01203477 Pavement Structure

4. Stresses in Flexible pavement

Assistant Professor Dr.Weerakaset Suanpaga (D.Eng)

Department of civil engineering
KASETSART UNIVERSITY

Contents

Chapter 4. Introduction to stresses in flexible pavement

- Vehicular wheel loads => induce stresses in pavement structure.
- The stresses => create strains => accumulate resulting excessive plastic strain (Cracking, rutting and roughness)
- pavement damages which reduce pavement riding quality and are the major causes of pavement functional failure.
- The knowledge of stresses and strains analysis is thus important for the design of pavement structures.

4.1 Introductions to concept of stress and strain in continuum mechanics

⇒Continuum mechanics is the theory for the analysis of stresses and strain in a deformable body (solid and liquid) .

=>It is applied only to continuous media (continuum) in the macroscopic meaning. (Materials are discontinuous in molecular scale).

=> The principal assumption of Continuum mechanics requires that for a given corps under course of deformation, two points initially neighboring would remain neighboring after deformations.

4.2 Boussinesq's Theory

- Ideal Masses => analysis soil reaction under load by using Mathematical Theory of Elasticity
- Assumption

1 Soil is in elasticity material , Homogeneouse , Isotropic , Semi-infinite Medium

2 Soil prosperities following by Hook's law

4.2 Boussinesq's Theory-con't

3 Unit weight of soil is zero (γ = 0) , consider only load action over the soil surface

4 No stress born before load acting.

5 Poisson'sRetio(μ) is constant due to load transfer ; normally using μ =0.5

6 Linear Stress function distribution

7 Vertical stress is Symmetry

Vertical stress at point z due to Point Load

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi z^2 [1+(r/z)^2]^{5/2}}$$

$$\sigma_z = \frac{K P}{z^2}$$

$$K = \frac{3}{2\pi [1+(r/z)^2]^{5/2}}$$

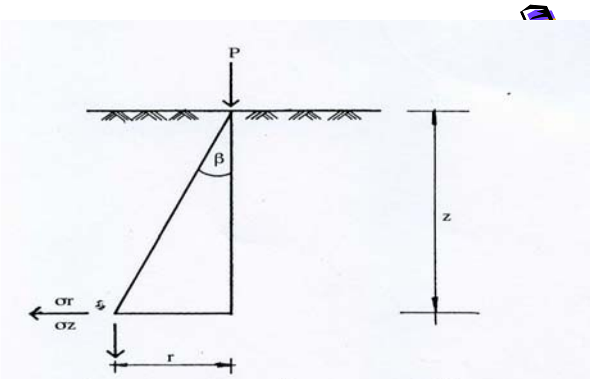
Vertical stress at point z due to contact area

Equal radii a

$$d\sigma_z = \frac{3p}{2\pi z^2}\left[\frac{1}{1+(r/z)^2}\right]^{5/2} dA$$

$$\sigma_z = p\left[1 - \frac{z^3}{(a^2+z^2)^{3/2}}\right]$$

$$\sigma_z = p\left[1 - \left(\frac{1}{1+(a/z)^2}\right)^{3/2}\right]$$



ภาพที่ 2.2 แสดงหน่วยแรงที่เกิดจากแรงกระทำที่เป็นจุด P

Horizontal stress

$$\sigma_r = \frac{p}{2}\left[1 + 2\mu - \frac{2(1+\mu)z}{(a^2+z^2)^{1/2}} + \frac{z^3}{(a^2+z^2)^{3/2}}\right]$$

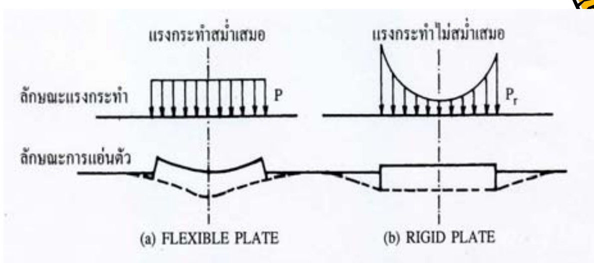
Relation between σ_Z and z

$$\sigma_z = p\left[1 - \frac{z^3}{(a^2+z^2)^{3/2}}\right]$$

Deflection

Deflection due to wheel load by applying flexible plate, the maximum deflection at the center of loads

deflection $\Delta = \dfrac{3pa^2}{2E\,(a^2+z^2)^{3/2}}$



ภาพที่ 2.4 แสดงค่าการแอ่นตัวของผิวดินเนื่องจาก Flexible plate (a) และ Rigid plate (b)

➢Deflection behavior due to rigid plate load

➢Minimum deflection at edge of rigid plate

➢Maximum deflection at center of rigid plate

Stress in horizontal distance r $\quad P_r = \dfrac{p\,a}{(2a^2 - r^2)^{1/2}}$

deflection $\quad \Delta = \dfrac{\pi(1-\mu^2)pa}{2E}$

Elastic Deformation under circular area load

Considering the small volume of soil under circular area load at any depth z from the surface then Elastic Strain

Elastic Strain $\delta = \dfrac{1}{E}[\sigma_z - 2\mu\sigma_r]$

$$\Delta = \frac{p}{E}\left[(2-2\mu^2)(a^2+z^2)^{1/2} - \frac{(1+\mu)z^2}{(a^2+z^2)^{1/2}} + (\mu+2\mu^2-1)z\right]$$

given μ = 0.5 $\quad \Delta = \dfrac{3pa^2}{2E(a^2+z^2)^{1/2}}$

Deflection under circular area load

$$\Delta = \pi(1-\mu 2)pa/2E$$

$$\Delta = 1.18pa/E, (\mu = 0.5)$$

When r = distance form centre of circular area load

a = radius in radii unit

p = average stress

Example

ตัวอย่างที่ 2.1 จงคำนวณหาแรงในแนวดิ่ง ภายใต้ล้อรถซึ่งมีน้ำหนัก 22,680 กก. ความดันลมยาง 7 กก./ตร.ซม. ที่จุดกึ่งกลางของล้อรถลึก 50 ซม.

วิธีทำ $\quad a = \left(\dfrac{22,680}{7\pi}\right)^{1/2} = 32.11$ ซม.

ที่ความลึก 50 ซม.

$$\sigma_z = p\left\{1 - \frac{z^3}{(a^2+z^2)^{3/2}}\right\}$$

$$\sigma_z = 7\left\{1 - \frac{50^3}{(32.11^2+50^2)^{3/2}}\right\}$$

$\sigma_z = 2.80$ กก./ตร.ซม.

4.3 Burmister's Theory

Two layer systems were presented by Burmister, the solutions of stresses and deflections under the center of circular load of the two-layer system by using assumption

1. Soil is homogenous, Isotropic and Elastic
2. Definite in depth and Infinite in the lateral direction
3. This theory can be used Boussinesq's Theory apply in each layers.
4. NO shear stress between each contact layers

Deflection (Two-layer systems)

- Flexible Plate $\Delta = 1.5paF_2/E_2$ (flexible pavement)
- Rigid Plate $\Delta = 1.18paF_2/E_2$ (concrete pavement)

given

p = stress pressure on circular area
a = radius of circular load
E_2 = modulus of elasticity of last layer of soil
F_2 = factor depended on E_2/E_1 and z/a see figure 2.14

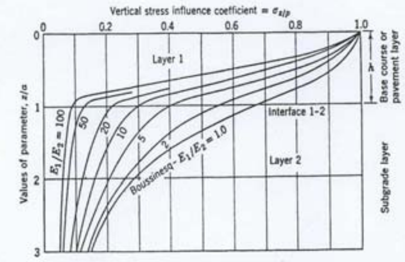
Deflection
(Two-layer systems)

- F_2 is the deflection factor, a function of layer modulus ratio,
- (E_2/ E_1) and the layer depth in multiple of contact radius is shown in figure 2.14 ,
- in this figure, the values of E_2/ E_1 are shown on the curve
- and E_1 represents the modulus of the upper layer
- where E_2 as the modulus of half space.

Deflection
(Two-layer systems)

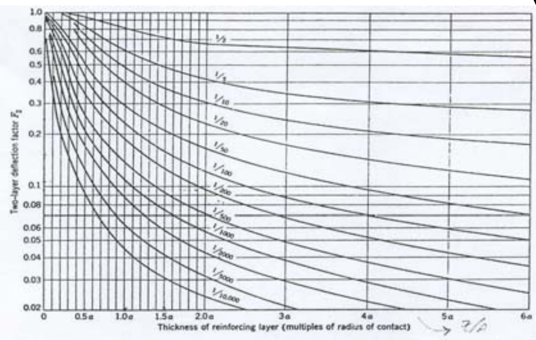
Method to calculation F_2

- **F_2** depended on E_2, E_1 that can be determine from Plate Baring 2 times (first test on subgrade), the result can be determine Δ_1
- And can be calculate E_2 from above , second Plate Baring test on pavement structure , the result can be determine F_2 and E_1



Basic pattern of Burmister two-layer stress influence curves. (From Burmister, Highway Research Board Bulletin 177.)

ภาพที่ 2.13 แสดงค่าหน่วยแรงตามแนวดิ่ง ภายใต้น้ำหนักกระทำมีพื้นที่วงกลมที่เกิดในดินสองชั้น



Influence values—two-layer theory. (From Burmister, *Proceedings*, Highway Research Board, 1943.)

ภาพที่ 2.14 แผนภูมิใช้หา F_2 ตามทฤษฎีของเบอร์มิสเตอร์

ตัวอย่างที่ 2.2 จากการทดลอง Plate Bearing บนดินคันทางโดยใช้แผ่นเหล็ก 76.2 ซม. ออกแรงกด 0.7 กก./ตร.ซม. วัดการทรุดตัวได้ 0.254 ซม. และทดลองบนพื้นทางหนา 15 ซม. ออกแรงกด 1.4 กก./ตร.ซม.วัดการทรุดตัวได้ 0.254 ซม. เช่นกัน

15/38.1

วิธีทำ

$$\Delta = 1.18\frac{pa}{E_2}F_2$$

$$0.254 = 1.18\frac{0.7\times 38.1}{E_2}$$

E_2 = 124 กก./ตร.ซม.

ใช้แผ่นเหล็กชุดเดิมทดลองบนพื้นทางหนา 15 ซม.

$$0.254 = 1.18 \times \frac{1.4\times 38.1}{124}F_2$$

$$F_2 = \frac{0.254\times 124}{1.18\times 1.4\times 38.1} = 0.5$$

จากภาพที่ 2.14, F_2 = 0.5, h = 0.4a

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{100}$$

E_1 = 12,400 กก./ตร.ซม.

ตัวอย่างที่ 2.3 จงคำนวณหาการแอ่นตัวของผิวทางภายใต้ล้อยาง ซึ่งมีรัศมีของพื้นที่สัมผัส 15 ซม. แรงดันในยาง 5.6 กก./ตร.ซม. ถนนหนา 30 ซม. มีค่า E = 7030 กก./ตร.ซม. และดินคันทางมีค่า E = 703 กก./ตร.ซม. โดยใช้วิธีของทฤษฎีสองชั้น

วิธีทำ กำหนดให้

z = 30 ซม.

a = 15 ซม.

p = 5.6 กก./ตร.ซม.

E_1 = 7030 กก./ตร.ซม.

E_2 = 703 กก./ตร.ซม.

$$\Delta = 1.5\frac{pa}{E_2}F_2$$

$\therefore$ z = 2a

z/a = 2

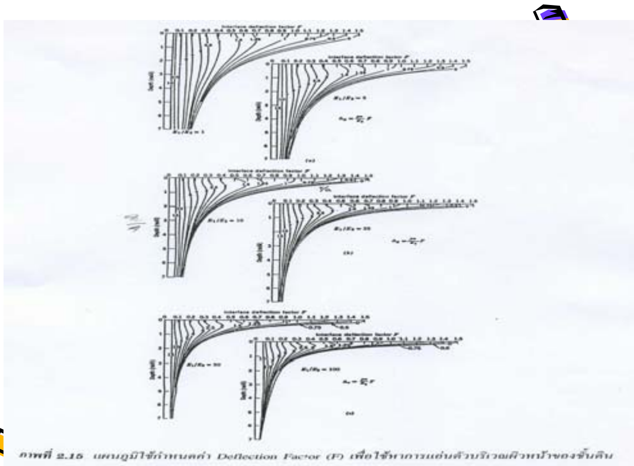
$$E_2/E_1 = \frac{703}{7030} = 1/10$$

จากภาพที่ 2.14

F_2 = 0.3

$$\Delta = 1.5\frac{5.6\times 15}{703}(0.3) = 0.054 \text{ ซม.}$$

การหาค่าการแอ่นตัวที่จุดสัมผัสระหว่างชั้นของดิน Huang, Y.H. ได้กำหนดแผนภูมิใช้หาค่าแฟกเตอร์การแอ่นตัว ตรงจุดระหว่างชั้นของดิน โดยใช้ทฤษฎีของเบอร์มิสเตอร์ ดังแสดงในภาพที่ 2.15 ค่าแอ่นตัวบริเวณผิวสัมผัส



ภาพที่ 2.15 แผนภูมิใช้กำหนดค่า Deflection Factor (F) เพื่อใช้หาการแอ่นตัวบริเวณผิวหน้าของชั้นดิน

Notice

- In two-layer system could be apply Boussinesq's theory to determine the stress and deflection ,
- but the soil is more different form assumption of ideal mass material, non-Isotropic and inelasticity then elasticity is not constant over depth,
- however Boussinesq's theory could be use estimate the stresses for

designing method.

4.4 Three – Layer System

- The solution for vertical stress was given by Peattie. The horizontal stress solution was obtained from John.
- The problem treated is the axi-symetric type so the stress tensors reduce to only 4-components; the vertical normal stress, the horizontal radial normal stress, the circumferential normal and the shearing stress.

σ_{zz} The vertical normal stress,

σ_{rr} The horizontal radial normal stress,

$\sigma_{\theta\theta}$ The circumferential normal

And σ_{rz} the shearing stress.

Three – Layer System

- Important assumptions made in the analysis are as follow:
- The materials are weightless
- The surface of top layer is free of shear stress
- The layers are welded contact
- The Poisson ratio is 0.5

The solution given is at the point on the axis of symmetry where σ_{rz} vanishes and $\sigma_{\theta\theta}$ equal to σ_{rr} . The stresses could be determined using tables and charts and with given symbols as :

σ_{z1} = vertical stress at interface 1

σ_{z2} = vertical stress as interface 2

σ_{r1} = radial stress at bottom of layer 1

σ_{r2} = radial stress at bottom of layer 2

σ_{r3} = radial stress at top of layer 3

The following parameters are defined as :

$$k_1 = \frac{E_1}{E_2} \qquad k_2 = \frac{E_2}{E_3}$$

$$a_1 = \frac{a}{h_2} \qquad H = \frac{h_1}{h_2}$$

The solution are obtained from

$$\sigma_{z1} = p(zz1 - RR1)$$
$$\sigma_{z2} = p(zz2)$$
$$\sigma_{z1} - \sigma_{r1} = p(zz1 - RR1)$$
$$\sigma_{z2} - \sigma_{r2} = p(zz2 - RR2)$$
$$\sigma_{z2} - \sigma_{r3} = p(zz2 - RR3)$$

Where zzi,(zzi-RRi) are read from charts and table,(Figure 2.18 and Table 2.3). The corresponding strains can be computed from constitutive law equation.

It is important to be noted here that at the interfaces the quantities which are continuous across are the normal stress, the shearing stress and the displacements, (u,v,w) **but** not the radial stress., (The horizontal displacements are equal, the radial stresses are determined by the relevant elastic modulus of each layer)

$$\epsilon_{rr} = \frac{1}{E}\{\ \sigma_{rr} - \nu(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz})\}$$

$$\epsilon_{rr} = \frac{1}{E}\{\sigma_{\theta\theta} - \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{zz})\}$$

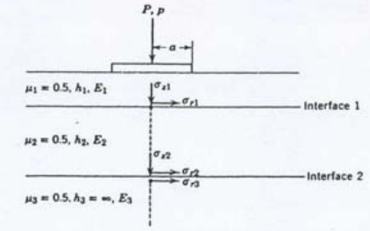
$$\epsilon_{zz} = \frac{1}{E}\{\sigma_{zz} - \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta})\}$$

At the point on the axis of symmetry, $(\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{rr})$ and for ν of 0.5, the critical strains ($\epsilon_{rr}, \epsilon_{zz}$) are simplified to :

$$\epsilon_{rr} = \frac{1}{2E}(\sigma_{rr} - \sigma_{zz})$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{1}{E}(\sigma_{zz} - \sigma_{rr})$$

Example of Three – Layer Systems



Three-layer pavement system showing location of stress solutions presented in text.

ภาพที่ 2.16 แรงในระบบ 3 ชั้น

ตัวอย่างที่ 2.5 กำหนดให้ชั้นต่าง ๆ ของถนน ดังภาพที่ 2.16 มีดังนี้ h_1 = 7.5 ซม. h_2 = 30 ซม. E_1 = 42,180 กก./ตร.ซม. E_2 = 2,109 กก./ตร.ซม. E_3 = 1,055 กก./ตร.ซม. p = 5.62 กก./ตร.ซม. และ a = 15 ซม. จงคำนวณหา

(ก) σ_{z1}
(ข) σ_{z2}
(ค) $\sigma_{r1}, \sigma_{r2}, \sigma_{r3}$
(ง) ϵ_{r1}
(จ) ϵ_{z3}

วิธีทำ

$$k_1(K_1) = \frac{E_1}{E_2} = \frac{42180}{2109} = 20.0$$

$$k_2(K_2) = \frac{E_2}{E_3} = \frac{2109}{1055} = 2.0$$

$$a_1(A) = \frac{a}{h_2} = \frac{15}{30} = 0.5$$

$$H = \frac{h_1}{h_2} = \frac{7.5}{30} = 0.25$$

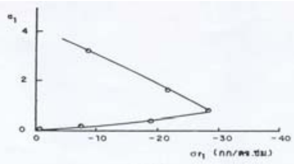
(ก) จาก $k_1 = 20$, $k_2 = 2$, $H = 0.25$, $A = 0.5$
จากภาพที่ 2.18 (c), ZZ_1 = 0.47
$\sigma_{z1} = P \times ZZ_1$
$= 5.6 \times 0.47$
$= 2.63$ กก./ตร.ซม.

(ข) จากภาพที่ 2.18 (g), ZZ_2 = 0.1
$\sigma_{z2} = 5.6 \times 0.10$
$= 0.56$ กก./ตร.ซม.

(ค) เนื่องจาก Stress Factor ตามแนวราบในตารางที่ 2.1 ไม่มีค่า a_1 = 0.5 จึงต้องหาค่า $ZZ_1 - RR_1$ โดยวิธีประมาณจากค่าที่แสดงในตารางข้างล่างนี้

a_1	$ZZ_1 - RR_1$	$\sigma_{z1} - \sigma_{r1}$ หรือ $p(ZZ_1 - RR_1)$	σ_{z1}	σ_{r1}
0.1	0.63215	3.55	2.63	-0.92
0.2	1.83766	10.32	2.63	-7.69
0.4	3.86779	21.73	2.63	-19.10
0.8	5.50796	30.95	2.63	-28.32
1.6	4.24281	23.84	2.63	-21.21
3.2	1.97494	11.10	2.63	-8.47

เขียนกราฟระหว่าง a_1 และ σ_{r1} ที่ a_1 = 0.5 จะได้ σ_{r1} = -22.0 กก./ตร.ซม. ดูภาพที่ 2.17



ภาพที่ 2.17 ความสัมพันธ์ระหว่าง a_1 และ σ_{r1}

ในทำนองเดียวกันจะได้ σ_{r2} = -0.63 กก./ตร.ซม. และ σ_{r3} = -0.07 กก./ตร.ซม.

(ง) จากค่า $\sigma_{r1} = -22.0$ และ $\sigma_{z1} = 2.63$

$$\epsilon_{r1} = \frac{1}{2E_1}(\sigma_{r1} - \sigma_{z1})$$

$$= \frac{1}{2 \times 42180}(-22.0 - 2.63)$$

$$= -2.92 \times 10^{-4} \text{ ซม./ซม.}$$

∴ Tensile Strain = 292 ไมโครเซนติเมตร/เซนติเมตร

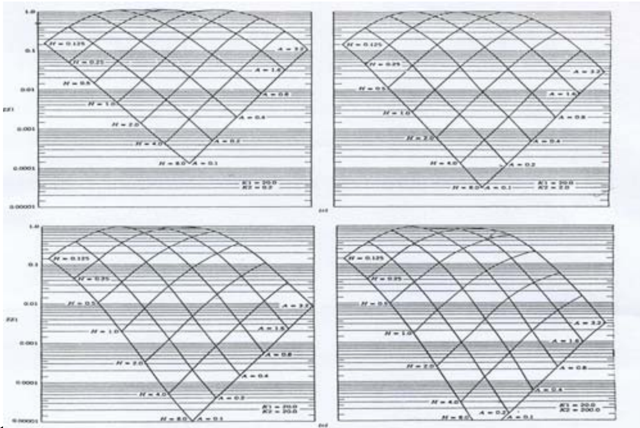
(จ) จากค่า $\sigma_{z2} = 0.56$, $\sigma_{r3} = -0.07$

$$\epsilon_{z3} = \frac{1}{E_3}(\sigma_{z2} - \sigma_{r3})$$

$$= \frac{1}{1055}(0.56 - (-0.07))$$

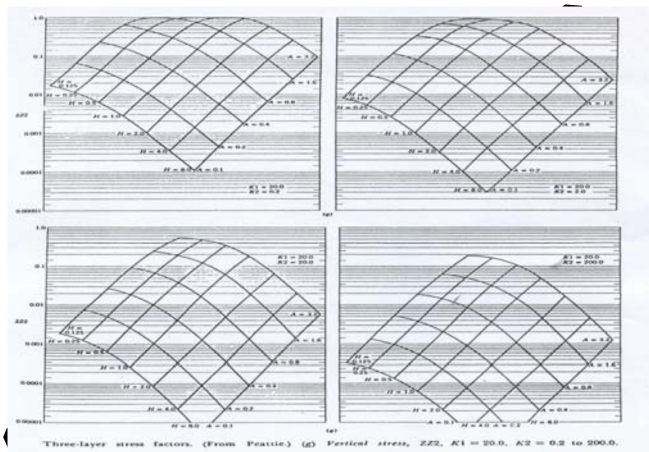
$$= 5.97 \times 10^{-4} \text{ ซม./ซม.}$$

∴ Compressive Strain = 597 ไมโครเซนติเมตร/เซนติเมตร



Three-layer stress factors. (From Peattie.) (c) Vertical stress ZZ1. $K1 = 20.0$, $K2 = 0.2$ to 200.0.

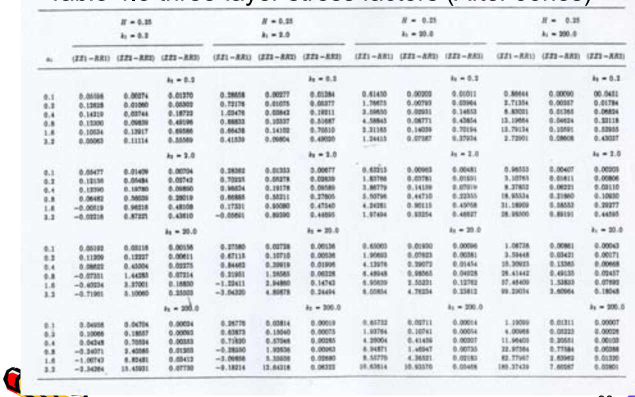
ภาพที่ 2.18 (c) แผนภูมิใช้หา Stress Factors ตามแนวดิ่ง ZZ_1, K_1 = 20.0, K_2 = 0.2-200.0



Three-layer stress factors. (From Peattie.) (g) Vertical stress, ZZ2, K1 = 20.0, K2 = 0.2 to 200.0.

ภาพที่ 2.18 (g) แผนภูมิใช้หา Stress Factors ตามแนวดิ่ง ZZ_2, K_1 = 20.0, K_2 = 0.2-200.0

Table 4.3 three-layer stress factors (After Jones)



Reference:

จิรพัฒน์ โชติกไกร, การออกแบบทาง, ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์,2550

Question?

Thank you for your kind attention