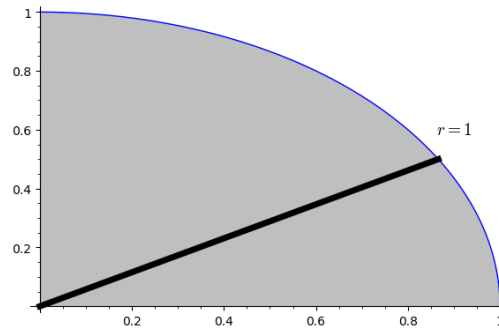
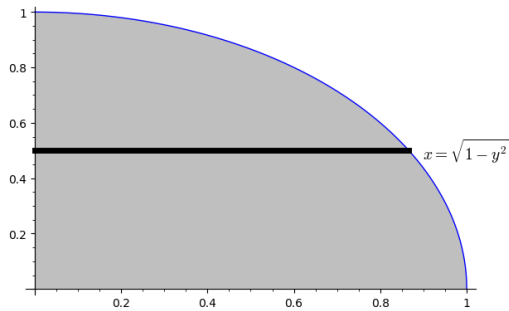


$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} (x^2 + y^2) dx dy$$



จากโจทย์ขอบเขตของการหาปริพันธ์คือ $0 \leq x \leq \sqrt{1-y^2}$ และ $0 \leq y \leq 1$

จะได้บริเวณ **R** ดังรูป

ถ้าเปลี่ยนเป็นระบบพิกัดเชิงขั้วโดยแทน $x = r \cos \theta$ $y = r \sin \theta$

จะได้ ขอบเขต **R** คือ

$$0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

$$x^2 + y^2 = r^2 ; dx dy = r dr d\theta$$

$$\text{ดังนั้น } \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} (x^2 + y^2) dx dy = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^1 r^2 r dr d\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{r^4}{4} \right]_0^1 d\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{4} d\theta$$

$$= \left[\frac{\theta}{4} \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\pi}{8}$$