

แบบฝึกหัด การหาอนุพันธ์ย่อยโดยปริยาย

1. จงหา $\frac{\partial z}{\partial x}$ และ $\frac{\partial z}{\partial y}$ เมื่อ z เป็นฟังก์ชันของ x และ y

1.1 $x^2 - 3yz^2 + xyz - 2 = 0$

1.2 $\ln(x+z) + xy^2 + z = 1$

1.3 $ye^x - 5\sin 3z = 3z$

1.4 $e^{xy} \cos yz - e^{yz} \sin xz + 2 = 0$

1.5 $x^2y + 3y^4e^{xz} - 2y \cos(xyz) + z^{x^2y} + z^3 = x^2 + y^2$

1.6 $\cos(xyz) = 1 + x^2y^2 + z^2$

2. จงหา $\frac{\partial z}{\partial x}$ และ $\frac{\partial z}{\partial y}$ ณ จุดที่กำหนดให้ เมื่อ z เป็นฟังก์ชันของ x และ y

2.1 $z^3 - xy + yz + y^3 - 2 = 0$ ที่จุด $(1, 1, 1)$

2.2 $\sin(x+y) + \sin(y+z) + \sin(x+z) = 0$ ที่จุด (π, π, π)

2.3 $xe^y + ye^z + 2\ln x - 2 - 3\ln 2 = 0$ ที่จุด $(1, \ln 2, \ln 3)$

3. จงหา $\frac{\partial w}{\partial x}$, $\frac{\partial w}{\partial y}$ และ $\frac{\partial w}{\partial z}$ เมื่อ w เป็นฟังก์ชันของ x , y และ z

3.1 $x^3 + 3y^4zw^2 - 2y \sin(xy + zw) + yz^{xw} + w^3 = e^{x^2+y^2}$

3.2 $x^2 + 5y - 2w \ln(x + yz) + x^2y^3z^4w + \sqrt{z} = x^5y^6 - 3wz$

4. กำหนดให้ $f\left(\frac{y}{x}, \frac{z}{x}\right) = 0$ เมื่อ z เป็นฟังก์ชันของ x และ y จงแสดงว่า $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$

(แนะนำ ให้กำหนด $u = \frac{y}{x}$ และ $v = \frac{z}{x}$)