

สรุปประเด็นก่อนสอบ

ระบบเลขฐาน คือการวางตัวเลขในตำแหน่งที่มีความหมายตามต้องการ

1. ระบบเลขฐานสิบ (Decimal number system)

ระบบเลขฐานสิบใช้สัญลักษณ์ตัวเลข 10 ตัวได้แก่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ตำแหน่งของเลขโดดในฐานสิบใช้แสดงค่าของตัวเลขนั้นที่ตำแหน่งของเลขฐานยกกำลังของตำแหน่ง

2. ระบบเลขฐานสอง (Binary number system)

ระบบเลขฐานสองใช้สัญลักษณ์ 2 ตัว ได้แก่ 0 และ 1 ตำแหน่งของเลขโดดในฐานสองใช้แสดงค่าของตัวเลขนั้นที่ตำแหน่งของเลขฐานยกกำลังของตำแหน่ง

$$\begin{aligned} \text{เช่น } (1101)_2 &= (1 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^0) \\ &= 8 + 4 + 0 + 1 = 13 \end{aligned}$$

3. ระบบเลขฐานแปด (Octal number system)

ระบบเลขฐานแปดใช้สัญลักษณ์ 8 ตัว ได้แก่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 และ 7 ตำแหน่งของเลขโดดในฐานแปดใช้แสดงค่าของตัวเลขนั้นที่ตำแหน่งของเลขฐานยกกำลังของตำแหน่ง

$$\begin{aligned} \text{เช่น } (142)_8 &= (1 \times 8^2) + (4 \times 8^1) + (2 \times 8^0) \\ &= 64 + 32 + 2 = 98 \end{aligned}$$

4. ระบบเลขฐานสิบหก (Hexadecimal number system)

ระบบเลขฐานสิบหกใช้สัญลักษณ์ 16 ตัวได้แก่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E และ F ตำแหน่งของเลขโดดในฐานสิบหกใช้แสดงค่าของตัวเลขนั้นที่ตำแหน่งของเลขฐานยกกำลังของตำแหน่ง โดยค่า A = 10, B = 11, C = 12, D = 13, E = 14 และ F = 15

$$\begin{aligned} \text{เช่น } (3B)_{16} &= (3 \times 16^1) + (B \times 16^0) \\ &= (3 \times 16) + (11 \times 1) = 48 + 11 = 59 \end{aligned}$$

คณิตศาสตร์กับดาราศาสตร์และโหราศาสตร์

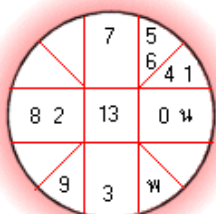
"ดาราศาสตร์" คือเรื่องเกี่ยวกับดวงดาว ดาราศาสตร์ เป็นวิชาการที่ว่าด้วยเหตุอันเกิดจากดาว (Astrology) ส่วนคำว่า "โหรา" เป็นคำสันสกฤต ตรงกับภาษาละตินว่า Hora ซึ่งมีความหมายถึง เวลา วิชาที่ว่าด้วยการคำนวณเวลา

การดูดาวเคราะห์จากแผนที่ดาว

ลักษณะของแผนที่ดาวก็คือทรงกลมท้องฟ้าที่แบ่งท้องฟ้าเป็น 12 ส่วน ตามจักรราศี การเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์ต่างๆ ที่คำนวณได้จะเคลื่อนที่ในตำแหน่งบนท้องฟ้าโดยดูจากจุดสังเกตบนโลก

ทิศทางการโคจรของดาวเคราะห์จะเดินหน้าไปตามทิศวนเข็มนาฬิกา ดาวบางดวงจะโคจรได้เร็ว (เช่น ดวงจันทร์) บางดวงจะโคจรได้ช้า เช่นดาวพฤหัสบดีจะเคลื่อนที่ได้ประมาณ 1 ราศีต่อปี สำหรับดวงอาทิตย์จะเคลื่อนที่ เดือนละ 1 ช่อง หรือในปีหนึ่งก็ครบหนึ่งรอบ ตำแหน่งของดวงอาทิตย์จะอยู่ในราศีตามเดือน

ตัวอย่างเช่น วันศุกร์ที่ 26 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2542 ขึ้น 12 ค่ำ เดือน 4 ปีเถาะ



วันที่ 26 กุมภาพันธ์ ดวงอาทิตย์ (1) ยังคงอยู่ราศีกุมภ์ ดวงจันทร์ขึ้น 12 ค่ำ หากพิจารณาดูว่า ถ้าขึ้น 15 ค่ำ หมายถึงอยู่ท่ามกลางดวงอาทิตย์ 180 องศา ดังนั้นขึ้น 12 ค่ำ จึงทำมุมประมาณ 144 องศา หนึ่งช่องประมาณ 30 องศา ดังนั้นพระจันทร์ (2) จึงอยู่แถวช่วงราศีกรกฎ

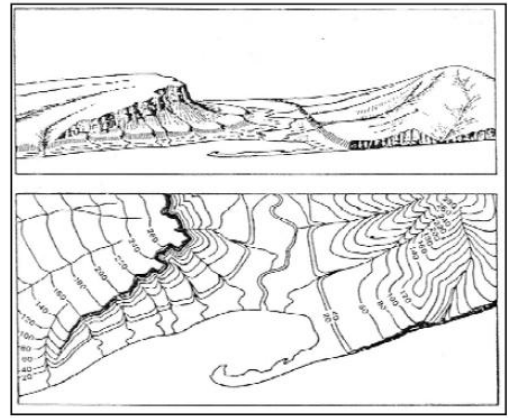
ในภาพแผนที่ดาวนี้เราจะเห็นดาวพุธ (4) อยู่คู่ดวงอาทิตย์ ในราศีกุมภ์ ส่วนดาวศุกร์ (6) และดาวพฤหัสบดี (5) ทำมุมประมาณ 30 องศา ดังนั้นขณะพระอาทิตย์ตกดิน จะเห็นดาวพฤหัสบดีและดาวศุกร์อยู่ใกล้กัน ในมุมประมาณ 30-40 องศา ส่วนดาวเสาร์ (7) อยู่ราศีเมษ หรือในตอนพระอาทิตย์ลับขอบฟ้าจะเห็นดาวเสาร์ทำมุมบนท้องฟ้าทางทิศตะวันตกประมาณ 60 องศา ดาวที่เห็นด้วยตาเปล่าอีกดวงคือดาว

อังคาร (3) อยู่ราศีตุลย์จะขึ้นทางขอบฟ้าทิศตะวันออกตอนหลังจากพระอาทิตย์ตกดับแล้วประมาณ 4 ชั่วโมง หรือประมาณ 22:00 โดยประมาณ การคิดคำนวณวิธีการโคจรจริงจะทำให้ทราบเวลาที่แท้จริงได้



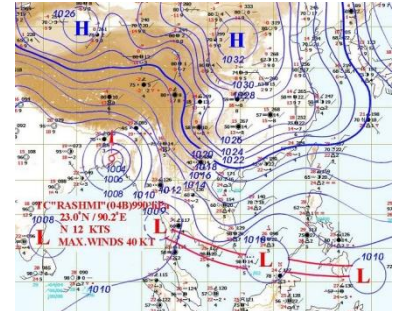
เส้นชั้นความสูง (Contour Lines)

เส้นชั้นความสูง หรือเส้นคอนทัวร์ (Contour Lines) หรือเส้นระดับความสูงเท่ากัน เส้นเหล่านี้มีลักษณะเป็นเส้นโค้งต่อเนื่องกันมีตัวเลขระดับความสูงกำกับไว้ชัดเจน เช่น เส้นที่กำหนดความสูงไว้ 1,000 หมายความว่า ทุก ๆ จุดที่อยู่บนเส้น 1,000 มีระดับความสูงเท่ากันที่ระดับความสูง 1,000 เมตรจากระดับน้ำทะเลปานกลาง



เส้นชั้นความดัน (Isobaric Lines)

บริเวณที่มีเส้นระดับความดันอากาศสูงเรียงวนเวียนกันเป็นกลุ่ม บริเวณนั้นจะเป็นบริเวณความดันอากาศสูงที่มีอากาศเย็นแผ่กระจายออกไปยังบริเวณที่มีความดันอากาศต่ำ เส้นระดับความดันอากาศเท่ากันแต่ละเส้นจะกำกับด้วยความดันอากาศมีหน่วยเป็น มิลลิบาร์ (1 ใน 1,000 ของความดันบรรยากาศ) ความดันอากาศปกติมีค่าประมาณ 1,000 มิลลิบาร์ สัญลักษณ์ L แสดงบริเวณความดันอากาศต่ำ H แสดงบริเวณความดันอากาศสูง



ใช้ข้อมูลของแผนที่ 1:50,000



แผนที่มาตราส่วนใหญ่ที่นิยมใช้และผลิตคือ แผนที่มาตราส่วน 1: 50,000

1: 50000 มันก็แปลว่าวัดในแผนที่ 1 หน่วยอะไรก็ได้ ของจริง 50000 หน่วยเดียวกัน เช่น วัดในแผนที่ 1 ซม ของจริงก็ 50000 ซม หรือ 500 กม.

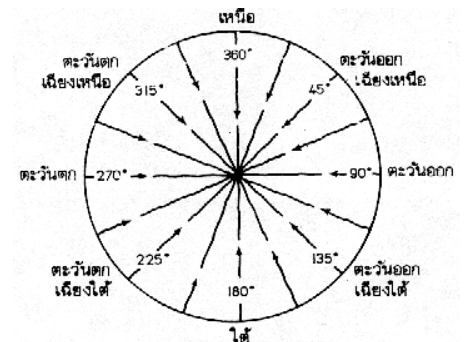
แผนภูมิแสดงทิศทางและความเร็วลม

ลม คือ กระแสอากาศที่เคลื่อนที่ในแนวนอน ส่วนกระแสอากาศคือ อากาศที่เคลื่อนที่ในแนวตั้ง การเรียกชื่อลมนั้นเรียกตามทิศทางที่ลมนั้นๆ พัดมา เช่น ลมที่พัดมาจากทิศเหนือเรียกว่า ลมเหนือ และลมที่พัดมาจากทิศใต้เรียกว่า ลมใต้ เป็นต้น ในละติจูดต่ำไม่สามารถจะคำนวณหาความเร็วลม แต่ในละติจูดสูงสามารถคำนวณหาความเร็วลมได้

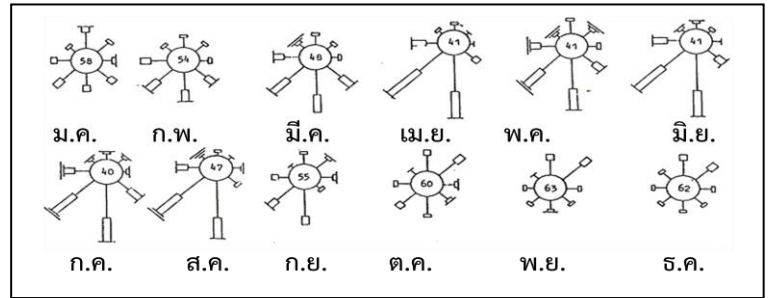
การวัดลม มีวิธีการวัด 2 วิธี คือ วัดทิศลม และวัดความเร็วลม

1. ทิศลม อาจเรียกชื่อตามทิศต่างๆ ของเข็มทิศ หรือเรียกเป็นองศาจากทิศจริง ถ้าวัดทิศลมด้วยเข็มทิศ เข็มทิศจะถูกแบ่งออกเป็น ทิศใหญ่ๆ 4 ทิศ คือ ทิศเหนือ ทิศใต้ ทิศตะวันออก ซึ่งทิศทั้ง 4 ทิศ เมื่อแบ่งย่อยอีกจะเป็น 8 ทิศ โดยจะเพิ่มทิศตะวันออกเฉียงเหนือ ทิศตะวันออกเฉียงใต้ ทิศตะวันตกเฉียงเหนือ และทิศตะวันตกเฉียงใต้ นอกจากนี้ยังสามารถแบ่งจาก 8 ทิศ ให้ย่อยเป็น 16 ทิศ หรือ 32 ทิศ ได้

ส่วนการวัดทิศลมที่เป็นองศาบอกมุมของลมจากทิศจริง ในลักษณะที่เวียนไปตามเข็มนาฬิกา ใช้สเกลจาก 0 องศา ไปจนถึง 360 องศา เช่น ลมทิศ 0 องศา หรือ 360 องศา เป็นทิศตะวันออก, ลมทิศ 45 องศา เป็นทิศตะวันออกเฉียงเหนือ, ลมทิศ 90 องศา เป็นทิศตะวันออก, ลมทิศ 135 องศา เป็นทิศตะวันออกเฉียงใต้, ลมทิศ 180 องศา เป็นทิศใต้, ลมทิศ 225 องศา เป็นทิศตะวันตกเฉียงใต้, ลมทิศ 270 องศา เป็นทิศตะวันตก และลมทิศ 315 องศา เป็นทิศตะวันตกเฉียงเหนือ



2. ความเร็วลมคือ การเคลื่อนที่ของอากาศที่ทำให้เกิดแรง หรือความกดที่ผ่านจุดที่กำหนดให้บนพื้นผิวโลก และแรงหรือความกดเป็นสัดส่วนกับกำลัง 2 ของความเร็วลม



Return Period

คือช่วงเวลาเฉลี่ยที่คาดว่าจะเกิดเหตุการณ์ผิดปกติซ้ำอีกครั้งหนึ่ง เช่น การเกิดอุทกภัย การเกิดความแห้งแล้ง การเกิดแผ่นดินถล่ม เป็นต้น

สมมติว่า ในช่วงเวลา 50 ปีที่ผ่านมา ภาคใต้ของประเทศไทยประสบอุทกภัยที่มีความรุนแรงระดับภัยพิบัติ จำนวน 5 ครั้ง แสดงว่าในแต่ละปีจะมีโอกาสเกิดอุทกภัยอย่างรุนแรง เพียง 0.1 หรือประมาณร้อยละ 10 หรือ 10 ปีจะมีโอกาสเกิดขึ้นหนึ่งครั้ง

$$P(\text{Flood}) = 5/50 = 0.1$$

คาบย้อนพินิจซึ่งเป็นช่วงเวลาเฉลี่ยที่เหตุการณ์จะอุบัติซ้ำมีค่าเท่ากับ 10 ปี ดังนั้นคาบย้อนพินิจจึงเป็นส่วนกลับของความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะอุบัติซ้ำ

$$T(\text{Flood}) = 50/5 = 10 \text{ ปี}$$

$$= 1/P(\text{Flood})$$

กรณีที่ไม่มีเกิดอุทกภัยในช่วงเวลา 1 ปี ค่าของโอกาสที่ไม่เกิดอุทกภัยในช่วงเวลา 1 ปี คือ

$$P(\text{No Flood}) = 1 - P(\text{Flood})$$

$$= 1 - 1/T(\text{Flood})$$

ถ้าไม่เกิดอุทกภัยในช่วงเวลา n ปี ค่าของโอกาสที่จะไม่เกิดอุทกภัยในช่วงเวลา n ปี คือ

$$\begin{aligned} P(\text{No Flood } n \text{ years}) &= P_1(\text{No Flood}) P_2(\text{No Flood}) \dots P_n(\text{No Flood}) \\ &= P(\text{No Flood})^n \\ &= 1 - [1 / T(\text{Flood})]^n \end{aligned}$$

การเขียนความสัมพันธ์ของโอกาสที่ว่าจะไม่เกิดเหตุการณ์ เช่น อุทกภัยได้เช่นนี้ต้องมีข้อกำหนดที่สำคัญมากประการหนึ่ง คือการไม่เกิดอุทกภัยนั้นเป็นเหตุการณ์ที่เป็นอิสระไม่ขึ้นกับเหตุการณ์อื่น

ดังนั้น โอกาสเสี่ยงที่จะเกิดเหตุการณ์ (Risk of Occurrence) จะต้องเป็นส่วนหนึ่งร่วมกับโอกาสที่ว่าจะไม่เกิดเหตุการณ์

$$R(\text{Risk } n \text{ years}) = 1 - P(\text{No Occur } n \text{ years})$$

$$= 1 - [1 - 1 / T(\text{Recurrence})]^n$$

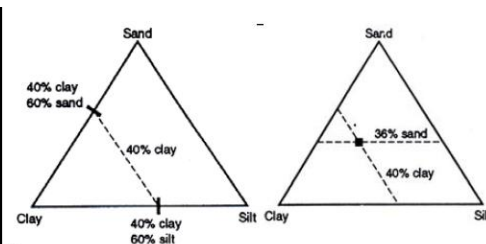
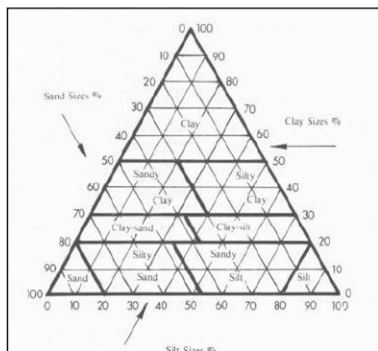
คอนไวลูชัน

- เหตุการณ์หนึ่งที่เกิดขึ้นแล้วทำให้พฤติกรรมของธรรมชาติเปลี่ยนแปลงไปตามการกระทำของสิ่งที่ทำให้เกิดเหตุการณ์นั้น
- การกระทำร่วมกันของพฤติกรรมธรรมชาติกับสิ่งที่กระทำอย่างต่อเนื่องตามอนุกรมเวลาหรืออันดับเวลา

เรียกว่า คอนไวลูชัน

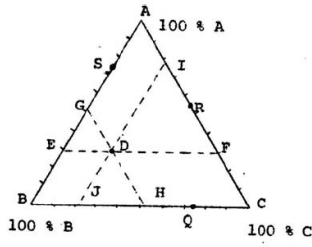
การหาคอนไวลูชัน = พฤติกรรมตอบสนอง X ฟังก์ชันกระทำ

แผนภูมิสามเหลี่ยม

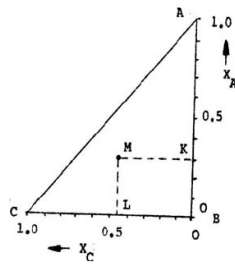


แผนภูมิสามเหลี่ยมของส่วนประกอบดินที่มีทราย 36% ดินเหนียว 40% และทรายแป้ง 24%

ตัวอย่าง แผนภูมิรูปสามเหลี่ยมใช้สำหรับแสดงองค์ประกอบของระบบที่ประกอบด้วยสาร 3 ชนิด (three components system) สามเหลี่ยมที่นิยมใช้ คือ สามเหลี่ยมด้านเท่า



รูปที่ 1 กราฟสามเหลี่ยมด้านเท่า

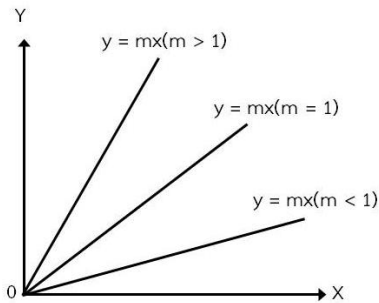


รูปที่ 2 กราฟสามเหลี่ยมมุมฉาก

จากรูปที่ 1 จุดยอด A, B และ C แสดงถึงสาร A, B และ C บริสุทธิ์ เช่น A เป็น 100% H_2O , B เป็น 100% NaCl, C เป็น 100% NaOH ในระบบ H_2O -NaCl-NaOH เป็นต้น

ด้านแต่ละด้านของสามเหลี่ยมด้านเท่าจะแสดงถึงองค์ประกอบเป็นร้อยละของสารที่ปลายข้างใดข้างหนึ่ง เช่น ด้าน BC แสดงร้อยละเป็นองค์ประกอบของ C ถ้าอ่านจาก B ไป C หรือเป็นร้อยละของ B ถ้าอ่านจาก C ไป B ทุกๆ จุดภายในสามเหลี่ยม หมายถึงระบบที่ประกอบด้วยสารทั้งสามตัว เช่นที่จุด D

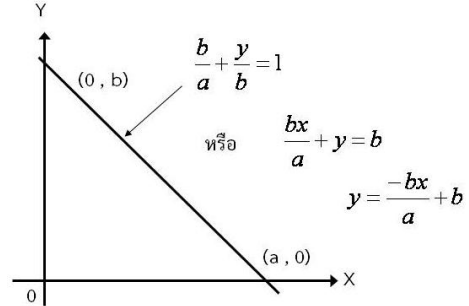
สมการเส้นตรง (Linear Equation)



ถ้า $m > 1$ เส้นตรงชันมากกว่า $y = x$
ถ้า $m < 1$ เส้นตรงชันน้อยกว่า $y = x$

$Y = mx$ เมื่อ $m = 1$
 $Y = x$ เส้นตรงอยู่ระหว่างแกน x และแกน y

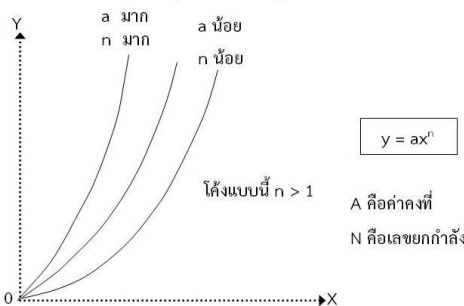
สมการเส้นตรงตัดแกน



สมการนี้มีจุดตัดที่ $(a, 0)$ บนแกน x มีจุดตัดบนแกน y ที่ $(0, b)$ มีความชัน $-b/a$

โมเดลไม่เชิงเส้น (เส้นโค้ง)

ความสัมพันธ์แบบยกกำลัง (Power Model)



ข้อมูลต่อไปนี้มีความสัมพันธ์แบบเส้นโค้งกำลัง

X	1	4	9	16	25	36
Y	2	4	6	8	10	12

ในความสัมพันธ์ของตัวแบบ แบบง่ายที่พบเห็นอย่างหนึ่ง คือแบบไม่เป็นเชิงเส้นแบบยกกำลัง

$$y = Ax^n$$

เมื่อ A และ n เป็นค่าคงตัว และความสัมพันธ์แบบนี้เรียกว่า Power law หากเรามีชุดของข้อมูลที่แสดงความสัมพันธ์แบบนี้ ระหว่าง x และ y เราก็ต้องการหาค่า A และ n เทคนิคในการหาค่า หรือสร้างความสัมพันธ์แบบใหม่คือใช้ความรู้เรื่องลอการิทึม มาช่วยเช่น

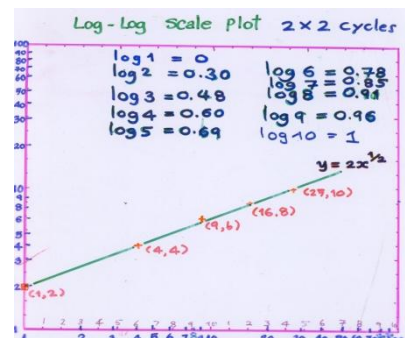
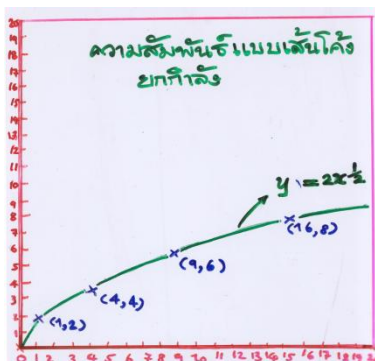
$$\log y = \log A + n \log x$$

ถ้าเราให้ $\log y = Y$ และ $\log x = X$ ก็จะเขียนเป็นสมการ

$$Y = nX + \log A$$

ซึ่งจะเห็นได้ชัดว่า เป็นความสัมพันธ์เชิงเส้น ดังนั้น ชุดข้อมูลดังกล่าวนี้ ถ้าเราพล็อตค่า $\log y$ กับ $\log x$ ก็จะได้สมการเชิงเส้นโดยมีจุดตัดกันที่ $\log A$

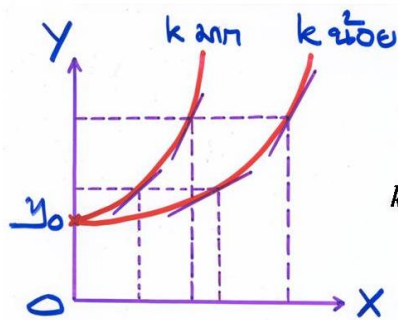
นั่นคือ ถ้าหากพล็อตค่าลงในกระดาษกราฟแบบแกน x และแกน y เป็นสเกล ก็จะได้กราฟเส้นตรง



ได้เส้นโค้ง Scale ธรรมดา แต่ได้เส้นตรงใน Scale $\log \times \log$

เส้นโค้งแบบยกกำลังเมื่อลงจุดใน $\log \times \log$ จะได้เส้นตรง

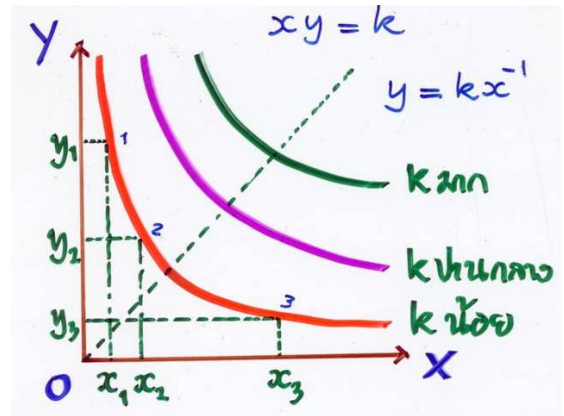
ความสัมพันธ์แบบเอกซ์โพเนนเชียล



$$k = \frac{1}{y} \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)$$

K = ค่าคงที่ของการเพิ่มค่า

1. k ของทุกจุดบนเส้นโค้งเดียวกันต้องมีค่าเท่ากัน
2. k มีค่าเท่ากับความชันต่อจำนวนหรือปริมาณ ณ จุดนั้น



X มาก y น้อย
X ปานกลาง y ปานกลาง
X น้อย y มาก
ผลคูณของ x และ y จะต้องได้ค่าคงที่

กำหนดการเชิงเส้น (LINEAR PROGRAM)

1. การสร้างแบบจำลองของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้น

เพื่อให้ได้เข้าใจถึงสภาพของการประยุกต์ใช้ โปรแกรมเชิงเส้นตลอดจนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปัญหา

EX: บริษัทผลิตสินค้าแห่งหนึ่งวางแผนการผลิตผลิตภัณฑ์ อย่างหนึ่งไว้ด้วยเวลาเป็นสัปดาห์โดยจะผลิตผลิตภัณฑ์สองชนิดแต่ละชนิดใช้เวลาในการทำแต่ละขั้นตอนแตกต่างกันไป และขั้นตอนในการผลิตผลิตภัณฑ์แต่ละชนิดจะประกอบด้วยการเตรียมวัตถุดิบ การขึ้นรูป และการตรวจสอบ เวลาที่ใช้ในแต่ละขั้นตอนแต่ละชนิดของผลิตภัณฑ์กำหนดด้วยตารางดังต่อไปนี้

เวลา ผลิตภัณฑ์	เวลาที่ใช้ต่อหน่วยคิดเป็นชั่วโมง		
	การเตรียมวัตถุดิบ	การขึ้นรูป	การตรวจสอบ
ชนิดที่ 1	6	3	4
ชนิดที่ 2	6	6	2

ในเมื่อจำนวนชั่วโมงที่จะใช้ประโยชน์ได้ตามที่วางแผนในการผลิตไว้ของงานแต่ละขั้นตอนใน หนึ่งสัปดาห์กำหนดได้ดังนี้

- การเตรียมวัตถุดิบ 420 ชั่วโมง
- การขึ้นรูป 300 ชั่วโมง
- การตรวจสอบ 240 ชั่วโมง

ในการดำเนินการหนึ่งหน่วยของผลิตภัณฑ์ชนิดที่ 1 ทำกำไรได้ 300 บาท และหนึ่งหน่วยของผลิตภัณฑ์ชนิดที่ 2 ทำกำไรได้ 200 บาท แล้วบริษัทอุตสาหกรรมจะต้องดำเนินการผลิตผลิตภัณฑ์ชนิดที่ 1 และ 2 อย่างไร จึงจะได้กำไรทั้งหมดสูงสุด และอยู่ภายใต้ข้อกำหนดของทรัพยากร (เวลา) ที่มีจำกัดดังกล่าว สิ่งที่ต้องการทราบคือ จำนวนของผลิตภัณฑ์ทั้งสองชนิดที่จะผลิตในหนึ่งสัปดาห์ เพื่อจะได้กำไรสูงสุดภายใต้ข้อจำกัดของเวลา ดังนั้น เราสมมติให้ผลิตภัณฑ์ชนิดที่ 1 มีจำนวน X_1 หน่วยและชนิดที่ 2 มีจำนวน X_2 หน่วย ทำให้เราได้ : $X_1 \geq 0$, $X_2 \geq 0$...(1) จากตารางการใช้ทรัพยากรต่อหน่วย เราได้เงื่อนไขบังคับของปัญหาดังนี้

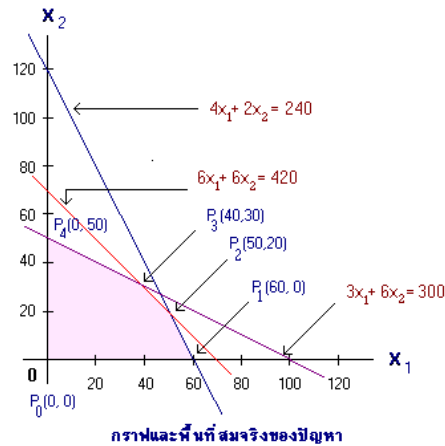
เงื่อนไขบังคับ	: $6X_1 + 6X_2 \leq 420$ (ข้อจำกัดของการเตรียมวัตถุดิบ)
	: $3X_1 + 6X_2 \leq 300$ (ข้อจำกัดของการขึ้นรูป) ...(2)
	: $4X_1 + 2X_2 \leq 240$ (ข้อจำกัดของการตรวจสอบ)

เราสร้างเป้าหมายโดยกำหนดให้แทนกำไรทั้งหมด เราจะได้เป้าหมายของปัญหาในรูปแบบ

$$\text{เป้าหมาย} : P = 300 X_1 + 200 X_2 = \text{Max} \quad \dots(3)$$

สมการทั้งหมดเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ของปัญหาและเป้าหมายต้องการกำไรสูงสุด ดังนั้นปัญหาลักษณะเช่นนี้จึงเรียกว่า การโปรแกรมเชิงเส้นค่าสูงสุด (Linear programming maximum problem) สำหรับปัญหาการดำเนินโปรแกรมค่าต่ำสุด (Linear programming minimum problem) ดูได้จากตัวอย่าง

เขียนกราฟและเลือกพื้นที่ที่สมจริงกับสมการของชุดเงื่อนไขบังคับได้ ดังนี้



พิกัดของจุดยอดต่างๆที่เราได้เฉพาะจุด P_0 , P_1 และ P_4 ส่วนจุด P_2 และ P_3 เราต้องแก้สมการคู่ที่ก่อให้เกิดจุดตัดของจุดยอดนั้นๆจะได้พิกัดของจุด $P_2(50,20)$ และ $P_3(40,30)$

ต่อไปสร้างตารางหาค่าเป้าหมายตามจุดยอดจาก $P = 300X_1 + 200X_2$ ได้ดังนี้

จุดยอด พิกัด	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4
X_1	0	60	50	40	0
X_2	0	0	20	30	50
P	0	18,000	19,000 = Max	18,000	10,000

จากตาราง P มีค่าสูงสุดที่จุด P_2 คือ $P_{\max} = 19,000$ บาท ดังนั้นบริษัทอุตสาหกรรมจะต้องผลิตผลิตภัณฑ์ทั้งสองชนิด ดังนี้

ผลิตภัณฑ์ชนิดที่ 1 จำนวน 50 หน่วย
ผลิตภัณฑ์ชนิดที่ 2 จำนวน 20 หน่วย
กำไรสูงสุดเท่ากับ 19,000 บาท

ดูอีกตัวอย่างหนึ่ง.....

ตัวแปร	: $X_1, X_2 \geq 0$	...(1)
เงื่อนไขบังคับ	: $6X_1 + 2X_2 \geq 12$	...(2)
	: $2X_1 + 2X_2 \geq 8$	
	: $4X_1 + 12X_2 \geq 24$	
เป้าหมาย	: $C = 40,000X_1 + 32,000X_2 = \text{Min}$	...(3)

จากชุดสมการของเงื่อนไขบังคับ เราหาจุดผ่านของกราฟในรูปของสมการ ดังนี้

$$6X_1 + 2X_2 = 12$$

$$2X_1 + 2X_2 = 8$$

$$4X_1 + 12X_2 = 24$$

เขียนกราฟและเลือกพื้นที่ที่สมจริงได้ดังรูป

