

แบบฝึกหัด ปริพันธ์สองชั้น ชุดที่ 1

1. จงหาค่าของปริพันธ์ต่อไปนี้

1.1 $\int_1^3 \int_{-1}^1 (2x - 4y) dy dx$

1.2 $\int_2^4 \int_0^1 x^2 y dx dy$

1.3 $\int_0^{\ln 3} \int_0^{\ln 2} e^{x+y} dy dx$

1.4 $\int_0^2 \int_0^1 y \sin xy dy dx$

1.5 $\int_0^1 \int_0^1 \frac{x}{(xy+1)^2} dx dy$

1.6 $\int_{\pi/2}^{\pi} \int_1^2 x \cos xy dy dx$

1.7 $\int_3^4 \int_1^2 \frac{1}{(x+y)^2} dy dx$

1.8 $\int_0^1 \int_0^{\ln 2} xye^{y^2x} dx dy$

1.9 $\int_1^3 \int_1^5 \frac{\ln y}{xy} dy dx$

1.10 $\int_1^4 \int_1^2 \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) dy dx$

1.11 $\int_1^3 \int_0^{\pi} r \sin^2 \theta d\theta dr$

1.12 $\int_0^1 \int_0^1 v(u+v^2)^4 dv du$

2. จงหาค่าของปริพันธ์ต่อไปนี้

2.1 $\int_0^{\pi} \int_0^x x \sin y dy dx$

2.2 $\int_0^{\pi} \int_0^{\sin x} y dy dx$

2.3 $\int_1^{\ln 8} \int_0^{\ln y} e^{x+y} dx dy$

2.4 $\int_0^1 \int_0^{y^2} 3ye^{xy} dx dy$

2.5 $\int_1^4 \int_0^{\sqrt{x}} \frac{3}{2} e^{y/\sqrt{x}} dy dx$

2.6 $\int_0^1 \int_{x^2}^x xy^2 dy dx$

2.7 $\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-y^2}} y dx dy$

2.8 $\int_{1/4}^1 \int_{x^2}^x \sqrt{\frac{x}{y}} dy dx$

2.9 $\int_0^1 \int_0^x y \sqrt{x^2 - y^2} dy dx$

2.10 $\int_1^2 \int_0^{y^2} e^{x/y^2} dx dy$

2.11 $\int_0^1 \int_0^{s^2} \cos(s^3) dt ds$

2.12 $\int_0^1 \int_0^{e^v} \sqrt{1+e^v} dw dv$

3. จงหาค่าของปริพันธ์ต่อไปนี้

3.1 $\iint_R \sin(x-y) dA$ เมื่อ $R = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq \pi/2, 0 \leq y \leq \pi/2\}$

3.2 $\iint_R \frac{xy^2}{x^2+1} dA$ เมื่อ $R = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, -3 \leq y \leq 3\}$

3.3 $\iint_R x \sin(x+y) dA$ เมื่อ $R = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq \pi/6, 0 \leq y \leq \pi/3\}$

3.4 $\iint_R \frac{x}{1+xy} dA$ เมื่อ $R = [0, 1] \times [0, 1]$

3.5 $\iint_R ye^{-xy} dA$ เมื่อ $R = [0, 2] \times [0, 3]$

3.6 $\iint_R \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2+1}} dA$ เมื่อ $R = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$

3.7 $\iint_R x\sqrt{1-x^2} dA$ เมื่อ $R = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 2 \leq y \leq 3\}$

$$3.8 \quad \iint_R y^2 dA \text{ เมื่อ } R = \{(x, y) \mid -y - 2 \leq x \leq y, -1 \leq y \leq 1\}$$

$$3.9 \quad \iint_R \frac{y}{x^5 + 1} dA \text{ เมื่อ } R = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}$$

$$3.10 \quad \iint_R x dA \text{ เมื่อ } R = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \sin x\}$$

$$3.11 \quad \iint_R x^3 dA \text{ เมื่อ } R = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq e, 0 \leq y \leq \ln x\}$$

$$3.12 \quad \iint_R \sin\left(\frac{y}{x}\right) dA \text{ เมื่อ } R = \{(x, y) \mid \sqrt{\pi} \leq x \leq \sqrt{2\pi}, 0 \leq y \leq x^3\}$$

4. จงหาค่าของปริพันธ์ต่อไปนี้

$$4.1 \quad \iint_R x^2 dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณที่ถูกล้อมรอบด้วยเส้นโค้ง } y = 16/x \text{ เส้นตรง } y = x$$

และเส้นตรง $x = 8$

$$4.2 \quad \iint_R (3x - 2y) dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณที่ถูกปิดล้อมด้วยวงกลม } x^2 + y^2 = 1$$

$$4.3 \quad \iint_R xy^2 dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณที่ถูกล้อมรอบด้วยเส้นตรง } y = 1, y = 2, x = 0 \text{ และ}$$

$y = x$

$$4.4 \quad \iint_R y dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณในจุดภาคที่หนึ่งซึ่งถูกปิดล้อมด้วยวงกลม } x^2 + y^2 = 25$$

และเส้นตรง $x + y = 5$

$$4.5 \quad \iint_R x(1 + y^2)^{-1/2} dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณในจุดภาคที่หนึ่งซึ่งถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง}$$

$y = x^2$ เส้นตรง $y = 4$ และเส้นตรง $x = 0$

$$4.6 \quad \iint_R x \cos y dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณที่ถูกล้อมรอบด้วยเส้นตรง } y = x, y = 0 \text{ และ}$$

$x = \pi$

$$4.7 \quad \iint_R xy dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง } y = \sqrt{x} \text{ เส้นตรง } y = 6 - x$$

และเส้นตรง $y = 0$

$$4.8 \quad \iint_R x dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง } y = \arcsin x \text{ เส้นตรง}$$

$x = 1/\sqrt{2}$ และเส้นตรง $y = 0$

$$4.9 \quad \iint_R (x - 1) dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณในจุดภาคที่หนึ่งซึ่งถูกปิดล้อมด้วยเส้นตรง } y = x$$

และเส้นโค้ง $y = x^3$

$$4.10 \quad \iint_R x^2 dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณในจุดภาคที่หนึ่งซึ่งถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง } xy = 1$$

เส้นตรง $y = x$ และเส้นตรง $y = 2x$

$$4.11 \quad \iint_R \sin(y^3) dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง } y = \sqrt{x} \text{ เส้นตรง}$$

$y = 2$ และเส้นตรง $x = 0$

$$4.12 \quad \iint_R x dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง } x = \ln y \text{ เส้นตรง } x = 0 \text{ และ}$$

เส้นตรง $y = e$

$$4.13 \quad \iint_R y dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณที่ถูกล้อมรอบด้วยเส้นโค้ง } x = y^2 \text{ เส้นตรง } y = x - 2$$

$$4.14 \quad \iint_R y^2 e^{xy} dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณที่ถูกล้อมรอบด้วยเส้นตรง } y = x, y = 4 \text{ และ } x = 0$$

$$4.15 \quad \iint_R x \cos y dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณที่ถูกล้อมรอบด้วยเส้นโค้ง } y = x^2 \text{ เส้นตรง } y = 0$$

และเส้นตรง $x = 1$

$$4.16 \quad \iint_R (x^2 + 2y) dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณที่ถูกล้อมรอบด้วยเส้นโค้ง } y = x^3 \text{ และเส้นตรง}$$

$y = x$ เมื่อ $x \geq 0$

$$4.17 \quad \iint_R xy^2 dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณที่ถูกล้อมรอบด้วยเส้นโค้ง } x = \sqrt{1 - y^2} \text{ และเส้นตรง}$$

$x = 0$

$$4.18 \quad \iint_R (2x - y) dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณที่ถูกล้อมรอบด้วยวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่}$$

จุดกำเนิด และมีความยาวของรัศมีเท่ากับ 2

$$4.19 \quad \iint_R y^2 dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด } (0,1), (1,2) \text{ และ}$$

$(4,1)$

$$4.20 \quad \iint_R 2xy dA \text{ เมื่อ } R \text{ เป็นบริเวณรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด } (0,0), (1,2) \text{ และ}$$

$(0,3)$

5. จงหาค่าของปริพันธ์ต่อไปนี้

$$5.1 \quad \int_0^1 \int_{3y}^3 e^{x^2} dx dy$$

$$5.2 \quad \int_0^{\sqrt{\pi}} \int_y^{\sqrt{\pi}} \cos(x^2) dx dy$$

$$5.3 \quad \int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{y^3 + 1} dy dx$$

$$5.4 \quad \int_0^1 \int_x^1 e^{x/y} dy dx$$

$$5.5 \quad \int_0^1 \int_{\arcsin y}^{\pi/2} \cos x \sqrt{1 + \cos^2 x} dx dy$$

$$5.6 \quad \int_0^8 \int_{\sqrt[3]{y}}^2 e^{x^4} dx dy$$

$$5.7 \quad \int_0^1 \int_{4x}^4 e^{-y^2} dy dx$$

$$5.8 \quad \int_0^1 \int_{\arcsin y}^{\pi/2} \sec^2(\cos x) dx dy$$

$$5.9 \quad \int_0^4 \int_{\sqrt{y}}^2 e^{x^3} dx dy$$

$$5.10 \quad \int_1^3 \int_0^{\ln x} x dy dx$$

$$5.11 \quad \int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sin(\pi y^3) dy dx$$

$$5.12 \quad \int_0^1 \int_x^1 \sin(y^2) dy dx$$