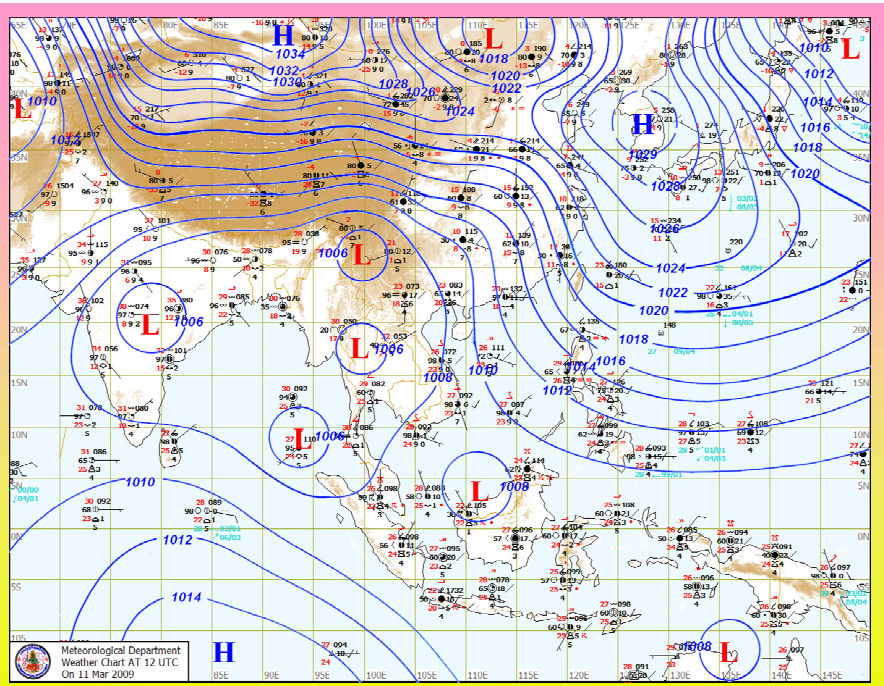
xBKK(998 mbar) = 1000 millibar

1 bar = 1 atmosphere

= 1 kg / $cm^2$

= 10 ton / $m^2$






1000 mbar = 1000 * 1/1000 bar

= 1 bar

P.G. = (998 - 1002) / (200 - 0)

P.G. (K.B.---->BKK)

= -4/200 mbar/km

= -2/100 mbar/km

P.G. (BKK---->K.B.) = 4/200 mbar/km

= 2/100 mbar/km



## 3.4 เส้นของความสูง (ELEVATION GRADIENT)

เกรเดียนท์ของความสูง คือ อัตราส่วนระหว่างความสูงแตกต่างกัน เปรียบเทียบกับระยะทางแตกต่างกัน

เกรเดียนท์ของความสูง คือ ความชันของพื้นที่

E.G. = (1200-400) / (4000-0)

= (800 / 4000) m / m

= (2x100) / 10

= 20 %

**เส้นชั้นคอนทัวร์ (CONTOUR line)**

คือ เส้นที่แสดงว่าทุกจุดบนเส้นนั้นมีปริมาณเท่ากัน

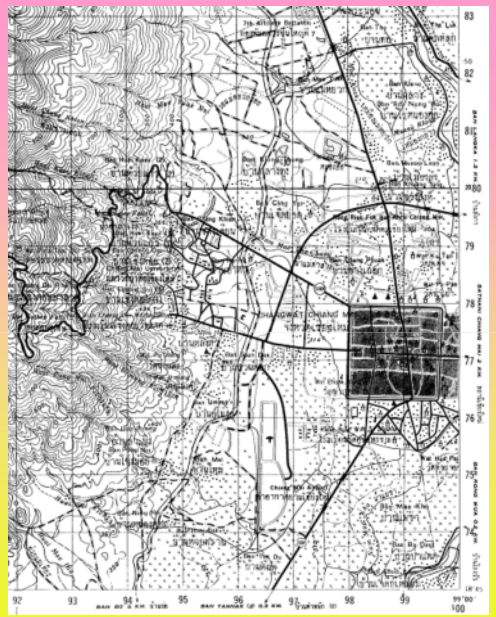
## 3.5 เส้นชั้นความดัน (ISO Bar)

คือ เส้นที่ทุกจุดบนเส้นนั้นมีความดันเท่ากัน

**เส้นชั้นความสูง (ISO Height)**

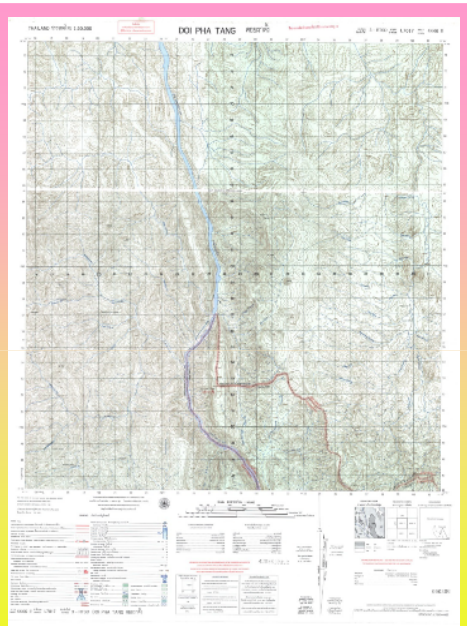
คือ เส้นที่ทุกจุดบนเส้นนั้นมีความสูงเท่ากัน





ภูมิประเทศบริเวณอำเภอเมือง จังหวัดเชียงใหม่



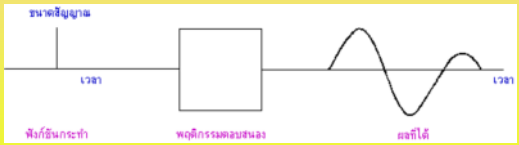



ดอยผาตั้ง จังหวัดแม่ฮ่องสอน



## 3.6 คอนโวลูชั่น (Convolution)

**เมื่อ**มีเหตุการณ์อย่างหนึ่งเกิดขึ้นแล้วทำให้พฤติกรรมของธรรมชาติเปลี่ยนแปลงไปตามการกระทำของสิ่งที่ทำให้เกิดเหตุการณ์นั้น การกระทำร่วมกันของพฤติกรรมธรรมชาติกับสิ่งที่กระทำอย่างต่อเนื่องตามอนุกรมเวลาหรืออันดับเวลาเรียกว่า **คอนโวลูชัน** ปริมาณที่ได้ออกมาจากการคอนโวลูชันจะแสดงถึงการขยายและรวมกันตามอันดับเวลาของพฤติกรรมของธรรมชาติ เช่น เมื่อทุบพื้นดินหนึ่งครั้ง พื้นดินจะกระจายคลื่นสั่นสะเทือนออกไปโดยรอบ คลื่นสั่นสะเทือนที่กระจายออกไปจะประกอบด้วยพลังงานที่ได้รับจากการทุบพื้นดินในช่วงเวลาสั้น ๆ ช่วงเวลาเดียว ผนวกกับการตอบสนองของพื้นดิน เมื่อถูกทุบจะขยายออกแล้วหดกลับแล้วขยายออกเล็กน้อยแล้วหดกลับที่เดิม พื้นดินจึงสั่นสะเทือนเป็นจังหวะ แม้ว่าจะทุบพื้นดินเพียงครั้งเดียวก็ตาม




ภาพ 1. คลื่นสั่นสะเทือนที่เกิดจากการทุบพื้นดิน กระจายออกไปตามอันดับเวลา

ผลที่ได้จากการร่วมกระทำและพฤติกรรมตอบสนอง เรียกว่า คอนโวลูชั่น

**ตัวอย่าง คอนโวลูชั่น**

ธนาคารส่งเสริมการเกษตรและสหกรณ์การเกษตร (ธ.ก.ส.) ส่งเสริมการปลูกพืชเศรษฐกิจชนิดใหม่ในอำเภอดำเนินสะดวก โดยการออกเงินกู้ให้แก่เกษตรกรเป็นงวดๆ ต่อพื้นที่ 1 ไร่ เนื่องจากเป็นโครงการทดลองจึงให้ปลูกเพียงครอบครัวละ 1 ไร่ดังนี้



| งวดที่ | รายการ | จำนวนเงิน (บาท) |
|---|---|---|
| 1 | ซื้อพันธ์พืชและแรงงานปลูก | 1,000 |
| 2 | ซื้อพันธ์พืชปลูกซ่อม | 500 |
| 3 – 6 | ค่าปุ๋ยและสารเคมีปราบศัตรูพืช และจะจ่ายเพิ่มให้ทุกงวด งวดละ 200 บาท | 2,000 |
| 7 | ค่าแรงเก็บเกี่ยวผลผลิต | 500 |

โดยแต่ละงวดห่างกัน 1 สัปดาห์



หาก ธ.ก.ส. ให้ทำการทดลองปลูกพืชเศรษฐกิจนี้โดยการแบ่งกลุ่มการเกษตรออกเป็น 3 กลุ่ม ให้มีจำนวนสมาชิกต่างๆ กันและเปิดให้เริ่มต้นการปลูกห่างกันกลุ่มละ 1 สัปดาห์ และการปลูกจำนวน 1 ไร่ต่อครอบครัวเหมือนเดิม โดย

| | | |
|---|---|---|
| กลุ่มที่ 1 | มีสมาชิก | 3 ครอบครัว |
| กลุ่มที่ 2 | มีสมาชิก | 4 ครอบครัว |
| กลุ่มที่ 3 | มีสมาชิก | 5 ครอบครัว |

จะสามารถคิดเงินกู้ที่ ธ.ก.ส. จะต้องจ่ายให้กับเกษตรกรเป็นจำนวนเท่าไร ในแต่ละสัปดาห์



สิ่งที่ต้องการทราบจากโจทย์

1. ฟังก์ชั่นกระทำ (Input function) คือ……
2. ฟังก์ชั่นตอบสนอง(Response function)คือ……..
3. ช่วงเวลาตามอนุกรมเวลาเป็นเท่าใด

## วิธีคิด

0 0 1 0.5 2 2.2 2.4 2.6 0.5 0 0 (*$10^3$ บาท)

5 4 3 (5*0) + (4*0) + (3*1) = 3 พันบาท

5 4 3 (5*0) + (4*1) + (3*0.5) = 5.5 พันบาท

5 4 3 ..... = 13 * $10^3$ บาท

5 4 3 ..... = 17.1 * $10^3$ บาท

5 4 3 ..... = 26 * $10^3$ บาท

5 4 3 ..... = 28.4 * $10^3$ บาท

5 4 3 ..... = 23.9 * $10^3$ บาท

5 4 3 ..... = 15 * $10^3$ บาท

5 4 3 ..... = 2.5*$10^3$ บาท

รวมทั้งสิ้น (9 สัปดาห์) ธ.ก.ส. ใช้งบประมาณ 134,400 บาท

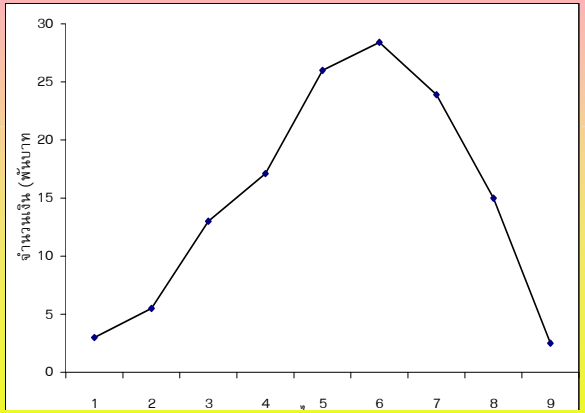


## ภาพแสดงการคอนโวลูชั่น

ฟังก์ชั่นการกระทำ คือ จำนวนเงินที่จะต้องจ่ายในแต่ละสัปดาห์

พฤติกรรมตอบสนอง คือ การให้เงินกู้ของธนาคาร โดย

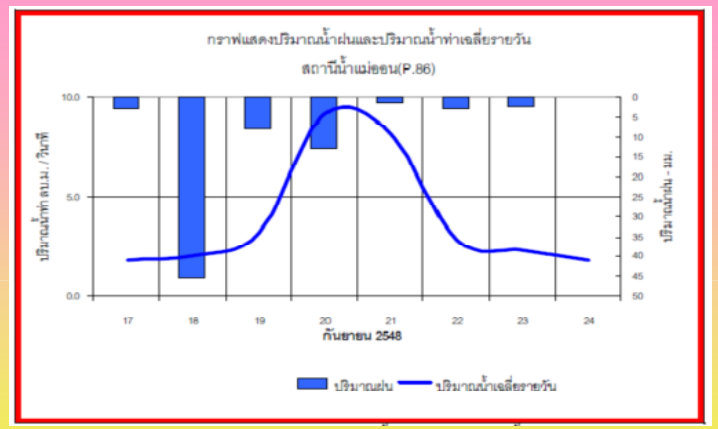
ผลที่ได้ คือ จำนวนเงินรวมที่ ธ.ก.ส. ใช้ ในแต่ละสัปดาห์




จากกราฟ ธ.ก.ส. ใช้งบประมาณมากที่สุดในสัปดาห์ที่ 6 และใช้งบประมาณน้อยที่สุดในสัปดาห์สุดท้าย (สัปดาห์ที่ 9)



## แบบฝึกหัด




ฟังก์ชันการกระทำ คือ ปริมาณฝนตกรายวัน

พฤติกรรมตอบสนอง คือ กราฟหนึ่งหน่วยน้ำท่ารายวัน/การตอบสนองพื้นที่ภูเขา

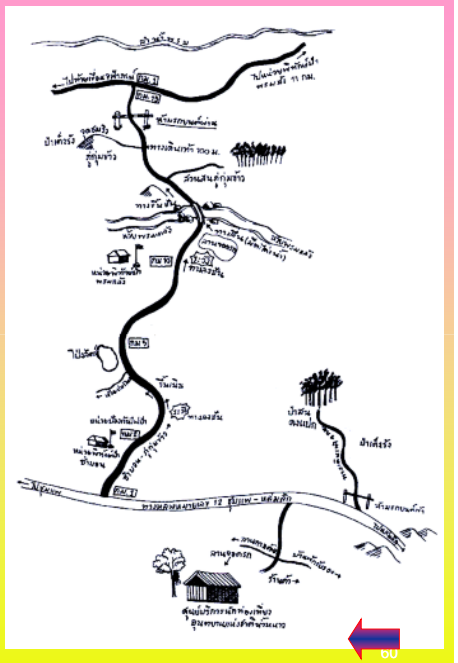
ผลที่ได้คือ ปริมาณน้ำท่ารายวัน

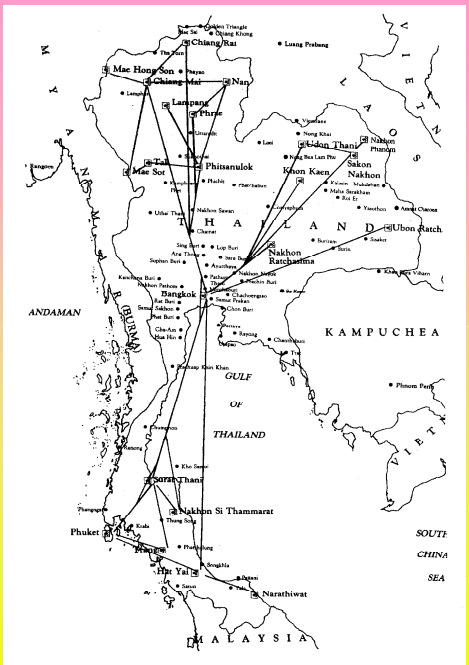
วันที่ 30 กย 2548 จะมีน้ำท่าสูงสุด



## 3.7 แผนภูมิ และกราฟ

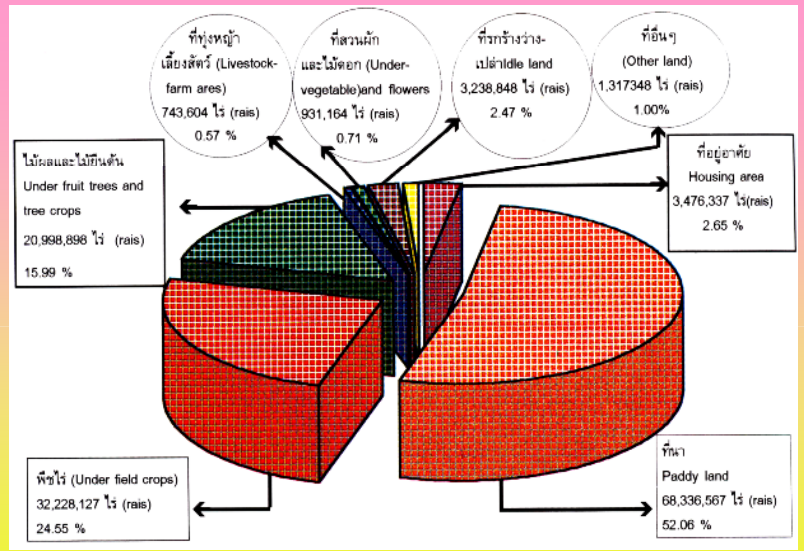
คือโครงสร้างหรืออแผนผังที่แสดงปริมาณจำนวนขนาดและทิศทางของสิ่งต่างๆ





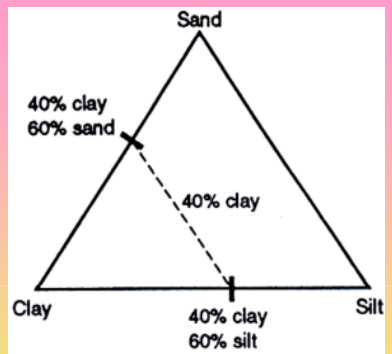

แผนภูมิของระบบเครือข่ายและเส้นทางการบินภายในประเทศของสายการบินไทย

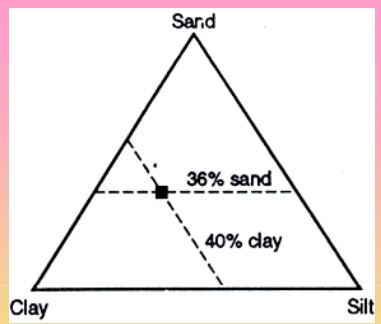





แผนภูมิรูปวงกลมของการใช้ที่ดินที่ถือครองทำการเกษตร พ.ศ. 2536

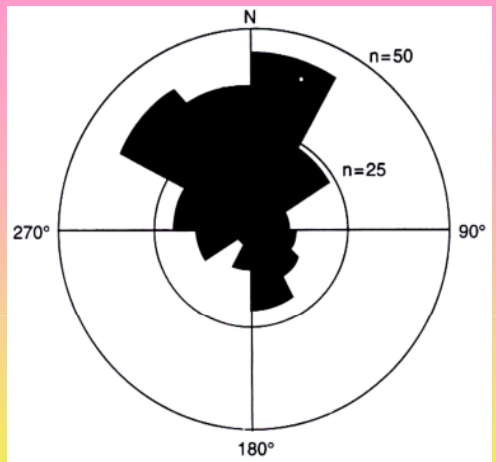





แผนภูมิสามเหลี่ยมของส่วนประกอบดินที่มีทราย 36% ดินเหนียว 40% และทรายแป้ง 24%





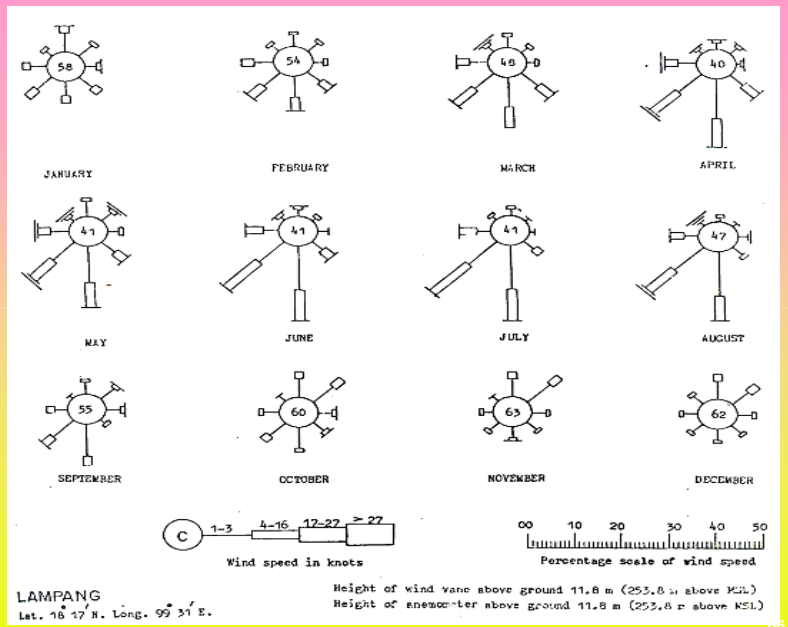

แผนภูมิกลีบกุหลาบ (rose diagram) ของแผนภูมิวงกลม แสดงความถี่และทิศทางของอุกกาบาตที่พุ่งเข้าชนโลก

**2** ความถี่และทิศทางที่อุกกาบาตพุ่งเข้าชนโลก

| ทิศทาง (จากทางทิศเหนือไปทางทิศตะวันออก) | ความถี่ที่เกิดขึ้น |
|---|---|
| 1-30 | 43 |
| 31-60 | 23 |
| 61-90 | 10 |
| 91-120 | 11 |
| 121-150 | 14 |
| 151-180 | 20 |
| 181-210 | 10 |
| 211-240 | 4 |
| 241-270 | 15 |
| 271-300 | 20 |
| 301-330 | 40 |
| 331-360 | 36 |

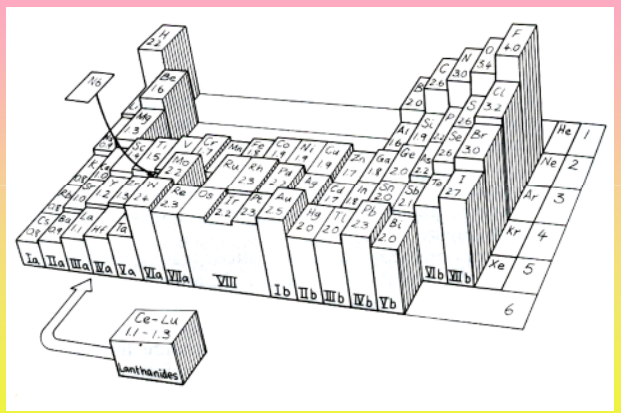
ที่มา : Watham (1995)








## แผนภูมิตารางธาตุที่มีระดับความสามารถในการดึงอิเล็กตรอน






# Questions?

**อาจารย์วีระเกษตร สวนผกา**

**Weerakaset Suanpaga**
Department of Civil Engineering
Faculty of Engineering , Kasetsart University
Bangkok, Thailand

**www.pirun,ku.ac.th/~fengwks/mathcomp**

Reference:
1. วีระศักดิ์ อุดมโชค และคณะ, คณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์ในชีวิตประจำวัน,หนังสือ,2549
2. วีระศักดิ์ อุดมโชค , Lecture note คณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์ในชีวิตประจำวัน,2551, ภาควิชาวิทยาศาสตร์พื้นภิภพ คณะวิทยาศาสตร์ มก.