

แบบฝึกหัด ลิมิตของฟังก์ชันหลายตัวแปร ชุดที่ 2

1. จงหาค่าของลิมิตต่อไปนี้ ถ้าลิมิตหาค่าได้

$$1.1 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (1,3)} (4xy^2 - x)$$

$$1.2 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (1/2, \pi)} (xy^2 \sin xy)$$

$$1.3 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (-1,2)} \frac{xy^3}{x+y}$$

$$1.4 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (1,-3)} e^{2x-y^2}$$

$$1.5 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \ln(1+x^2y^3)$$

$$1.6 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (4,-2)} x \left(\sqrt[3]{y^3 + 2x} \right)$$

$$1.12 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (-1,2)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

$$1.13 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 - y^4}{x^2 + y^2}$$

$$1.14 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1-x^2-y^2}{x^2 + y^2}$$

$$1.15 \quad \lim_{(x,y,z) \rightarrow (2,-1,2)} \frac{xz^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$1.16 \quad \lim_{(x,y,z) \rightarrow (2,0,-1)} \ln(2x + y - z)$$

$$1.17 \quad \lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2 + z^2)}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$1.7 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$$

$$1.8 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$$

$$1.9 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{-1/\sqrt{x^2+y^2}}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$1.10 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} e^{-1/(x^2+y^2)}$$

$$1.11 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 - 16y^4}{x^2 + 4y^2}$$

$$1.18 \quad \lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{\sin \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$1.19 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x \ln(x^2 + y^2)$$

$$1.20 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$1.21 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{-x^2-y^2} - 1}{x^2 + y^2}$$

$$1.22 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$$

2. จงแสดงว่าลิมิตต่อไปนี้หาค่าไม่ได้ โดยการพิจารณาลิมิตเมื่อ $(x,y) \rightarrow (0,0)$ บนแกนพิกัด

$$2.1 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3}{x^2 + 2y^2}$$

$$2.2 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x+y}{x+y^2}$$

$$2.3 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x-y}{x^2 + y^2}$$

3. จงแสดงว่าลิมิตของ $\frac{x^3 y}{2x^6 + y^2}$ สู่เข้าสู่ 0 เมื่อ $(x,y) \rightarrow (0,0)$ บนเส้นตรงใดๆ $y = mx$ หรือบนเส้นโค้งพาราโบลาใดๆ $y = kx^2$

4. จงแสดงว่าลิมิตของ $\frac{xyz}{x^2 + y^4 + z^4}$ สู่เข้าสู่ 0 เมื่อ $(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)$ บนเส้นตรงใดๆ $x = at$, $y = bt$ และ $z = ct$

5. จงพิจารณาว่าลิมิตของ $\frac{xy^2}{x^2+y^4}$ เมื่อ $(x,y) \rightarrow (0,0)$ หาค่าได้หรือไม่ โดยการพิจารณาจากลิมิตบน

เส้นตรงใดๆ $y = mx$ และลิมิตบนเส้นโค้ง $x = y^2$

6. จงพิจารณาว่า $f(x,y) = \begin{cases} \frac{3x^2y}{x^2+y^2} & ; (x,y) \neq (0,0) \\ 3x^4 - \frac{5}{2}y & ; (x,y) = (0,0) \end{cases}$

มีความต่อเนื่องที่จุด $(0,0)$ หรือไม่

7. จงพิจารณาว่า $f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin xy}{xy} & ; (x,y) \neq (0,0) \\ \frac{3}{5}x^3 + 4y + 1 & ; (x,y) = (0,0) \end{cases}$

มีความต่อเนื่องที่จุด $(0,0)$ หรือไม่