

แบบฝึกหัดผลเฉลยเชิงตัวเลขของปัญหาค่าเริ่มต้น

ข้อ 1. – ข้อ 5. จงใช้ระเบียบวิธีออยเลอร์ประมาณค่าผลเฉลยของปัญหาค่าเริ่มต้นต่อไปนี้ (ใช้ทศนิยม 4 ตำแหน่ง) พร้อมทั้งเปรียบเทียบกับค่าจริง

1. $y' = xe^{3x} - 2y$, $y(0) = 0$ สำหรับ $0 \leq x \leq 1$ เมื่อกำหนด $n = 2$

2. $y' = 1 + \frac{y}{x}$, $y(1) = 2$ สำหรับ $1 \leq x \leq 2$ เมื่อกำหนด $n = 4$

3. $y' = 1 + (x - y)^2$, $y(2) = 1$ สำหรับ $2 \leq x \leq 3$ เมื่อกำหนด $n = 2$

4. $y' = x^{-2}(\sin 2x - 2xy)$, $y(1) = 2$ สำหรับ $1 \leq x \leq 2$ เมื่อกำหนด $n = 5$

5. $y' = \cos 2x + \sin 3x$, $y(0) = 1$ สำหรับ $0 \leq x \leq 1$ เมื่อกำหนด $n = 4$

ข้อ 6. – ข้อ 10. จงใช้ระเบียบวิธีเทย์เลอร์อันดับสองประมาณค่าผลเฉลยของปัญหาค่าเริ่มต้นต่อไปนี้ (ใช้ทศนิยม 4 ตำแหน่ง) พร้อมทั้งเปรียบเทียบกับค่าจริง

6. $y' = xe^{3x} - 2y$, $y(0) = 0$ สำหรับ $0 \leq x \leq 1$ เมื่อกำหนด $n = 2$

7. $y' = e^{x-y}$, $y(0) = 1$ สำหรับ $0 \leq x \leq 1$ เมื่อกำหนด $n = 2$

8. $y' = 1 + (x - y)^2$, $y(2) = 1$ สำหรับ $2 \leq x \leq 3$ เมื่อกำหนด $n = 2$

9. $y' = \sin x + e^{-x}$, $y(0) = 0$ สำหรับ $0 \leq x \leq 1$ เมื่อกำหนด $n = 2$

10. $y' = \cos 2x + \sin 3x$, $y(0) = 1$ สำหรับ $0 \leq x \leq 1$ เมื่อกำหนด $n = 4$

ข้อ 11. – ข้อ 15. จงใช้วิธีจุดกึ่งกลางประมาณค่าผลเฉลยของปัญหาค่าเริ่มต้นต่อไปนี้ (ใช้ทศนิยม 4 ตำแหน่ง) พร้อมทั้งเปรียบเทียบกับค่าจริง

11. $y' = xe^{3x} - 2y$, $y(0) = 0$ สำหรับ $0 \leq x \leq 1$ เมื่อกำหนด $n = 2$

12. $y' = e^{x-y}$, $y(0) = 1$ สำหรับ $0 \leq x \leq 1$ เมื่อกำหนด $n = 2$

13. $y' = 1 + (x - y)^2$, $y(2) = 1$ สำหรับ $2 \leq x \leq 3$ เมื่อกำหนด $n = 2$

14. $y' = \sin x + e^{-x}$, $y(0) = 0$ สำหรับ $0 \leq x \leq 1$ เมื่อกำหนด $n = 2$

15. $y' = \cos 2x + \sin 3x$, $y(0) = 1$ สำหรับ $0 \leq x \leq 1$ เมื่อกำหนด $n = 4$

ข้อ 16. – ข้อ 19. จงใช้ระเบียบวิธีรุงเงอ-คุททาอันดับสี่ ประมาณค่าผลเฉลยของปัญหาค่าเริ่มต้นต่อไปนี้ (ใช้ทศนิยม 4 ตำแหน่ง) พร้อมทั้งเปรียบเทียบกับค่าจริง

16. $y' = xe^{3x} - 2y$, $y(0) = 0$ สำหรับ $0 \leq x \leq 1$ เมื่อกำหนด $n = 2$

17. $y' = e^{x-y}$, $y(0) = 1$ สำหรับ $0 \leq x \leq 1$ เมื่อกำหนด $n = 2$

18. $y' = \sin x + e^{-x}$, $y(0) = 0$ สำหรับ $0 \leq x \leq 1$ เมื่อกำหนด $n = 2$

19. $y' = \left(1 + \frac{1}{x}\right)y$, $y(1) = e$ สำหรับ $1 \leq x \leq 2$ เมื่อกำหนด $n = 4$

ข้อ 20. จงใช้ระเบียบวิธีรุงเงอ-คุททาอันดับสี่ ประมาณค่าผลเฉลย $y(2.5)$ ของปัญหาค่าเริ่มต้น

$y' = 1 + (x - y)^2$, $y(2) = 1$ สำหรับ $2 \leq x \leq 3$ เมื่อกำหนด $n = 4$