

# Chapter 4

## Math Model

อาจารย์วีระเกษมทร สวนพกา

Weerakaset Suanpaga  
(D.ENG-Candidate)

Department of Civil Engineering  
Faculty of Engineering , Kasetsart University  
Bangkok, Thailand

<http://pirun.ku.ac.th/~fengwks/mathcomp>

1

## บทที่ 4

### การจำลองแบบทางคณิตศาสตร์

- ⇒ 4.0 ประเภทและลักษณะของข้อมูล
- ⇒ 4.1 การจำลองแบบทางคณิตศาสตร์
- ⇒ 4.2 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
- ⇒ 4.3 สมการเชิงเส้น
- ⇒ 4.4 อสมการเชิงเส้น
- ⇒ 4.5 กำหนดการเชิงเส้น
- ⇒ 4.6 แบบจำลองไม่เชิงเส้น

2

## 4.0 ประเภทและลักษณะของข้อมูล

ข้อมูลมีสองประเภทคือ

### ⇒ 1. ข้อมูลเชิงปริมาณ (Quantitative data)

สามารถใช้เครื่องมือวัดได้ มีหน่วยวัดได้ เป็นมาตรฐาน เช่น ความสูง (เมตร), น้ำหนัก (kg), อายุ (year) ...

### ⇒ 2. ข้อมูลเชิงคุณภาพ (Qualitative data)

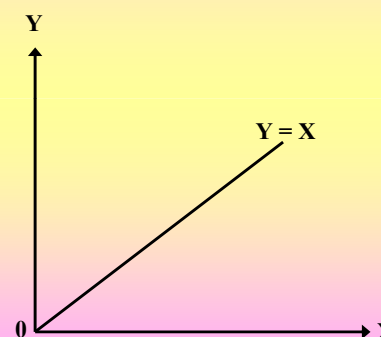
วัดออกมาเป็นตัวเลขได้ยาก เช่น ความดี ความชั่ว ความรัก ความคิดถึง...

ถ้าจะวัดออกมาเป็นตัวเลขต้องหา scale เทียบเป็นเชิงปริมาณก่อน ถึงจะวัดออกมาได้ มักนิยมวัดเป็นระดับ เช่น มาก ปานกลาง ต่ำ การวัดมักจะสร้างแบบจำลองเช่น 1 ความคิดถึง = 1 miss call

3

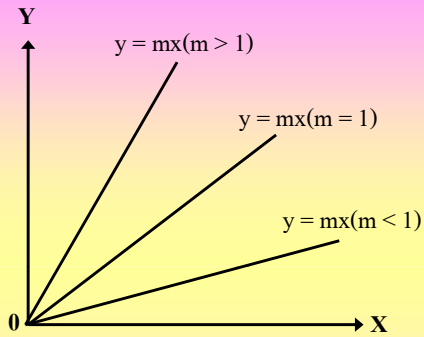
## 4.1 สมการเส้นตรง (Linear Equation)

### 1. สมการเส้นตรงผ่านจุดกำเนิด



สมการเส้นตรงผ่านจุด  
กำเนิดทำมุม 45 องศา ทั้ง  
แกน x และแกน y

4



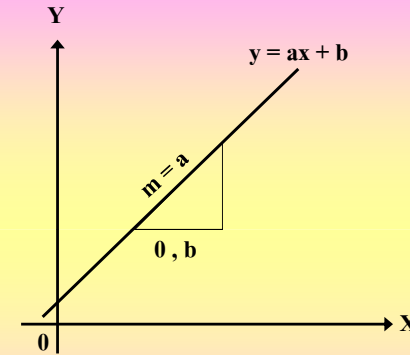
$Y = mx$  เมื่อ  $m = 1$

$Y = x$  เส้นตรงอยู่ระหว่าง  
แกน  $x$  และแกน  $y$

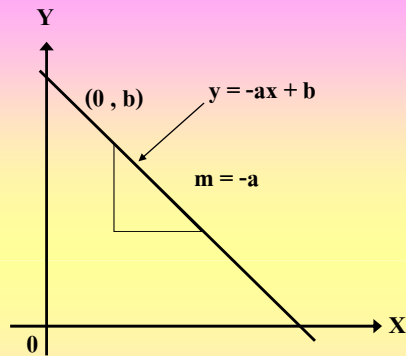
ถ้า  $m > 1$  เส้นตรงชันมากกว่า  $y = x$

ถ้า  $m < 1$  เส้นตรงชันน้อยกว่า  $y = x$

## 4.2 สมการเส้นตรงตัดแกน

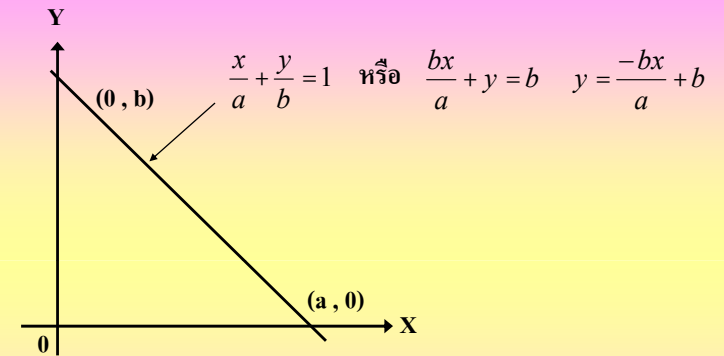


สมการเส้นตรงที่มีความชัน  $a$  และจุดตัดแกน  $y$  ที่  $b$

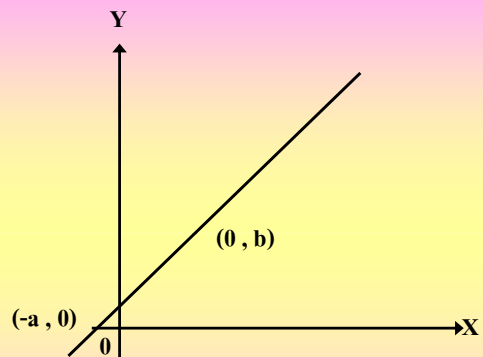


สมการเส้นตรงที่มีความชัน  $-a$   
และจุดตัดแกน  $y$  ที่  $b$

## 4.3 สมการเส้นตรงตัดแกน



สมการนี้มีจุดตัดที่  $(a, 0)$  บนแกน  
 $x$  มีจุดตัดบนแกน  $y$  ที่  $(0, b)$  มี  
ความชัน  $-b/a$



$$\frac{x}{-a} + \frac{y}{b} = 1$$

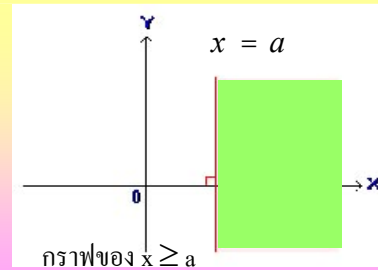
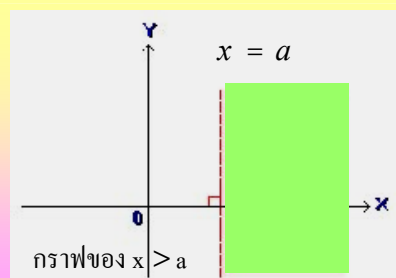
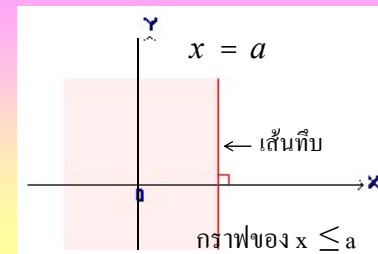
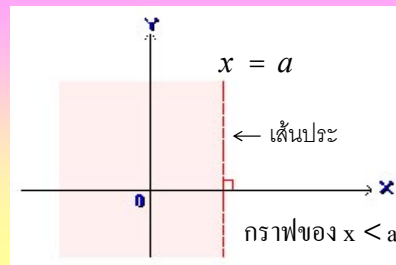
$$\frac{y}{b} = \frac{x}{a} + 1$$

$$y = \frac{bx}{a} + b$$

สมการนี้มีความชัน  $\frac{b}{a}$

9

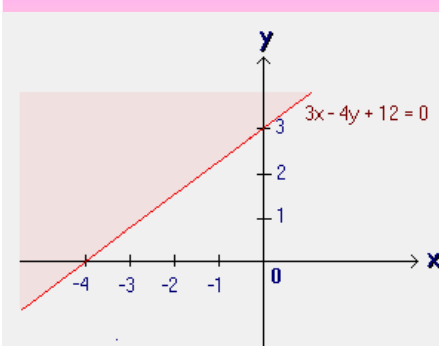
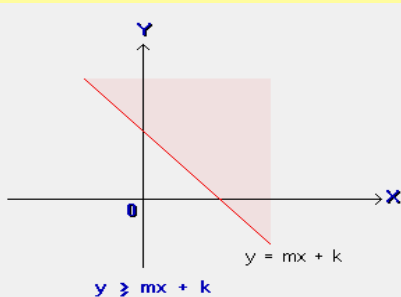
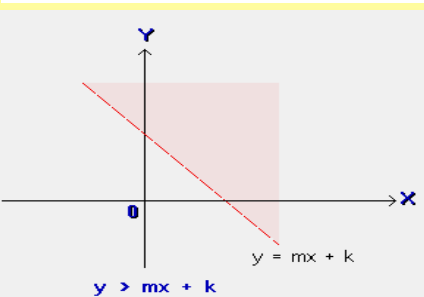
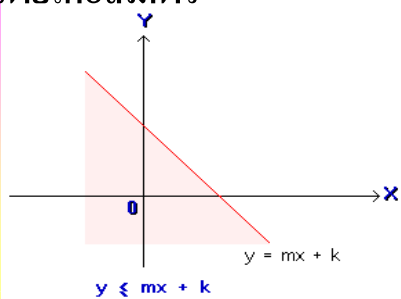
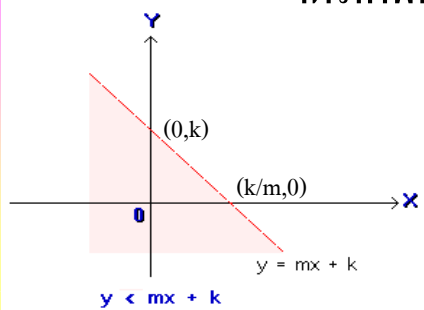
#### 4.4 อสมการเชิงเส้น



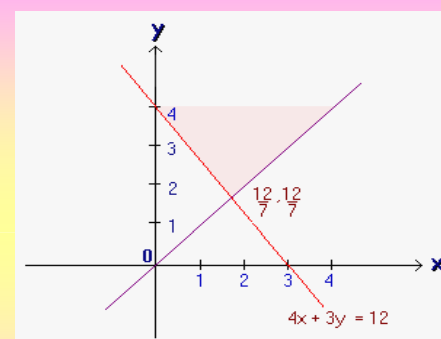
ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันอสมการ

10

#### การหาพื้นที่ภายใต้อสมการ



ผลของอสมการ  $y \geq (3/4)x + 3$



ผลจากการรวมกันของสองอสมการ

12

## 4.5 กำหนดการเชิงเส้น (LINEAR PROGRAM)

1. ตั้ง function เป้าหมายของปัญหา (objective function)  
maximum or minimum
2. หนทางปฏิบัติที่เลือกได้ เลือกทางปฏิบัติที่เหมาะสม
3. เงื่อนไข เลือกตัวแปรที่เหมาะสม
4. ตัวแปร มีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้น

13

## Ex.1 Minimum Cost Problem

		Productivity (tons/day)		
	Mine	Tin	Copper	Zinc
$x^1$	A	6	2	4
$x^2$	B	2	2	12

$\frac{days}{week}$	Condition of Production (order)		
	Tin	12	tons/week
	Copper	8	tons/week
	Zinc	24	tons/week

14

$$6x_1 + 2x_2 \geq 12 \quad \text{Target}$$

$$2x_1 + 2x_2 \geq 8 \quad \text{Cost of mine A 40,000 บาท/วัน}$$

$$4x_1 + 12x_2 \geq 24 \quad \text{Cost of mine B 32,000 บาท/วัน}$$

$$\frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{6} \geq 1 \quad \text{Minimum Cost Equation}$$

$$\frac{x_1}{4} + \frac{x_2}{4} \geq 1 \quad \text{Min Cost} = 40,000 x_1 + 32,000 x_2$$

$$\frac{x_1}{6} + \frac{x_2}{2} \geq 1 \quad = \text{min}$$

15

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$X_1$	6	3	1	0
$X_2$	0	1	3	6
Cost min	240,000	152,000	136,000	192,000

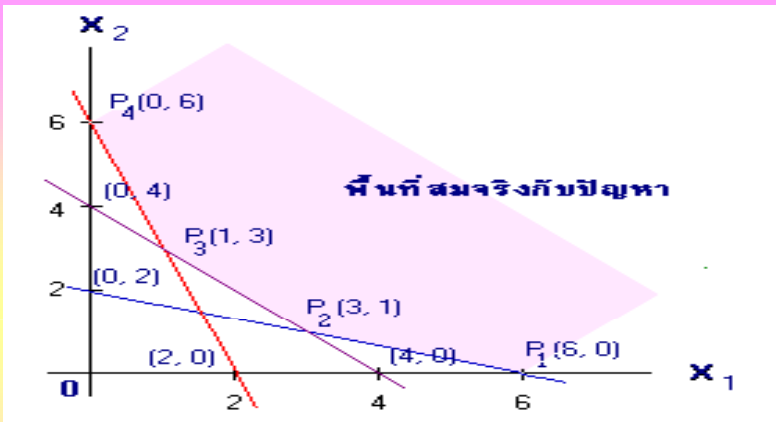
$$\text{Minimum Cost} = 40,000 \times 1 + 32,000 \times 3$$

$$= 136,000 \text{ บาท/สัปดาห์}$$

Mine A ( $x_1 = 1$  days/week)

Mine B ( $x_2 = 3$  days/week)

16



แสดงการเขียนกราฟและเลือกพื้นที่

สมจริง

$$\begin{aligned} \text{Minimum Cost} &= 40,000 \times 1 + 32,000 \times 3 \\ &= 136,000 \text{ บาท/สัปดาห์} \end{aligned}$$

### Ex.2 Maximize Profit Problem

		Raw	Form	Quality
	Type	Mat(hrs)	Prep(hrs)	Test(hrs)
$X_1$	1	6	3	4
$X_2$	2	6	6	2

$\frac{Pcs}{week}$	Condition		
	Raw Mat	420	hrs/week
	Form Prep	300	hrs/week
	Quality	240	hrs/week

$$6x_1 + 6x_2 \leq 420$$

$$3x_1 + 6x_2 \leq 300$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 240$$

$$\frac{x_1}{70} + \frac{x_2}{70} \leq 1$$

$$\frac{x_1}{100} + \frac{x_2}{50} \leq 1$$

$$\frac{x_1}{60} + \frac{x_2}{120} \leq 1$$

### Target

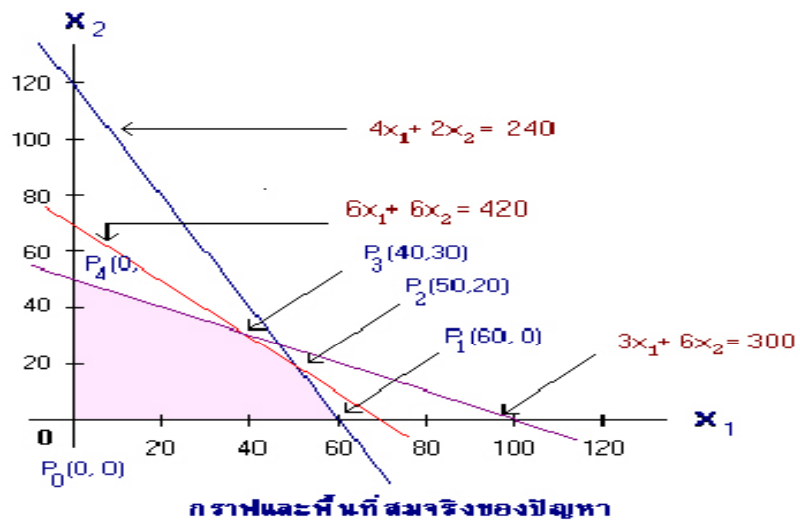
Profit of Type 1	300 บาท/ชิ้น
Profit of Type 2	200 บาท/ชิ้น

### Target Equation

$$\text{Profit} = 300x_1 + 200x_2 = \max$$

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$X_1$	60	50	40	0
$X_2$	0	20	30	50
Profit	18,000	19,000	18,000	10,000

$$\begin{aligned} \text{Maximum Profit} &= 300 \times 50 + 200 \times 2 \\ &= 19,000 \text{ บาทต่อสัปดาห์} \end{aligned}$$



กราฟและพื้นที่สมจริงของปัญหา

แสดงการเขียนกราฟและเลือกพื้นที่ที่สมจริงกับ อสมการ

$$\begin{aligned} \text{Maximum Profit} &= 300 \times 50 + 200 \times 2 \\ &= 19,000 \text{ บาทต่อสัปดาห์} \end{aligned}$$

21

## แบบฝึกหัด 1

- โรงงานต้องการผลิตสินค้า 2 ชนิดคือ A และ B โดยมีส่วนผสมดังนี้

	w1	w2
A	4	4
B	2	6

ต้องสั่งซื้อวัตถุดิบ w1 อย่างน้อย 360 units

ต้องสั่งซื้อวัตถุดิบ w2 อย่างน้อย 240 units

ถ้าต้องการลดต้นทุนการผลิต จะต้องผลิต สินค้า A และ B อย่างละกี่ชิ้น ถ้า

ต้นทุนผลิตสินค้า A 10000 บาท/ชิ้น

ต้นทุนผลิตสินค้า B 20000 บาท/ชิ้น

ให้วาดกราฟ และหาต้นทุนต่ำสุด

22

## แบบฝึกหัด 2

- โรงงานต้องการผลิตสินค้า 2 ชนิดคือ A และ B โดยที่มีส่วนผสมดังนี้

	C	D
A	3	4
B	2	6

ความสามารถในการจัดหาวัตถุดิบ C เท่ากับ 240 units

ความสามารถในการจัดหาวัตถุดิบ D เท่ากับ 300 units

ถ้าต้องการกำไรสูงสุด

โดยกำไรจากสินค้า A 100 บาท/units

โดยกำไรจากสินค้า B 200 บาท/units

ให้วาดกราฟ และหากำไรสูงสุด

23

## แบบฝึกหัด 3

- โรงงานต้องการผลิตสินค้า 2 ชนิดคือ A และ B โดยใช้เวลาทำงานดังนี้

	C	D
A	3	4
B	2	6

ความสามารถในการทำขบวนการ C เท่ากับ 240 hrs

ความสามารถในการทำขบวนการ D เท่ากับ 480 hrs

ถ้าต้องการกำไรสูงสุด

โดยกำไรจากสินค้า A 100 บาท/ชิ้น

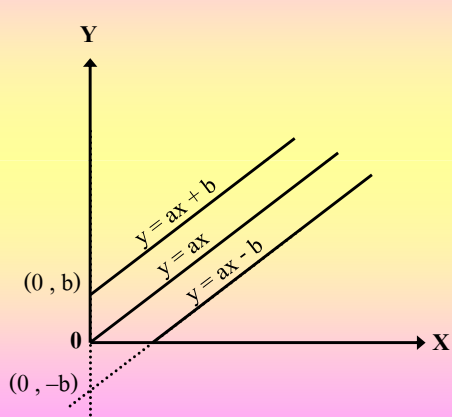
โดยกำไรจากสินค้า B 200 บาท/ชิ้น

ให้วาดกราฟ และหากำไรสูงสุด

24

## แบบจำลอง (Model) ของความสัมพันธ์ในข้อมูล

### โมเดลเชิงเส้น (เส้นตรง)



$$y = ax + b$$

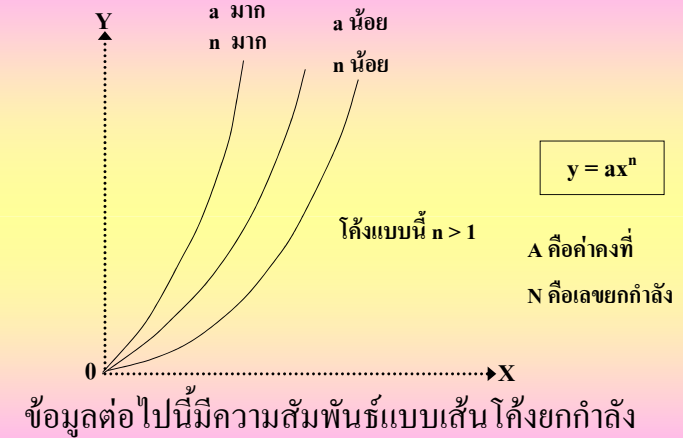
X = ตัวแปรอิสระ

Y = ตัวแปรตาม

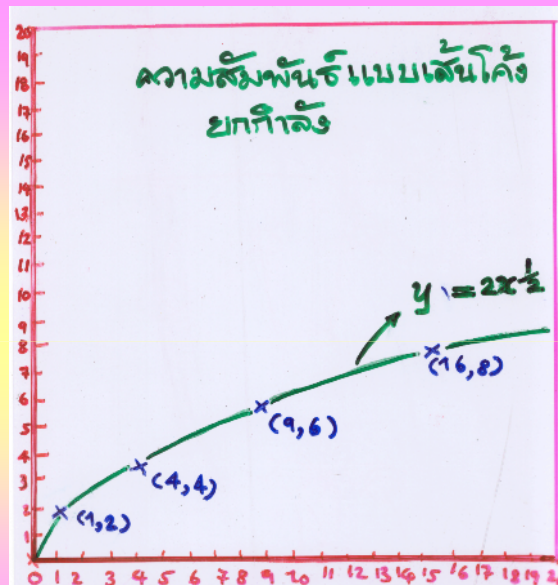
เส้นตรงกำหนดโดย  
จุดตัดและความชัน

## 4.6 โมเดลไม่เชิงเส้น (เส้นโค้ง)

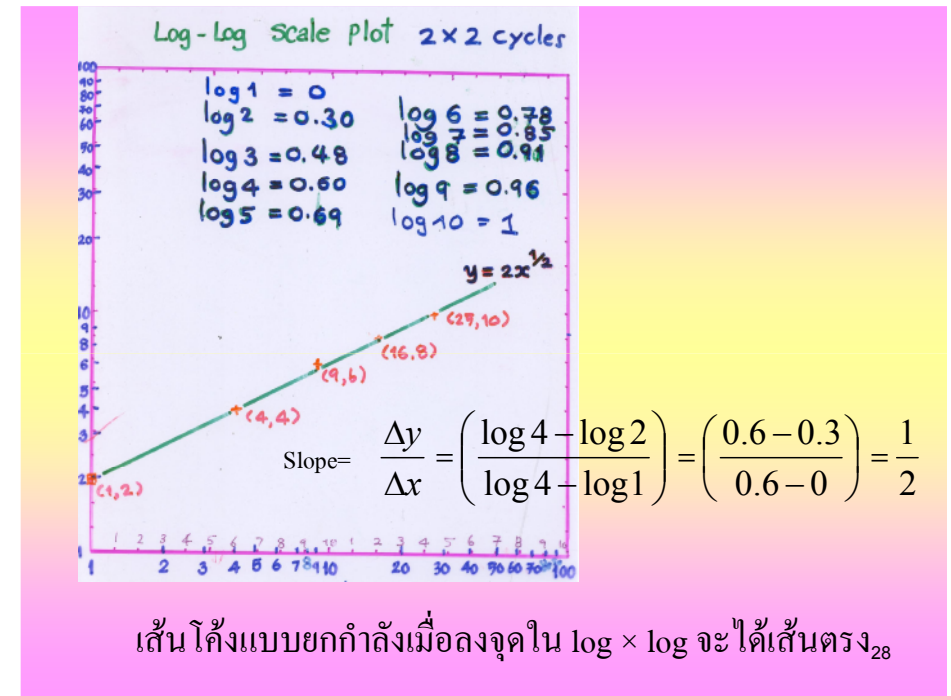
### 4.6.1 ความสัมพันธ์แบบยกกำลัง (Power Model)



X	1	4	9	16	25	36
Y	2	4	6	8	10	12

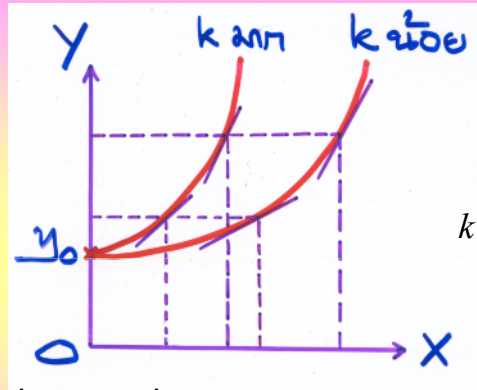


ได้เส้นโค้ง Scale ธรรมดา แต่ได้เส้นตรงใน Scale  $\log \times \log$  27



เส้นโค้งแบบยกกำลังเมื่อลงจุดใน  $\log \times \log$  จะได้เส้นตรง 28

#### 4.6.2 ความสัมพันธ์แบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (เพิ่มค่า)



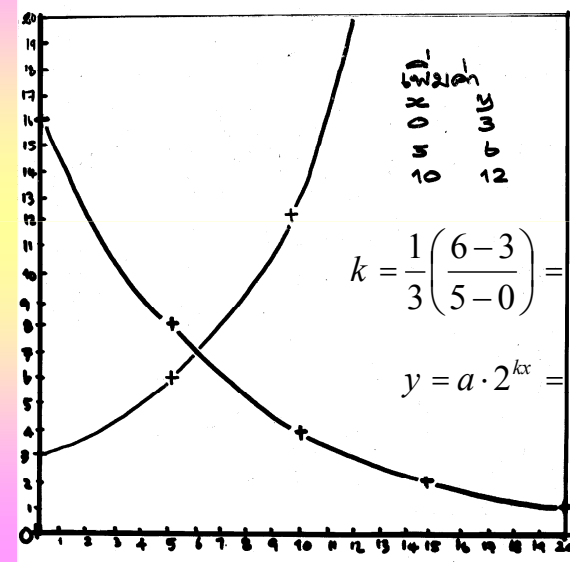
$$k = \frac{1}{y} \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} \right)$$

K = ค่าคงที่ของการเพิ่มค่า

1. k ของทุกจุดบนเส้นโค้งเดียวกันต้องมีค่าเท่ากัน
2. k มีค่าเท่ากับความชันต่อจำนวนหรือปริมาณ ณ จุดนี้

#### 4.6.3 ทุกช่วงของ $\Delta x$ ที่เท่ากัน

y มีค่าเป็น 2 เท่า (กรณีเพิ่มค่า), x มีค่าเป็นครึ่งหนึ่ง (กรณีลดค่า)

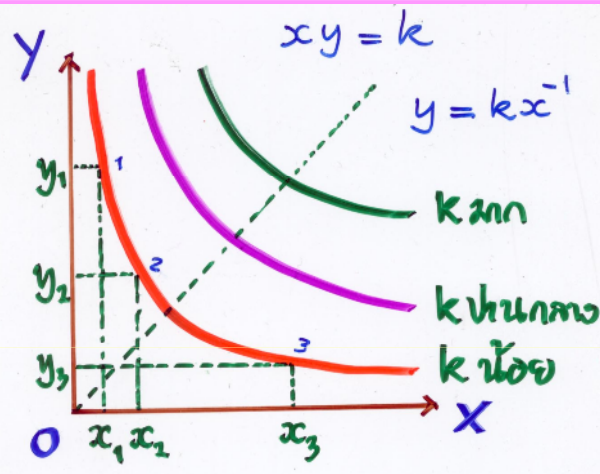


$$k = \frac{1}{3} \left( \frac{6-3}{5-0} \right) = \frac{1}{6} \left( \frac{12-6}{10-5} \right) = \frac{1}{5}$$

$$y = a \cdot 2^{kx} = 3 \cdot 2^{x/5}$$

วิธีคิด  $k = x_2 - x_1$

แทน  $x=0, y=a$



X มาก      y น้อย

X ปานกลาง      y ปานกลาง

X น้อย      y มาก

ผลคูณของ x และ y จะคงที่ได้ค่าคงที่

แบบฝึกหัด 1. จงหาสมการ plot graph จากข้อมูลที่กำหนดให้ พร้อมบอกประเภทกราฟ พร้อมหาค่า c

X	1	8	27	.	.	c
Y	5	10	15	.	.	30

$\log 1 = 0$        $\log 6 = 0.78$

$\log 2 = 0.3$        $\log 7 = 0.85$

$\log 3 = 0.48$        $\log 8 = 0.90$

$\log 4 = 0.60$        $\log 9 = 0.96$

$\log 5 = 0.69$        $\log 10 = 1.00$

$\log a \times b = \log a + \log b$

$\log a^n = n (\log a)$

2 จงหาสมการ plot graph จากข้อมูลที่กำหนดให้ พร้อมหาค่า d

X	3	4	6	.	.	d
Y	36	27	18	.	.	2



# Questions?

อาจารย์วีระเกษมทร สวนศกา

**Weerakaset Suanpaga**

Department of Civil Engineering  
Faculty of Engineering , Kasetsart University  
Bangkok, Thailand

[www.pirun,ku.ac.th/~fengwks/mathcomp](http://www.pirun,ku.ac.th/~fengwks/mathcomp)

Reference:

1. วีระศักดิ์ อุคมโชค และคณะ, คณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์ในชีวิตประจำวัน,หนังสือ,2549
2. วีระศักดิ์ อุคมโชค , Lecture note คณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์ในชีวิตประจำวัน,2551,  
ภาควิชาวิทยาศาสตร์พื้นฐาน คณะวิทยาศาสตร์ มก.