Chapter 3
Mathematical in daily life

Return Period and Risk analysis

อ.ดร.วีระเกษตร สวนผกา

Dr.Weerakaset Suanpaga

(D.Eng.)

Department of Civil Engineering
Faculty of Engineering , Kasetsart University
Bangkok, Thailand

http://pirun.ku.ac.th/~fengwks/mathcomp

Chapter 3

Mathematical in daily life

Contents

- 3.1 Return Period
- 3.2 Probability distribution
- 3.3 Risk analysis
- 3.4 Convolution
- 3.5 Graph and Chart

บทที่ 3 part1

รอบของการเกิดซ้ำ (Return Period) และ การวิเคราะห์ความเสี่ยง (Risk analysis)

- 3.1 Return Period
- 3.2 Probability distribution
- 3.3 Risk analysis

3.1 Return Period

- A **Return period** also known as a **Recurrence interval or Frequency of Occurrence** => รอบการเกิดซ้ำ

- รอบการเกิดซ้ำ => เป็นการประมาณช่วงของของเวลา หรือเรียกว่า ช่วงเวลาเฉลี่ย (จำนวนปี) ซึ่งจะเกิดปรากฏการณ์นั้นหรือมากกว่านั้นจะเกิดขึ้นอีก เช่นช่วงเวลาการเกิดเหตุการณ์แผ่นดินไหว ซึนามิ ฝนตก น้ำท่วม

3.1 Return Period-2

➢เป็นค่าสถิติที่คำนวณได้จากการรวบรวมข้อมูลในอดีตมา ประยุกต์ใช้เพื่อที่จะนำมาวิเคราะห์ความเสี่ยงจากภัยธรรมชาติ

➢เพื่อใช้ในการออกแบบทางวิศวกรรมศาสตร์ของระบบสาธารณูปโภค

เช่น เพื่อความปลอดภัยของสิ่งก่อสร้าง ที่เกี่ยวข้องกับแหล่งน้ำ จะเลือกรอบปีของการเกิดซ้ำ หรือคาบของการเกิดซ้ำ (Return Period)ต่างๆ ตามความเหมาะสม เพื่อประมาณค่า น้ำหลากสูงสุด (Maximum flood)

➢เพื่อใช้ในการวางแผน ระวัง ป้องกัน บรรเทาและจัดการสาธารณภัย

3.1 Return Period-3

➢ สมการ

Probability (p) ของข้อมูล $p_i = \frac{i}{n+1}$

$$T = \frac{1}{p}$$

คาบของการเกิดซ้ำ $T = \frac{n+1}{i}$

P = *ความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์นั้นๆ*

T = *คาบของการเกิดซ้ำ (Return period)*

n คือ จำนวนปี ที่รวบรวมข้อมูล

i คือ ลำดับที่เกิดเหตุการณ์ที่เราสนใจ

Ex. Earth quake Magnitude and it's occurrence frequency

ตัวเลขริกเตอร์	จัดอยู่ในระดับ	ผลกระทบ	อัตราการเกิดทั่วโลก
1.9 ลงไป	ไม่รู้สึก	ไม่มี ไม่สามารถรู้สึกได้[15]	8,000 ครั้ง/วัน
2.0-2.9	เบามาก	คนทั่วไปมักไม่รู้สึก แต่ก็สามารถรู้สึกได้บ้าง และตรวจจับได้ง่าย	1,000 ครั้ง/วัน
3.0-3.9		คนส่วนใหญ่รู้สึกได้ และบางครั้งสามารถสร้างความเสียหายได้บ้าง	49,000 ครั้ง/ปี
4.0-4.9	เบา	ข้าวของในบ้านสั่นไหวชัดเจน สามารถสร้างความเสียหายได้ปานกลาง	6,200 ครั้ง/ปี
5.0-5.9	ปานกลาง	สร้างความเสียหายยับเยินได้กับสิ่งก่อสร้างที่ไม่มั่นคง แต่กับสิ่งก่อสร้างที่มั่นคงนั้นไม่มีปัญหา	800 ครั้ง/ปี
6.0-6.9	แรง	สร้างความเสียหายที่ค่อนข้างรุนแรงได้ในรัศมีประมาณ 80 กิโลเมตร	120 ครั้ง/ปี
7.0-7.9	รุนแรง	สามารถสร้างความเสียหายรุนแรงในบริเวณกว้างกว่า	18 ครั้ง/ปี
8.0-8.9	รุนแรงมาก	สร้างความเสียหายรุนแรงได้ในรัศมีเป็นร้อยกิโลเมตร	1 ครั้ง/ปี
9.0-9.9		'ล้างผลาญ' ทุกสิ่งทุกอย่างในรัศมีเป็นพันกิโลเมตร	1 ครั้ง/20 ปี
10.0 ขึ้นไป	ทำลายล้าง	ไม่มีบันทึกความเสียหายไว้	หายากมาก (ไม่ทราบจำนวนครั้งที่เกิด)

ที่มา http://earthquake.usgs.gov/learn/faq/?categoryID=2

ขนาด ความรุนแรงและมาตราวัดแผ่นดินไหว

มาตาริกเตอร์ (อังกฤษ: Richter magnitude scale หรือ มาตราท้องถิ่น)

ขนาดของแผ่นดินไหว หมายถึง จำนวนหรือปริมาณของพลังงานที่ถูกปล่อยออกมาจากศูนย์กลางแผ่นดินไหวในแต่ละครั้ง การหาค่าขนาดของแผ่นดินไหวทำได้โดยวัดความสูงของคลื่นแผ่นดินไหวที่บันทึกได้ด้วยเครื่องตรวดวัดแผ่นดินไหว แล้วคำนวณจากสูตรการหาขนาด ซึ่งคิดค้นโดย ชาลส์ ฟรานซิส ริกเตอร์ และนิยมใช้หน่วยวัดขนาดของแผ่นดินไหวคือ "ริกเตอร์" โดยสูตรการคำนวณมีดังนี้ $M = \log A - \log A_0$

กำหนดให้

M = ขนาดของแผ่นดินไหว (ริกเตอร์)

A = ความสูงของคลื่นแผ่นดินไหวที่สูงที่สุด

A_0 = ความสูงของคลื่นแผ่นดินไหวที่ระดับศูนย์

ยกตัวอย่างเช่น แผ่นดินไหวที่สามารถวัดค่าได้ 5.0 ตามมาตาริกเตอร์จะมีแอพลิจูดการสั่นมากเป็น 10 เท่าของแผ่นดินไหวที่วัดค่าได้ 4.0 ริกเตอร์

มาตราขนาดโมเมนต์ (อังกฤษ: moment magnitude scale; MMS, M_w) เป็นหน่วยที่ใช้โดยนักวิทยาแผ่นดินไหวเพื่อวัดขนาดของแผ่นดินไหวในแง่ของพลังงานที่ปลดปล่อยออกมา

$$M_w = \frac{2}{3}\log_{10} M_0 - 10.7$$

M_0 เป็นแมกนิจูดของโมเมนต์แผ่นดินไหวในหน่วยดายน์เซนติเมตร (10^{-7} นิวตันเมตร) [1] ส่วนค่าคงตัวในสมการนี้ถูกเลือกเพื่อให้สอดคล้องกับค่าแมกนิจูดที่คำนวณได้จากมาตราเก่า โดยที่สำคัญที่สุดคือ มาตราท้องถิ่น (หรือ "ริกเตอร์") เช่นเดียวกับมาตราริกเตอร์ การเพิ่มขึ้นหนึ่งระดับของมาตราเชิงลอการิทึมสอดคล้องกับพลังงานที่ปลดปล่อยออกมาเพิ่มขึ้น $10^{1.5} \approx 32$ เท่า และการเพิ่มขึ้นสองระดับจะสอดคล้องกับพลังงานที่ ปลดปล่อยออกมาเพิ่มขึ้น $10^3 = 1000$ เท่า

3.1 Return Period-4

➢ตัวอย่างการแปรความหมาย

เช่นในรอบน้ำท่วม 10 ปี มีปริมาณน้ำหลากสูงสุด 900 cm^3/s จะมีโอกาสเกิดขึ้น p = 1/10 = 0.1 หรือ 10%

หมายความว่า

=>ใน 100 ครั้งโอกาสที่จะเกิดน้ำหลากที่มีอัตราการไหล 900 cm^3/s ได้ 10 ครั้ง

=>หรือ ในทุก 10 ปี จะมีโอกาสจะเกิดน้ำหลากที่มีอัตราการไหล 900 cm^3/s ได้ 1 ครั้ง

=>หรือ รอบน้ำท่วม 50 ปี จะมีโอกาสจะเกิดขึ้น 0.02 หรือ 2%

ซึ่งที่กล่าวมาคือโอกาสที่จะเกิด แต่สภาพความเป็นจริงจะเกิดหรือไม่ ก็ไม่มีใครบอกได้ แต่ตัวเลขที่คำนวณได้จะช่วยวิเคราะห์หรือประเมินโอกาสเกิดขึ้นได้ในอนาคตและลดความเสี่ยงได้ [2]

3.1 Return Period-5

➢ข้อสังเกต

➢ค่า return period เป็นค่าที่ได้จากการรวบรวมข้อมูลสถิติที่เกิดเหตุการณ์นั้นๆขึ้นในอดีต ใช้หลักการเชิงอุดมคติที่ว่า ข้อมูลมีการแจกแจงเป็นปกติ ซึ่งจะบอกได้เพียงว่าจะเกิดเหตุการณ์หรือมากกว่านั้นด้วยความน่าจะเป็นที่มีค่าความน่าจะเป็นความคลาดเคลื่อน 1% ที่ได้จากการสังเกตเหตุการณ์ใน 100 ปี

ความผิดพลาดอาจจะเนื่องมากจากมีการรวบรวมข้อมูลน้อยกว่าทำให้ไม่ครบทั้งหมด 100 ปี

➢ถ้าเรารวบรวมข้อมูลเกิน 100 ปี เช่น สามารถรวบรวมข้อมูลได้ 400 ปี หรือ 500 ปี ซึ่งก็จะมีค่าสูงสุดในรอบ 400 ปี หรือ 500 ปี ได้ ค่าที่ได้ก็จะแตกต่างจากการรวบรวม ซึ่งไม่สามารถเปรียบเทียบกับข้อมูลที่รวบรวมมาได้ในเวลา 100 ปี

3.1 Return Period-6

- ดังนั้นเราไม่สามารถหาขนาดของเหตุการณ์ 1000 ปี ได้บนข้อมูลที่ใช้เวลาในการรวบรวม 1000 ปี
- แต่เราสามารถ สร้างแบบจำลองทางสถิติเพื่อที่จะทำนายขนาดของเหตุการณ์ที่ไม่สามารถสังเกตุได้ใน 1000 ปี?

Ex3.1 ฝน 1000 ปี หมายความว่าอย่างไร?

Answer

Ex3.1 ฝน 1000 ปีหมายความว่าอย่างไร?

คือฝนที่ตกมากเป็นประวัติการณ์ ซึ่งจะมีโอกาส (ความน่าจะเป็น) เช่นนี้ 1 ครั้งในรอบ 1000 ปี (return period)

3.2 Probability distribution

➢ จากสมการ Probability (p) ของข้อมูลมีการกระจายตัวแบบ Poisson distribution $p_i = \frac{i}{n+1}$

P = ความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์นั้นๆ

n คือ จำนวนปี ที่รวบรวมข้อมูล

i คือ ลำดับที่เกิดเหตุการณ์ที่เราสนใจ

➢ กำหนดให้ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ = p

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะไม่เกิดเหตุการณ์ q = 1- p

➢ จาก Binomial distribution สามารถหาค่าความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์จำนวน r ครั้งในช่วงคาบ n ปี ได้จากสมการ

➢ Prob = $\binom{n}{r} \times p^r \times q^{n-r} = \binom{n}{r} \times p^r \times (1-p)^{n-r}$

3.2 Probability distribution –Example3.2

➢ Ex3.2 ถ้ากำหนดให้ return period ของการเกิดเหตุการณ์แผ่นดินไหวคือ 50 ปี จงหาค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์แผ่นดินไหว 1 ครั้ง ในรอบทุกๆ 10 ปี

$$\text{Prob} = \frac{1}{50} = 0.02$$

ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์แผ่นดินไหว 1 ครั้ง ในรอบทุกๆ 10 ปี จะมีค่าเท่ากับ

$$\text{Prob} = \binom{10}{1} \times 0.02^1 \times 0.98^9$$

$$= 10 \text{ x } 0.02 \text{ x } 0.834$$

$$= 0.167$$

3.2 Probability distribution - Example3.3

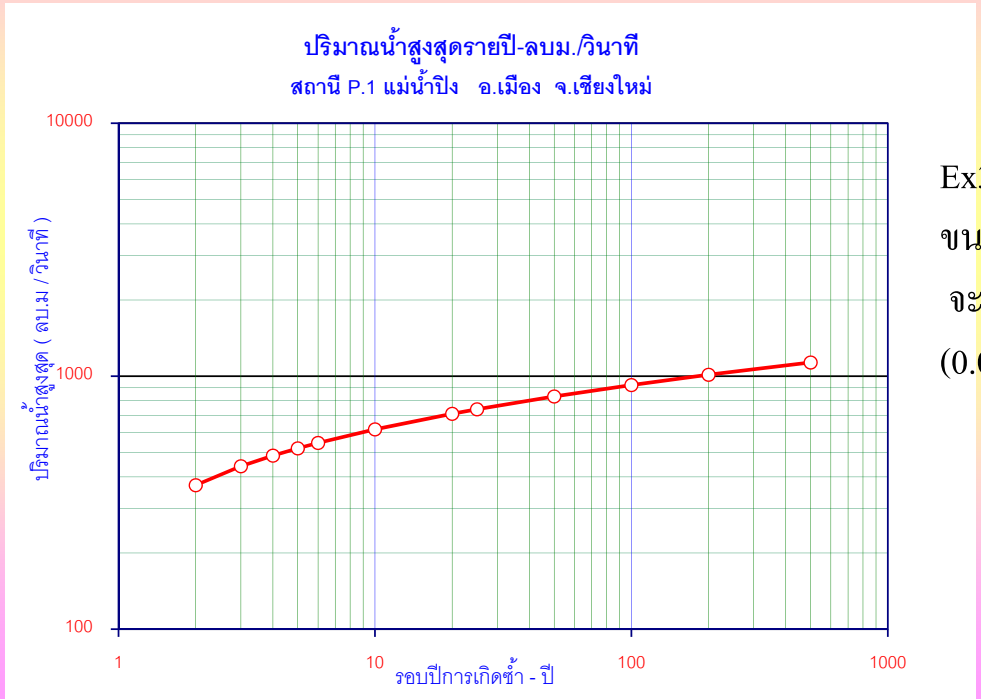
➢Ex3.3 **รายงานของกรมอุตุนิยมวิทยา ประกาศว่า วันที่ 24 มี.ค.54 เวลา 20.55 น. สำนักเฝ้าระวังแผ่นดินไหว แจ้งว่า ตรวจพบแผ่นดินไหวที่บริเวณชายแดนประเทศพม่า ขนาด 6.7 ริกเตอร์ ห่างจากทางทิศเหนือของอำเภอแม่สาย จังหวัดเชียงราย ประมาณ 56 กิโลเมตร**

➢**สมมุติว่าเหตุการณ์ครั้งนี้ มี return period = 20 years**

➢ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์แผ่นดินไหวขนาด 6.7 ริกเตอร์ 2 ครั้ง ในรอบทุกๆ 10 ปี จะมีค่าเท่าใด

3.2 Probability distribution –Example3.4

ข้อมูลปริมาณน้ำสูงสุดรายปี-ลบม./วินาที สถานี P.1 แม่น้ำปิง อ.เมือง จ.เชียงใหม่



Ex3.4 โอกาสที่จะเกิดน้ำ
ขนาด 1000 **ลบม./วินาที** จะมีค่าเท่ากับเท่าใด (0.005)

3.3 วิเคราะห์ความเสี่ยง (Risk analysis)

➢ การวิเคราะห์ความเสี่ยง อาศัยค่า Return period มาเป็นตัวช่วยบอกค่าคาดหวังของความปลอดภัยของสิ่งก่อสร้าง หรือความเสี่ยงของสิ่งปลูกสร้างต่อภัยธรรมชาติที่สนใจตลอดอายุการใช้งาน

➢ค่าความเสี่ยงนี้คือ ค่าความสอดคล้อง (likelihood) ที่อย่างน้อยจะเกิดเหตุการณ์นี้เพียงหนึ่งครั้งที่ไม่ทำให้เกิดความเสียหายแก่สิ่งปลูกสร้างนั้นๆ (หรือเกิดเหตุการณ์นี้ ไม่เกินค่าที่ออกแบบไว้)

3.3 วิเคราะห์ความเสี่ยง (Risk analysis)

➢สมการประเมินความเสี่ยง [3]

ความเสี่ยงเฉลี่ย $= \bar{R} = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n = 1 - (P(X \geq x_T))^n$

เมื่อ $\frac{1}{T} = P(X \geq x_T)$

P = *ความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์นั้นๆ*

T = *คาบของการเกิดซ้ำ (Return period)*

n คือ จำนวนปีที่ออกแบบ

3.2 Risk analysis - Example3.5

Ex3.5 จากตัวอย่างที่ Ex3.2 จงหาความเสี่ยงเฉลี่ยที่จะเกิดเหตุการณ์แผ่นดินไหว 1 ครั้ง ในรอบทุกๆ 10 ปี

Prob = 0.02 ดังนั้น Risk average

$= 1 - (1 - P(X \geq x_T))^n = 1 - (1 - 0.02)^{10} = 1 - 0.98^{10}$

= 1- 0.81707

$= 0.18293 \cong 18.29\%$

คำถามท้ายบท

- ชายคนหนึ่งต้องการเก็บสมบัติไว้ให้ลูกหลาน โดยทำพินัยกรรมไว้ให้ลูกหลาน จะเปิดสมบัติได้หลังจากผ่านไปแล้วได้50 ปี จากข้อมูลธรณีวิทยาพบว่าโอกาสที่ถ้ำจะถล่มเนื่องจากแผ่นดินไหวจะเกิดทุก 200 ปี ดังนั้น โอกาสเสี่ยงที่ถ้ำถล่มทุก 50 ปีนั้นจะ เป็นเท่าไร

- ให้นิสิตตั้งโจทย์ประยุกต์เกี่ยวกับเนื้อหาเกี่ยวกับการหาความน่าจะเป็นในการณ์เกิดเหตุการณ์ใดๆ และการวิเคราะห์ความเสี่ยง
ให้เขียนชื่อ รหัส หมู่บรรยาย ส่งเป็นกระดาษ A4

เอกสารอ้างอิง

1 wikipidia : http://en.wikipedia.org/wiki/Return_period

2 วีระยุทธ สวนผกา, การวิเคราะห์ความถี่ของปริมาณน้ำท่วมสูงสุดในภาคเหนือ (Flood frequency analysis in Northern Thailand), โครงงานวิศวกรรม,ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

3. John A. Roberson et. al.Water Resources Engineering, 2005 Edition, John Wiley & Sons, Inc, 2005.

Questions?

อ.ดร.วีระเกษตร สวนผกา

Dr.Weerakaset Suanpaga

Department of Civil Engineering
Faculty of Engineering , Kasetsart University
Bangkok, Thailand

www.pirun,ku.ac.th/~fengwks/mathcomp