Chapter 4

Math Model

รศ.ดร.วีระเกษตร สวนผกา

Assist.Prof.Dr.Weerakaset Suanpaga

(D.Eng)

Department of Civil Engineering
Faculty of Engineering , Kasetsart University
Bangkok, Thailand
http://pirun.ku.ac.th/~fengwks/mathcomp

บทที่ 4

การจำลองแบบทางคณิตศาสตร์

- 4.0 ประเภทและลักษณะของข้อมูล
- 4.1 การจำลองแบบทางคณิตศาสตร์
- 4.2 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
- 4.3 สมการเชิงเส้น
- 4.4 อสมการเชิงเส้น
- 4.5 กำหนดการเชิงเส้น
- 4.6 แบบจำลองไม่เชิงเส้น

4.0 ประเภทและลักษณะของข้อมูล

ข้อมูลมีสองประเภทคือ

⇒1.ข้อมูลเชิงปริมาณ (Quantitative data)

สามารถใช้เครื่องมือวัดได้ มีหน่วยวัดได้ เป็นมาตรฐาน เช่น ความสูง (เมตร), น้ำหนัก (kg) ,อายุ (year) …

⇒2.ข้อมูลเชิงคุณภาพ (Qualitative data)

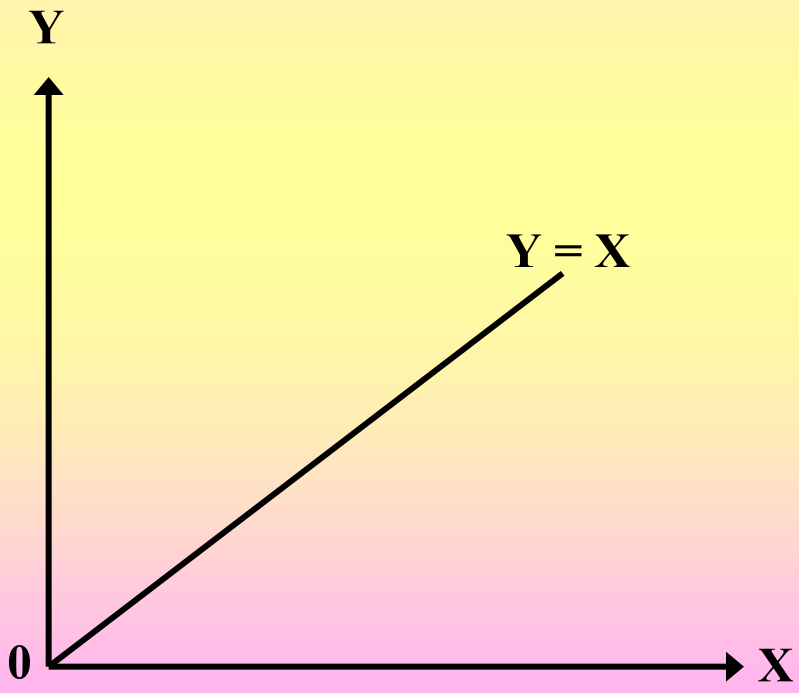
วัดออกมาเป็นตัวเลขได้ยาก เช่น ความดี ความชั่ว ความรัก ความคิดถึง….

ถ้าจะวัดออกมาเป็นตัวเลขต้องหา scale เทียบเป็นเชิงปริมาณก่อนถึงจะวัดออกมาได้ มักนิยมวัดเป็นระดับ เช่น มาก ปานกลาง ต่ำ

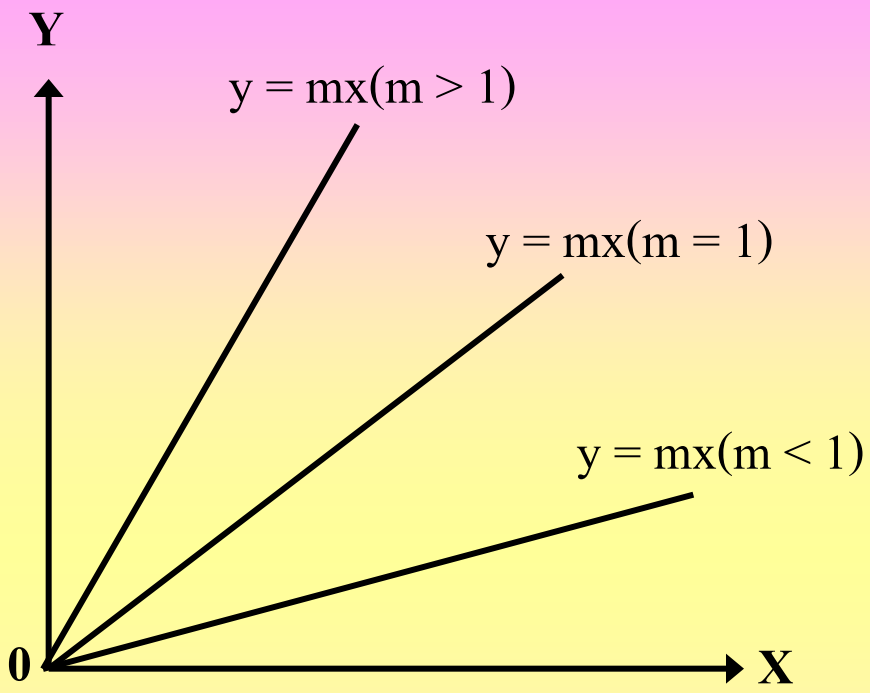
การวัดมักจะสร้างแบบจำลองเช่น 1 ความคิดถึง = 1 miss call

4.1 สมการเส้นตรง (Linear Equation)

1. สมการเส้นตรงผ่านจุดกำเนิด



สมการเส้นตรงผ่านจุดกำเนิดทำมุม 45 องศา ทั้งแกน x และแกน y



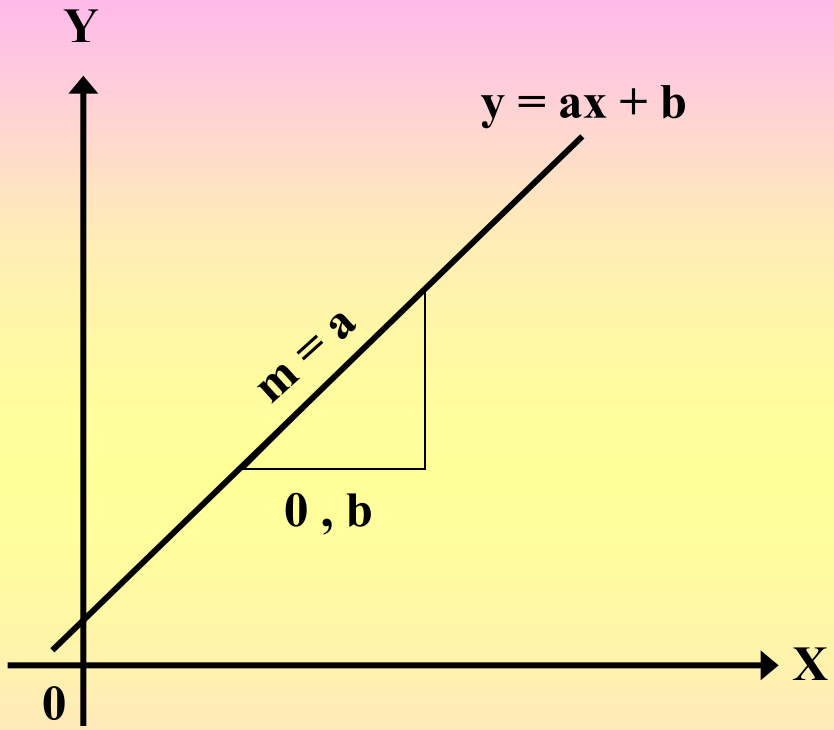
Y = mx เมื่อ m = 1

Y = x เส้นตรงอยู่ระหว่างแกน x และแกน y

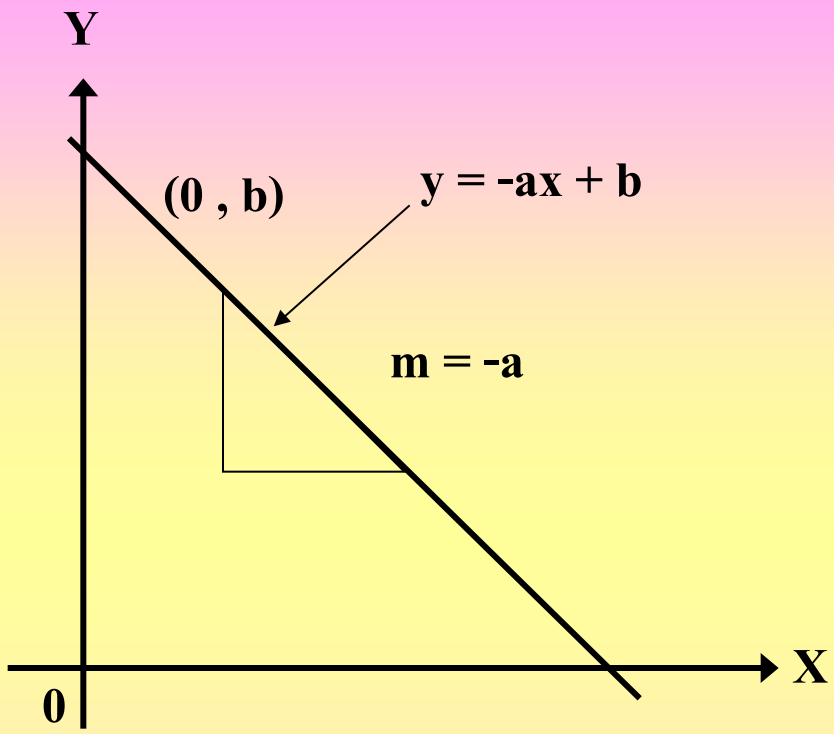
ถ้า m > 1เส้นตรงชันมากกว่า y = x

ถ้า m < 1 เส้นตรงชันน้อยกว่า y = x

4.2 สมการเส้นตรงตัดแกน

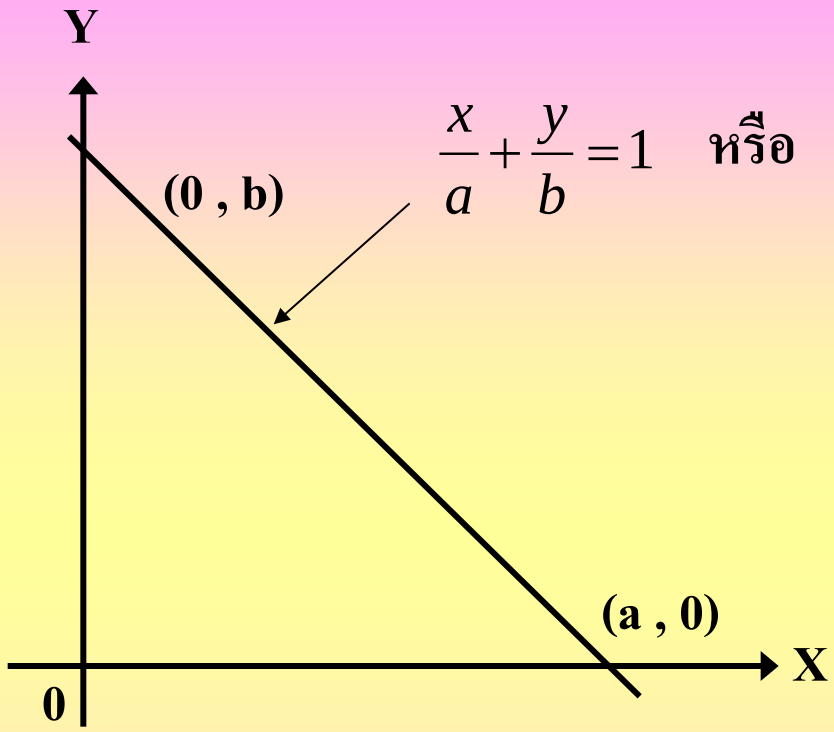


สมการเส้นตรงที่มีความชัน a และจุดตัดแกน y ที่ b



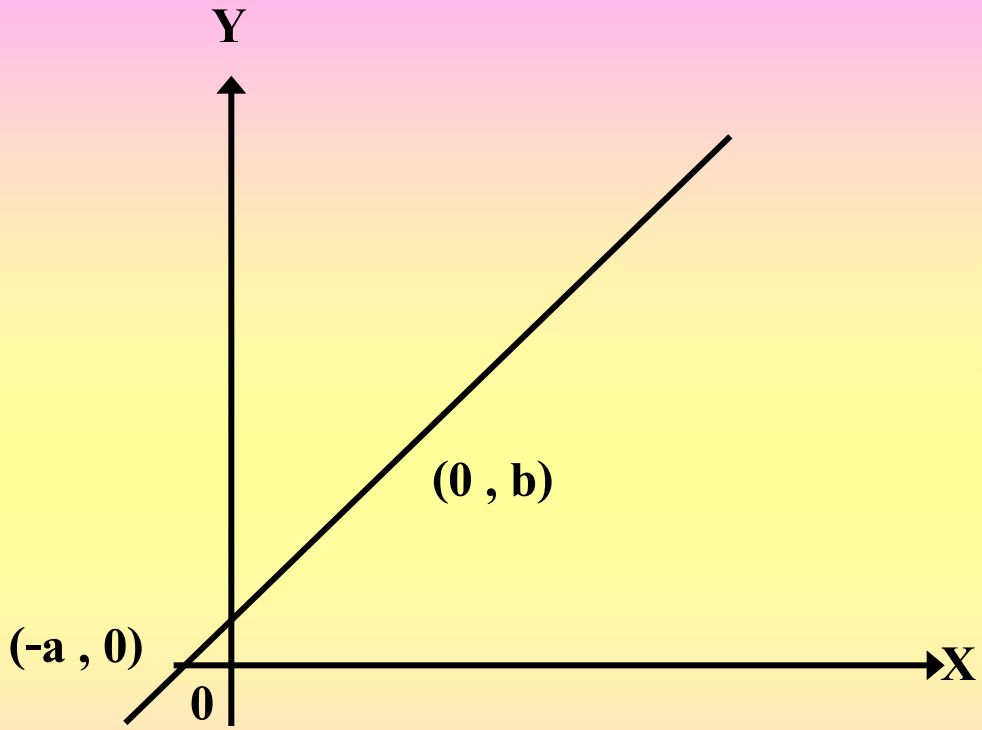
สมการเส้นตรงที่มีความชัน -a
และจุดตัดแกน y ที่ b

4.3 สมการเส้นตรงตัดแกน



$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1 \quad \text{หรือ} \quad \frac{bx}{a}+y=b \quad y=\frac{-bx}{a}+b$$

สมการนี้มีจุดตัดที่ (a , 0) บนแกน x มีจุดตัดบนแกน y ที่ (0 , b) มีความชัน –b/a



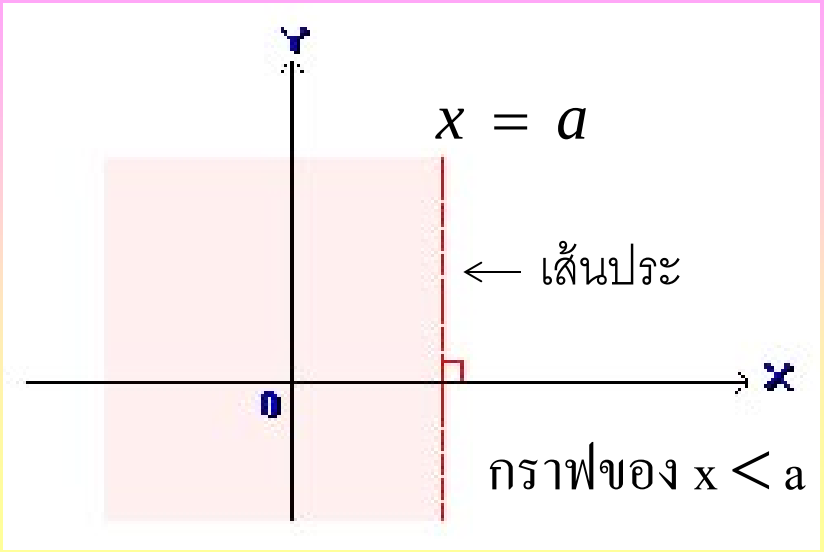
$$\frac{x}{-a}+\frac{y}{b}=1$$

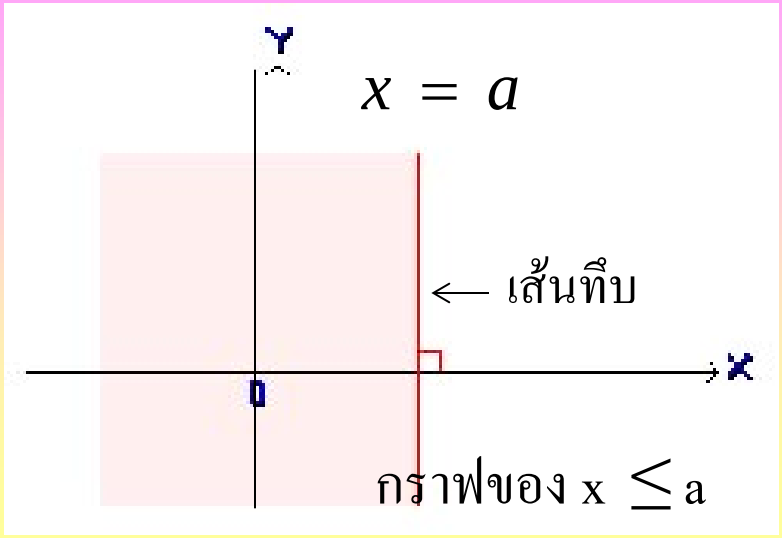
$$\frac{y}{b}=\frac{x}{a}+1$$

$$y=\frac{bx}{a}+b$$

สมการนี้มีความชัน $\frac{b}{a}$

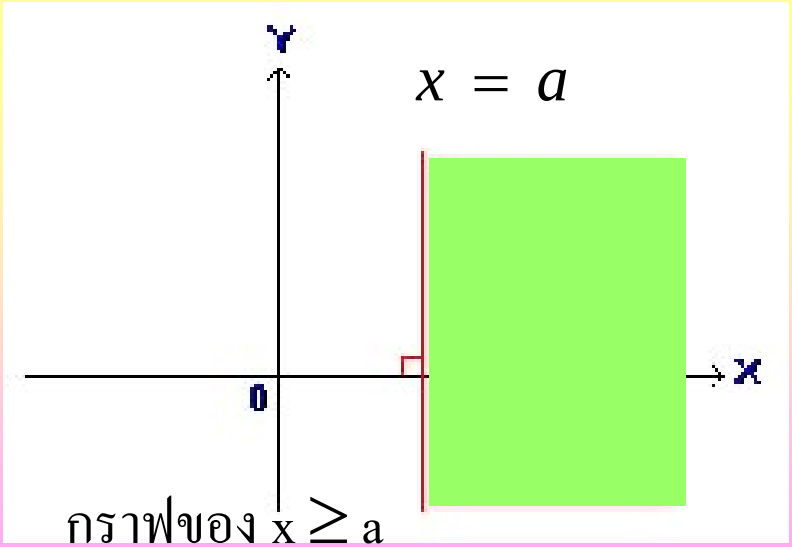
4.4 อสมการเชิงเส้น





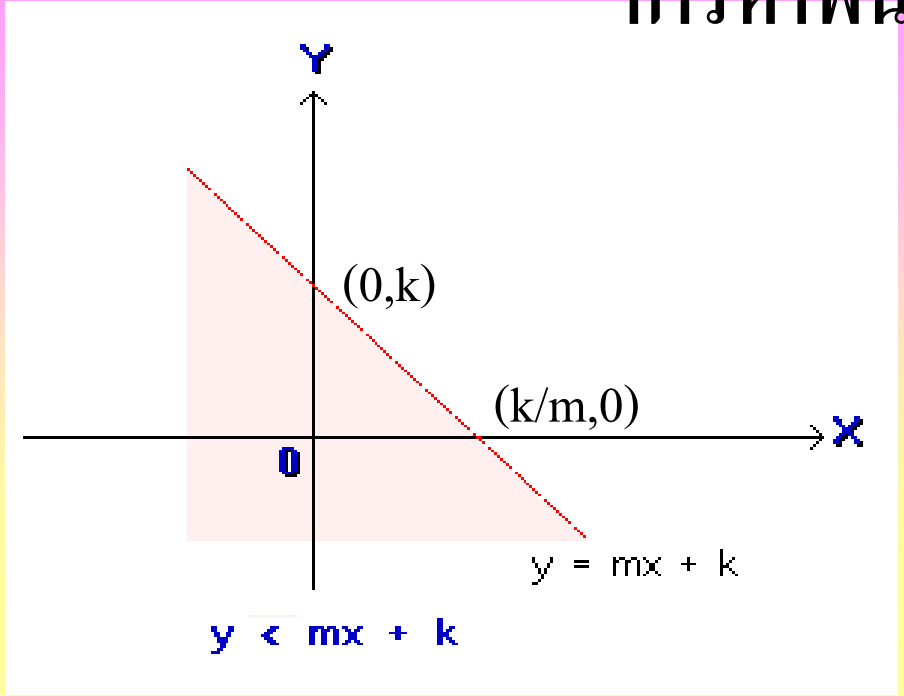
$x = a$

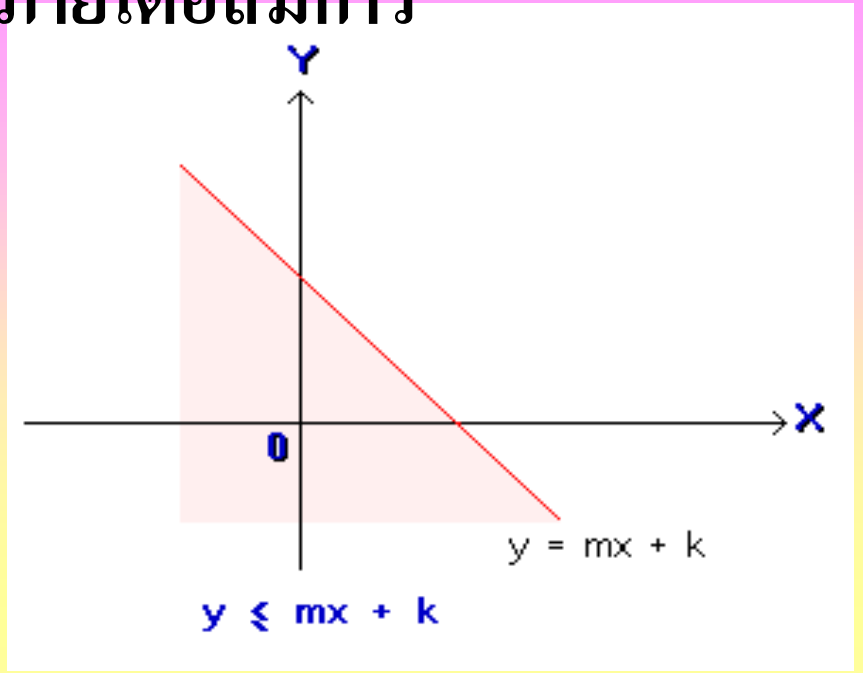
กราฟของ x > a



ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันอสมการ

การหาพื้นที่ภายใต้อสมการ





ผลของอสมการ $y \geq (3/4)x + 3$

ผลจากการรวมกันของสองอสมการ

4.5 กำหนดการเชิงเส้น (LINEAR PROGRAM)

1. ตั้ง function เป้าหมายของปัญหา (objective function)

maximum or minimum

2. หนทางปฏิบัติที่เลือกได้ เลือกทางปฏิบัติที่เหมาะสม
3. เงื่อนไข เลือกตัวแปรที่เหมาะสม
4. ตัวแปร มีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้น

Ex.1 Minimum Cost Problem

		Productivity (tons/day)		
	Mine	Tin	Copper	Zinc
x^1	A	6	2	4
x^2	B	2	2	12

$\frac{days}{week}$

Condition of Production (order)

Tin	12	tons/week
Copper	8	tons/week
Zinc	24	tons/week

$$6x_1 + 2x_2 \geq 12$$

$$2x_1 + 2x_2 \geq 8$$

$$4x_1 + 12x_2 \geq 24$$

$$\frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{6} \geq 1$$

$$\frac{x_1}{4} + \frac{x_2}{4} \geq 1$$

$$\frac{x_1}{6} + \frac{x_2}{2} \geq 1$$

Target

Cost of mine A 40,000 บาท/วัน

Cost of mine B 32,000 บาท/วัน

Minimum Cost Equation

Min Cost = $40{,}000\ x_1 + 32{,}000\ x_2$

= min

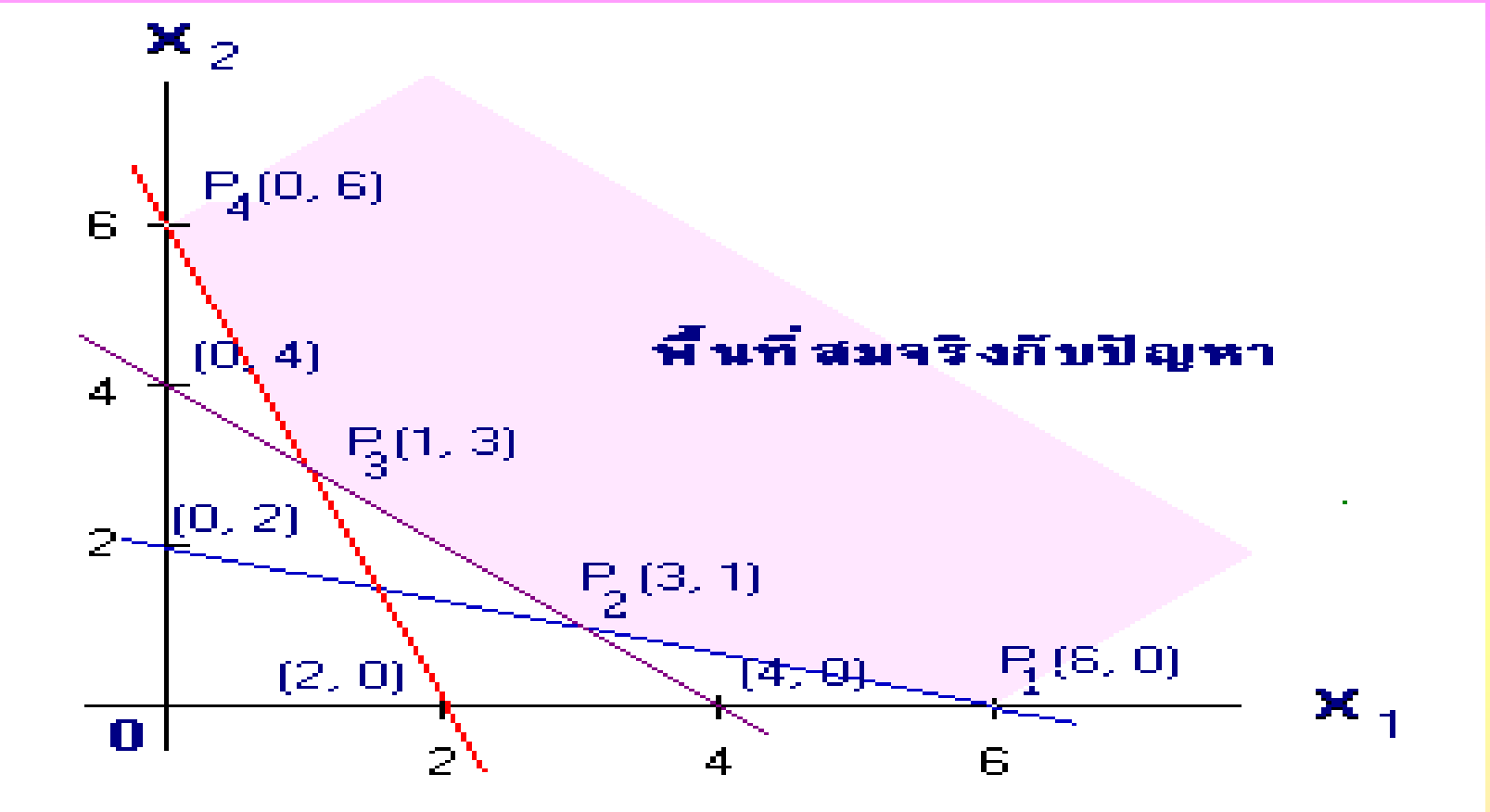
	P_1	P_2	P_3	P_4
X_1	6	3	1	0
X_2	0	1	3	6
Cost min	240,000	152,000	136,000	192,000

Minimum Cost = 40,000 × 1 + 32,000 × 3

= 136,000 บาท/สัปดาห์

Mine A (x_1 = 1 days/week)

Mine B (x_2 = 3 days/week)



แสดงการเขียนกราฟและเลือกพื้นที่สมจริง

Minimum Cost = 40,000 × 1 + 32,000 × 3

= 136,000 บาท/สัปดาห์

Ex.2 Maximize Profit Problem

	Type	Raw Mat(hrs)	Form Prep(hrs)	Quality Test(hrs)
X_1	1	6	3	4
X_2	2	6	6	2

$\frac{Pcs}{week}$	Condition		
	Raw Mat	420	hrs/week
	Form Prep	300	hrs/week
	Quality	240	hrs/week

$$6x_1 + 6x_2 \le 420$$

$$3x_1 + 6x_2 \le 300$$

$$4x_1 + 2x_2 \le 240$$

$$\frac{x_1}{70} + \frac{x_2}{70} \le 1$$

$$\frac{x_1}{100} + \frac{x_2}{50} \le 1$$

$$\frac{x_1}{60} + \frac{x_2}{120} \le 1$$

Target

Profit of Type 1	300 บาท/ชิ้น
Profit of Type 2	200 บาท/ชิ้น

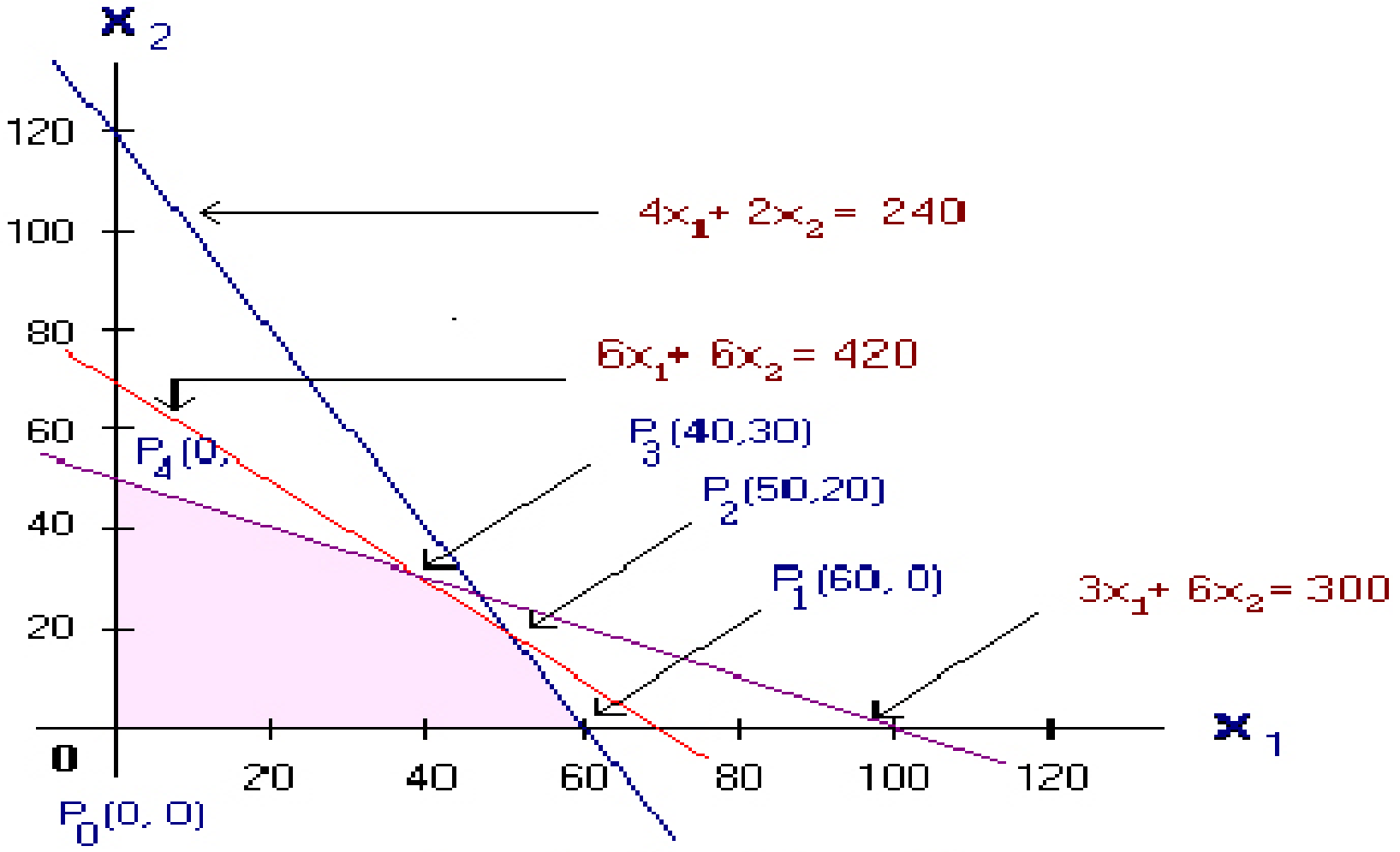
Target Equation

$\text{Profit} = 300x_1 + 200x_2 = \max$

	P_1	P_2	P_3	P_4
X_1	60	50	40	0
X_2	0	20	30	50
Profit	18,000	19,000	18,000	10,000

Maximum Profit = $300 \times 50 + 200 \times 2$

= 19,000 บาทต่อสัปดาห์



กราฟและพื้นที่สมจริงของปัญหา

แสดงการเขียนกราฟและเลือกพื้นที่ที่สมจริงกับ อสมการ

Maximum Profit = $300 \times 50 + 200 \times 2$

= 19,000 บาทต่อสัปดาห์

แบบฝึกหัด 1

- โรงงานต้องการผลิตสินค้า 2 ชนิดคือ A และ B โดยมีส่วนผสมดังนี้

	w1	w2
A	4	4
B	2	6

ต้องสั่งซื้อวัตถุดิบ w1 อย่างน้อย 360 units

ต้องสั่งซื้อวัตถุดิบ w2 อย่างน้อย 240 units

ถ้าต้องการลดต้นทุนการผลิต จะต้องผลิต สินค้า A และ B อย่างละกี่ชิ้น ถ้าต้นทุนผลิตสินค้า A 10000 บาท/ชิ้น

ต้นทุนผลิตสินค้า B 20000 บาท/ชิ้น

ให้วาดกราฟ และหาต้นทุนต่ำสุด

แบบฝึกหัด 2

- โรงงานต้องการผลิตสินค้า 2 ชนิดคือ A และ B โดยที่มีส่วนผสมดังนี้

	C	D
A	3	4
B	2	6

ความสามารถในการจัดหาวัตถุดิบ C เท่ากับ 240 units

ความสามารถในการจัดหาวัตถุดิบ D เท่ากับ 300 units

ถ้าต้องการกำไรสูงสุด

โดยกำไรจากสินค้า A 100 บาท/units

โดยกำไรจากสินค้า B 200 บาท/units

ให้วาดกราฟ และหากำไรสูงสุด

แบบฝึกหัด 3

- โรงงานต้องการผลิตสินค้า 2 ชนิดคือ A และ B โดยใช้เวลาทำงานดังนี้

	C	D
A	3	4
B	2	6

ความสามารถในการทำขบวนการ C เท่ากับ 240 hrs

ความสามารถในการทำขบวนการ D เท่ากับ 480 hrs

ถ้าต้องการกำไรสูงสุด

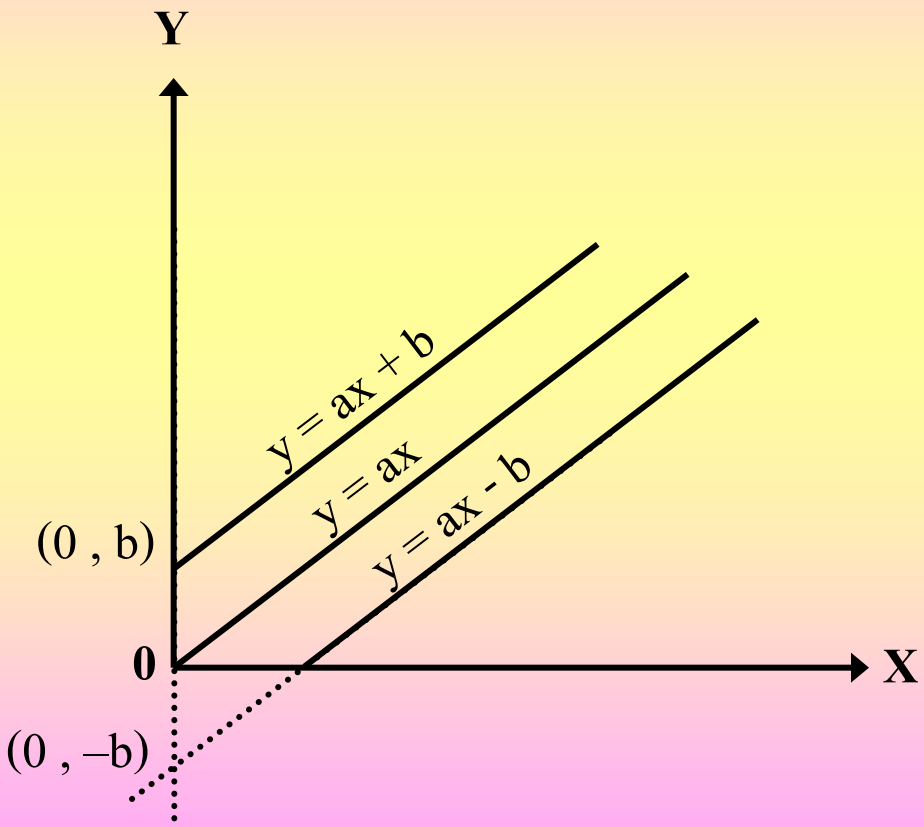
โดยกำไรจากสินค้า A 100 บาท/ชิ้น

โดยกำไรจากสินค้า B 200 บาท/ชิ้น

ให้วาดกราฟ และหากำไรสูงสุด

แบบจำลอง (Model) ของความสัมพันธ์ในข้อมูล

โมเดลเชิงเส้น (เส้นตรง)



$y = ax + b$

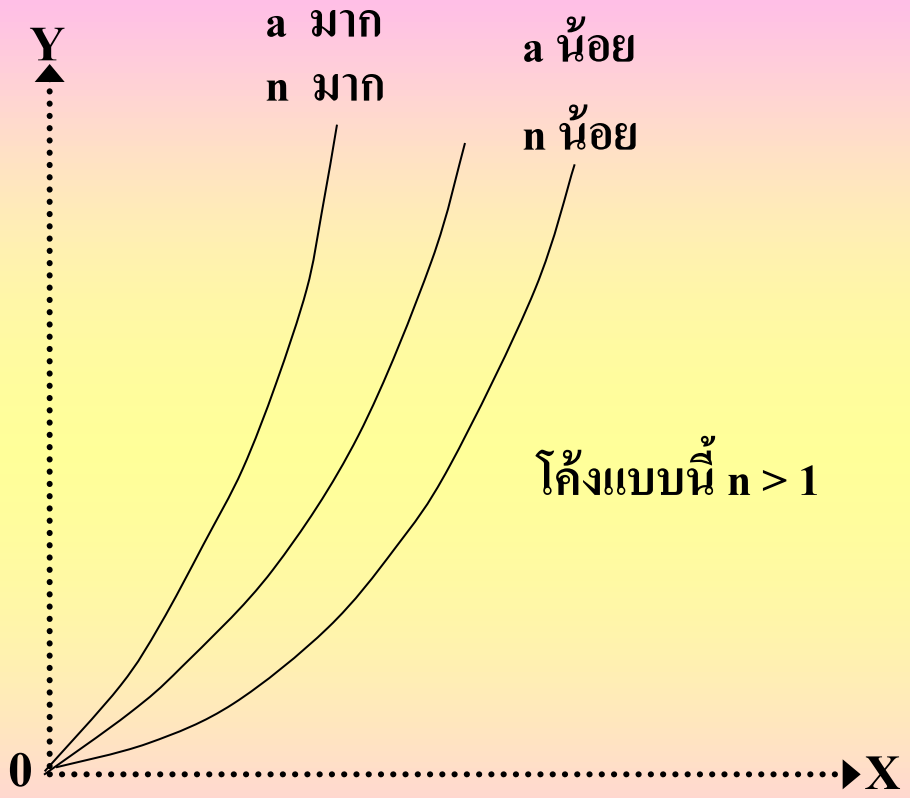
X = ตัวแปรอิสระ

Y = ตัวแปรตาม

เส้นตรงกำหนดโดย
จุดตัดและความชัน

4.6 โมเดลไม่เชิงเส้น (เส้นโค้ง)

4.6.1 ความสัมพันธ์แบบยกกำลัง (Power Model)



$y = ax^n$

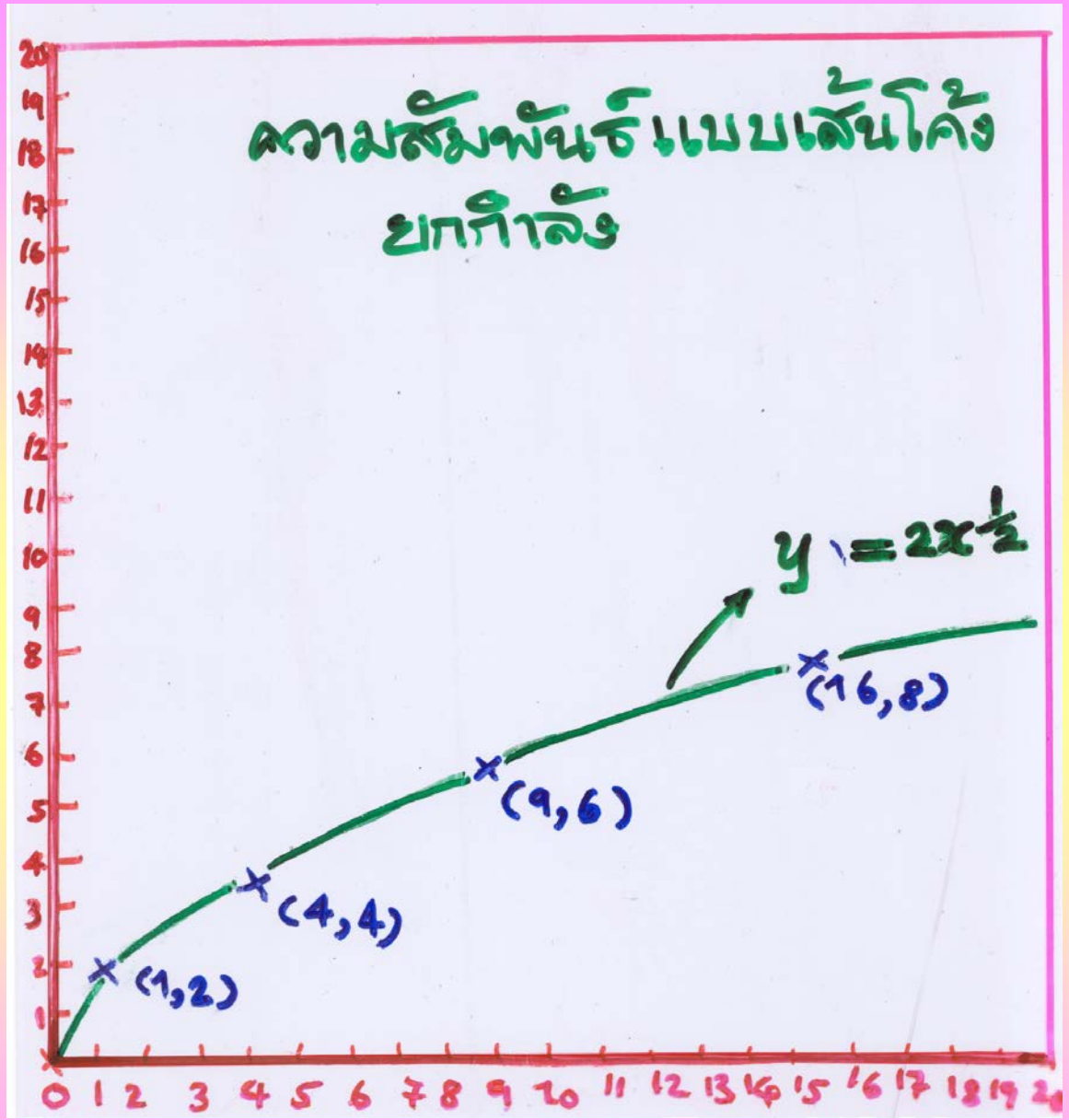
โค้งแบบนี้ n > 1

A คือค่าคงที่

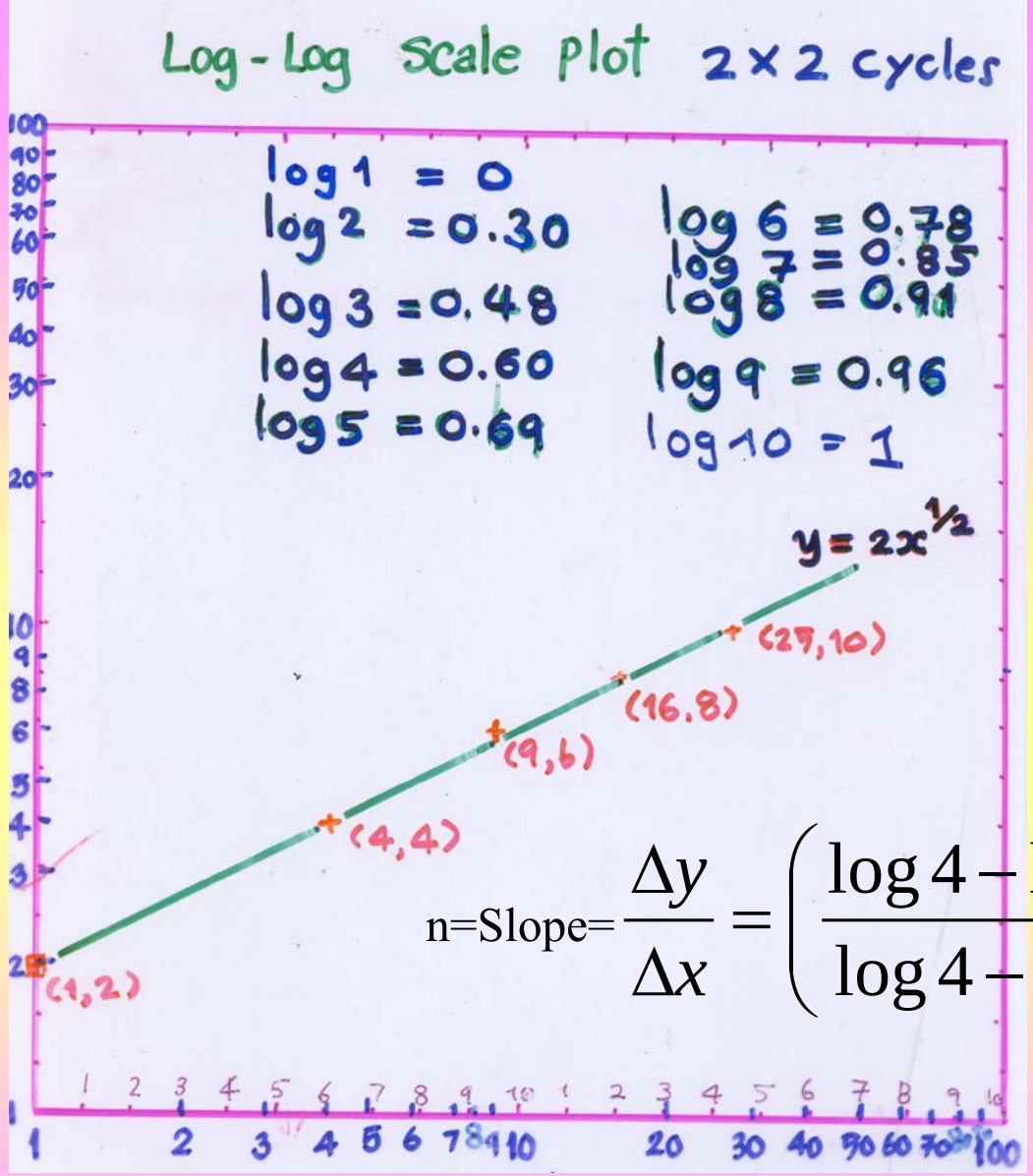
N คือเลขยกกำลัง

ข้อมูลต่อไปนี้มีความสัมพันธ์แบบเส้นโค้งยกกำลัง

X	1	4	9	16	25	36
Y	2	4	6	8	10	12



ได้เส้นโค้ง Scale ธรรมดา แต่ได้เส้นตรงใน Scale logx & logy



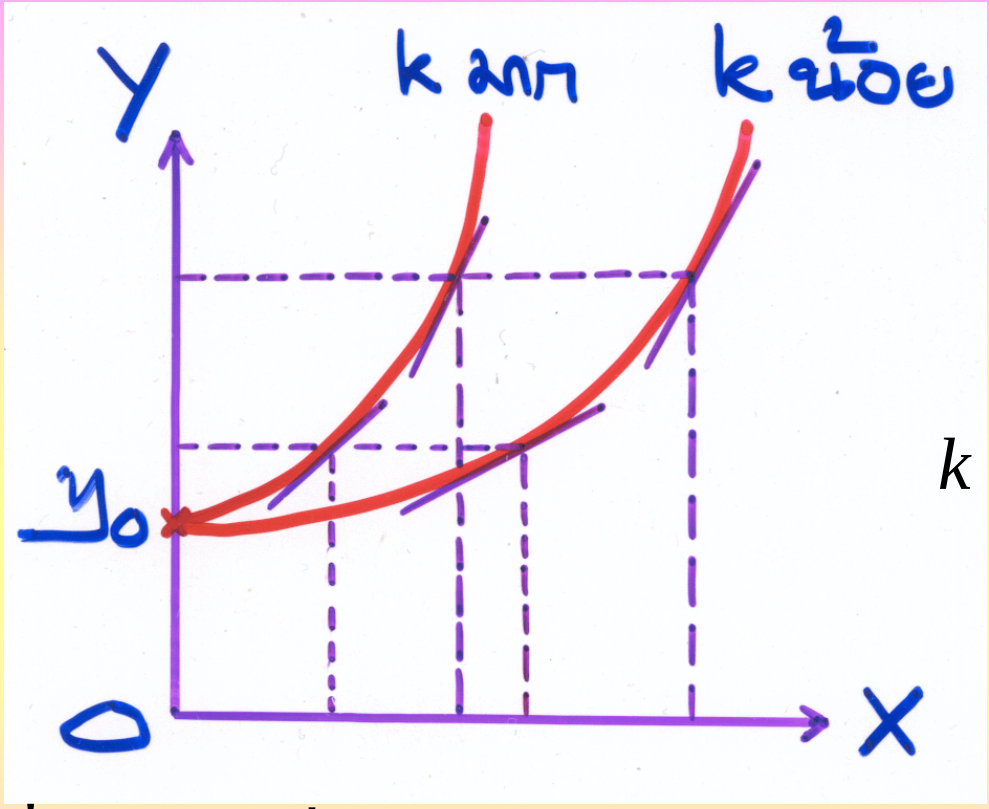
$$\text{n=Slope=}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\left(\frac{\log 4-\log 2}{\log 4-\log 1}\right)=\left(\frac{0.6-0.3}{0.6-0}\right)=\frac{1}{2}$$

หาค่า A

แทน x=1 จะได้ y=A

เส้นโค้งแบบยกกำลังเมื่อลงจุดใน log × log จะได้เส้นตรง

4.6.2 ความสัมพันธ์แบบเอ็กซ์โพแนนเชียล (เพิ่มค่า)



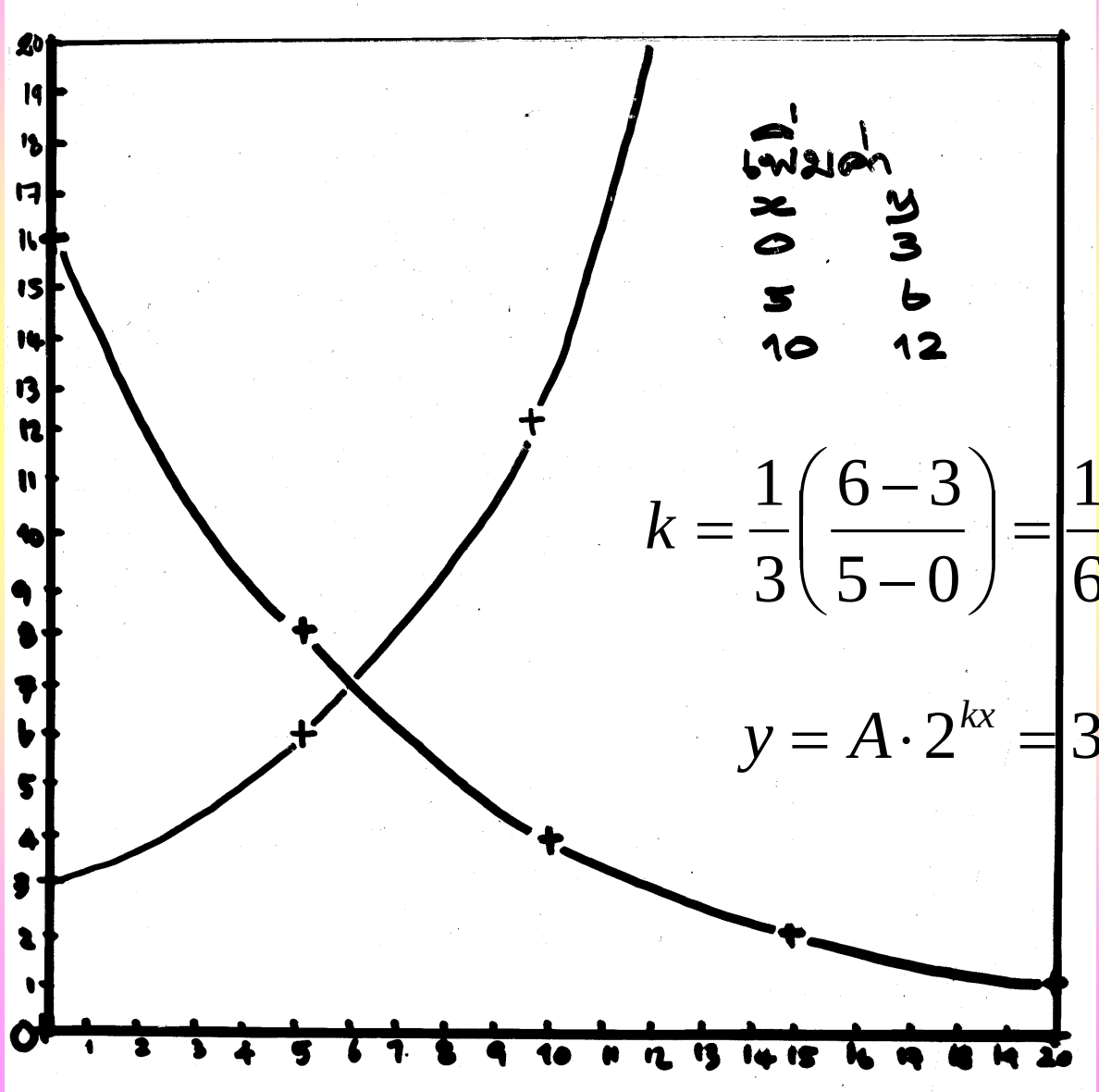
$$k = \frac{1}{y}\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)$$

K = ค่าคงที่ของการเพิ่มค่า

1. k ของทุกจุดบนเส้นโค้งเดียวกันต้องมีค่าเท่ากัน
2. k มีค่าเท่ากับความชันต่อจำนวนหรือปริมาณ ณ จุดนั้น

4.6.3 ทุกช่วงของ Δx ที่เท่ากัน

y มีค่าเป็น 2 เท่า (กรณีเพิ่มค่า) , x มีค่าเป็นครึ่งหนึ่ง (กรณีลดค่า)

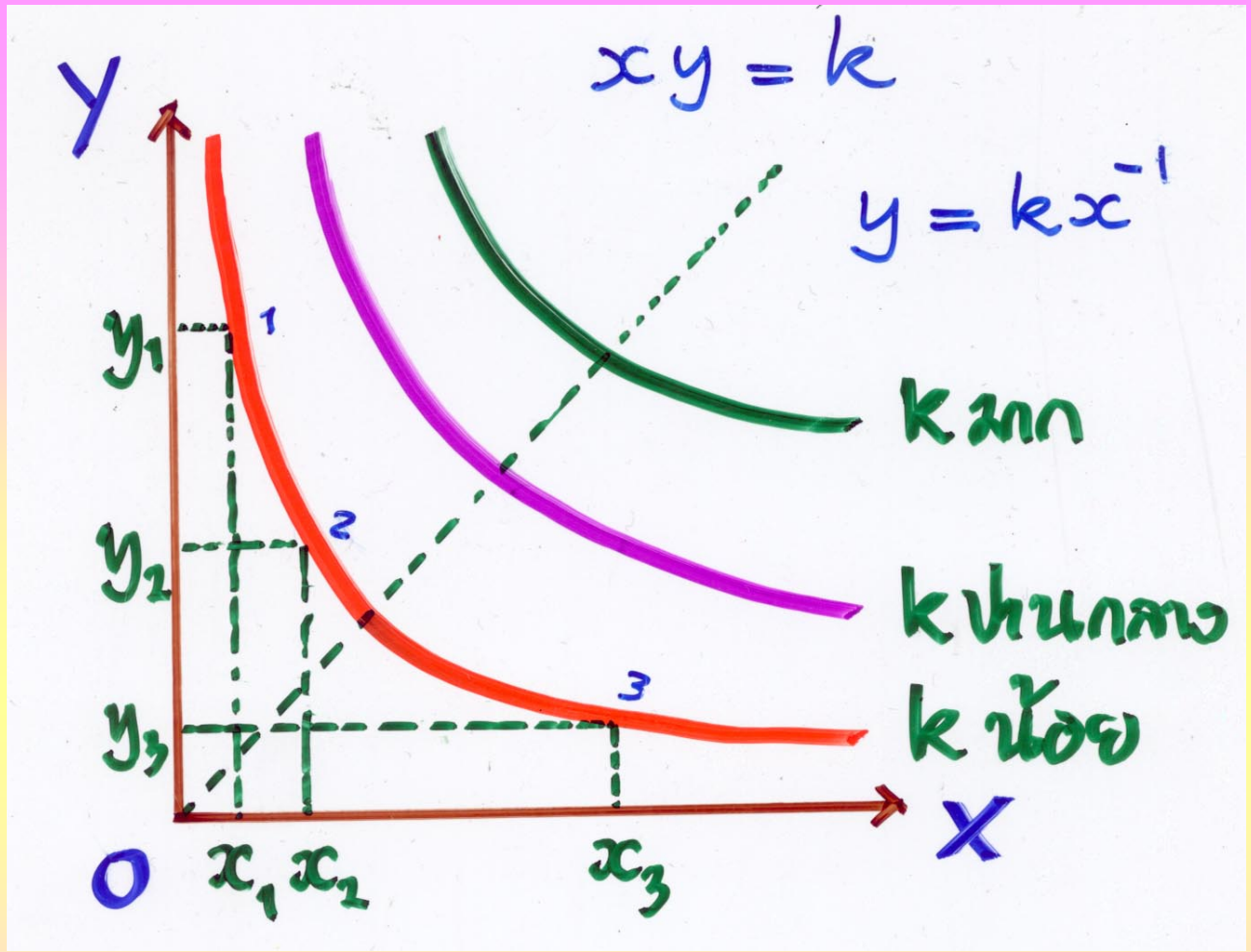


$$k = \frac{1}{3}\left(\frac{6-3}{5-0}\right) = \frac{1}{6}\left(\frac{12-6}{10-5}\right) = \frac{1}{5}$$

$$y = A \cdot 2^{kx} = 3 \cdot 2^{x/5}$$

หาค่า A

แทน x=0 จะได้ y=A



X มาก y น้อย

X ปานกลาง y ปานกลาง

X น้อย y มาก

ผลคูณของ x และ y จะต้องได้ค่าคงที่

แบบฝึกหัด 1.จงหาสมการ plot graph จากข้อมูลที่กำหนดให้ พร้อมบอกประเภทกราฟ พร้อมหาค่า c

X	**1**	**8**	**27**	**.**	**.**	**c**
Y	**5**	**10**	**15**	**.**	**.**	**30**

log 1 =0 log6 =0.78

log 2 =0.3 log7 =0.85

log 3= 0.48 log8 =0.90

log 4 =0.60 log9 =0.96

log 5 =0.69 log10 =1.00

$\log a \times b = \log a + \log b$

$\log a^n = n (\log a)$

2 จงหาสมการ plot graph จากข้อมูลที่กำหนดให้ พร้อมหาค่า d

X	**3**	**4**	**6**	**.**	**.**	**d**
Y	**36**	**27**	**18**	**.**	**.**	**2**

Questions?

ผศ.ดร.วีระเกษตร สวนผกา

Assist.Prof.Dr.Weerakaset Suanpaga

Department of Civil Engineering
Faculty of Engineering , Kasetsart University
Bangkok, Thailand

www.pirun,ku.ac.th/~fengwks/mathcomp

Reference:

1. วีระศักดิ์ อุดมโชค และคณะ, คณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์ในชีวิตประจำวัน,หนังสือ,2549
2. วีระศักดิ์ อุดมโชค , Lecture note คณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์ในชีวติประจำวัน,2551,
   ภาควิชาวิทยาศาสตร์พื้นภิภพ คณะวิทยาศาสตร์ มก.