

แบบฝึกหัด การหาอนุพันธ์และอนุพันธ์อันดับสูง

1. จงหา $f'(x)$ เมื่อ

$$1.1 \quad f(x) = 4 - x^2$$

$$1.2 \quad f(x) = (x-1)^2 + 1$$

$$1.3 \quad f(x) = \frac{x^3 + 5}{10}$$

$$1.4 \quad f(x) = 2x^3$$

$$1.5 \quad f(x) = -\frac{2}{3}(x^7 + 8x - 3)$$

$$1.6 \quad f(x) = (3x^2 + 6)(5x - \frac{3}{4})$$

$$1.7 \quad f(x) = (3x^3 - 6x^2 + 8)(4x^{-3} - x^{-4})$$

$$1.8 \quad f(x) = (x^3 + 3x)^2$$

$$1.9 \quad f(x) = \frac{3x}{2x+5}$$

$$1.10 \quad f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$$

$$1.11 \quad f(x) = (2x^5 - 4x^2) \left(\frac{x+1}{x-1} \right)$$

$$1.12 \quad f(x) = \left(\frac{3x+6}{x} \right) (x^{-3} - 9)$$

2. จงหา $F'(2)$ เมื่อกำหนดให้ $f(2) = -1$, $f'(2) = 4$, $g(2) = 1$ และ $g'(2) = -5$

$$2.1 \quad F(x) = 3f(x) + 2g(x)$$

$$2.2 \quad F(x) = 3f(x) - 6g(x)$$

$$2.3 \quad F(x) = 2f(x) \cdot g(x)$$

$$2.4 \quad F(x) = \frac{f(x)}{3+g(x)}$$

3. จงหาค่าของอนุพันธ์ต่อไปนี้

$$3.1 \quad \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=\sqrt{3}} \quad \text{ถ้า } y = 1 - \frac{1}{x}$$

$$3.2 \quad \left. \frac{ds}{dt} \right|_{t=-1} \quad \text{ถ้า } s = 1 - 3t^2$$

$$3.3 \quad \left. \frac{dr}{d\theta} \right|_{\theta=0} \quad \text{ถ้า } r = \frac{2}{4-\theta}$$

$$3.4 \quad \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=1} \quad \text{ถ้า } y = x^3 - 3x + 2$$

4. จงหาอนุพันธ์อันดับสองของฟังก์ชันต่อไปนี้

$$4.1 \quad y = (9 - x^3)(x^4 + 5)$$

$$4.2 \quad y = \frac{x^4}{2} - \frac{3}{2}x^2 - x$$

$$4.3 \quad s = \frac{t^2 + 5t - 3}{t^2}$$

$$4.4 \quad y = 5x^3 - 7x^2 + 9x - 2$$

$$4.5 \quad y = \frac{(x^2 + x)(x^2 - x + 1)}{x^4}$$

$$4.6 \quad r = \left(\frac{\theta^2 + 3}{12\theta} \right) \left(\frac{\theta^4 - 1}{\theta^3} \right)$$

5. จงหา $f'''(2)$ เมื่อ $f(x) = 4x^4 + 2x^3 + 3$

6. จงหา $\left. \frac{d^4y}{dx^4} \right|_{x=1}$ เมื่อ $y = \frac{6}{x^4}$

7. จงแสดงว่า $y = x^3 + 3x + 1$ สอดคล้องกับ $y''' + xy'' - 2y' = 0$

8. จงแสดงว่า ถ้า $x \neq 0$ แล้ว $y = 1/x$ สอดคล้องกับสมการ $x^3y'' + x^2y' - xy = 0$

คำตอบ

1.1 $f'(x) = -2x$

1.2 $f'(x) = 2x - 2$

1.3 $f'(x) = \frac{3x^2}{10}$

1.4 $f'(x) = 6x^2$

1.5 $f'(x) = -\frac{2}{3}(7x^6 + 8)$

1.6 $f'(x) = 45x^2 - \frac{9}{2}x + 30$

1.7 $f'(x) = (3x^3 - 6x^2 + 8)(-12x^{-4} + 4x^{-5}) + (4x^{-3} - x^{-4})(9x^2 - 12x)$

1.8 $f'(x) = 6x^5 + 24x^3 + 18x$

1.9 $f'(x) = \frac{15}{(2x+5)^2}$

1.10 $f'(x) = \frac{16x}{(x^2+4)^2}$

1.11 $f'(x) = (2x^5 - 4x^2) \left(\frac{-2}{(x-1)^2} \right) + \left(\frac{x+1}{x-1} \right) (10x^4 - 8x)$

1.12 $f'(x) = (3 + 6x^{-1})(-3x^{-4}) + (x^{-3} - 9)(-6x^{-2})$

2.1 2

2.2 42

2.3 18

2.4 $\frac{11}{16}$

3.1 $\frac{1}{3}$

3.2 6

3.3 0

3.4 0

4.1 $y'' = -42x^5 + 108x^2 - 30x$

4.2 $y'' = 6x^2 - 3$

4.3 $s'' = 10t^{-3} - 18t^{-4}$

4.4 $y'' = 30x - 14$

4.5 $y'' = 12x^{-5}$

4.6 $r'' = \frac{1}{6} - \frac{1}{2}\theta^{-4} - 5\theta^{-6}$

5. 216

6 5,040