

แบบฝึกหัด 6.1 การประมาณค่าผลเฉลยของปัญหาค่าขอบชนิดสองจุด

1. จงใช้วิธีผลต่างอันดับ (Finite Difference Method) หาค่าประมาณของผลเฉลยสำหรับปัญหาค่าขอบ

$$y'' = 4(y - x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 2$$

พร้อมทั้งเปรียบเทียบกับค่าจริง เมื่อค่าจริง คือ $y(x) = e^2(e^4 - 1)^{-1}(e^{2x} - e^{-2x}) + x$

1.1. ด้วย $n = 4$

1.2. ด้วย $h = 0.25$

2. จงใช้วิธีผลต่างอันดับ (Finite Difference Method) หาค่าประมาณของผลเฉลยสำหรับปัญหาค่าขอบ

$$y'' = y' + 2y + \cos x, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \quad y(0) = -0.3, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -0.1$$

พร้อมทั้งเปรียบเทียบกับค่าจริง เมื่อค่าจริง คือ $y(x) = -\frac{1}{10}(\sin x + 3 \cos x)$

1.1. ด้วย $n = 3$

1.2. ด้วย $h = 0.125$

3. จงใช้วิธีผลต่างอันดับ (Finite Difference Method) หาค่าประมาณของผลเฉลยสำหรับปัญหาค่าขอบ

$$y'' = -3y' + 2y + 2x + 3, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad y(0) = 2, \quad y(1) = 1$$

ด้วย $n = 4$

4. จงใช้วิธีผลต่างอันดับ (Finite Difference Method) หาค่าประมาณของผลเฉลยสำหรับปัญหาค่าขอบ

$$y'' = x^{-1}y' + 3x^{-2}y + x^{-1} \ln x - 1, \quad 1 \leq x \leq 2, \quad y(1) = y(2) = 0$$

ด้วย $h = 0.25$