

แบบฝึกหัดปริพันธ์ตามเส้น ชุดที่ 1

1. จงหาค่าของปริพันธ์ตามเส้นต่อไปนี้

1.1 $\int_C (3x+2y)dx - (2x-y)dy$ เมื่อ C เป็นส่วนของเส้นตรงจากจุด $(0, 0)$ ไปยังจุด $(1, 1)$

1.2 $\int_C (3x+2y)dx - (2x-y)dy$ เมื่อ C เป็นเส้นโค้งพาราโบลาที่มีสมการ $y = x^2$ จากจุด

$(0, 0)$ ไปยังจุด $(1, 1)$

1.3 $\int_C (3x+2y)dx - (2x-y)dy$ เป็นเส้นโค้งที่มีสมการ $y = \sin(\pi x/2)$ จากจุด $(0, 0)$ ไปยัง

จุด $(1, 1)$

1.4 $\int_C (3x+2y)dx - (2x-y)dy$ เมื่อ C เป็นเส้นโค้งพาราโบลา $y = x^3$ จากจุด $(0, 0)$ ไปยัง

จุด $(1, 1)$

1.5 $\int_C ydx + zdy - xdz$ เมื่อ C เป็นเส้นโค้งที่มีสมการ $x = \cos \pi t$, $y = \sin \pi t$, $z = t$ จากจุด

$(1, 0, 0)$ ไปยังจุด $(-1, 0, 1)$

1.6 $\int_C (x+2y)dx + (x-y)dy$ เมื่อ C เป็นเส้นโค้งที่มีสมการ $x = 2\cos t$, $y = 4\sin t$ ซึ่ง

$$0 \leq t \leq \pi/4$$

1.7 $\int_C -ydx + xdy$ เมื่อ C เป็นเส้นโค้งที่มีสมการ $y^2 = 3x$ จากจุด $(3, 3)$ ไปยังจุด $(0, 0)$

1.8 $\int_C (y-x)dx + xydy$ เมื่อ C เป็นส่วนของเส้นตรงจากจุด $(3, 4)$ ไปยังจุด $(2, 1)$

1.9 $\int_C (x^2 + y^2)dx - xdy$ เมื่อ C เป็นเส้นโค้งที่มีสมการ $x^2 + y^2 = 1$ จากจุด $(1, 0)$ ไปยังจุด

$(0, 1)$ ในทิศทวนเข็มนาฬิกา

1.10 $\int_C yzdx - xzdy + xydz$ เมื่อ C เป็นเส้นโค้งที่มีสมการ $x = e^t$, $y = e^{3t}$ และ $z = e^{-t}$ ซึ่ง

$$0 \leq t \leq 1$$

1.11 $\int_C x^2dx + xydy + z^2dz$ เมื่อ C เป็นเส้นโค้งที่มีสมการ $x = \sin t$, $y = \cos t$ และ $z = t^2$ ซึ่ง

$$0 \leq t \leq \pi/2$$

2. จงหาค่าของ $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ เมื่อกำหนด

2.1 $\vec{F}(x, y) = x^2\vec{i} + xy\vec{j}$ และ $C: \vec{r}(t) = 2\cos t\vec{i} + 2\sin t\vec{j}$ เมื่อ $0 \leq t \leq \pi$

2.2 $\vec{F}(x, y) = x^2y\vec{i} + 4\vec{j}$ และ $C: \vec{r}(t) = e^t\vec{i} + e^{-t}\vec{j}$ เมื่อ $0 \leq t \leq 1$

2.3 $\vec{F}(x, y) = (x^2 + y^2)^{-3/2}(x\vec{i} + y\vec{j})$ และ $C: \vec{r}(t) = e^t \sin t\vec{i} + e^t \cos t\vec{j}$ เมื่อ $0 \leq t \leq 1$

2.4 $\vec{F}(x, y, z) = z\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k}$ และ $C: \vec{r}(t) = \sin t\vec{i} + 3\sin t\vec{j} + \sin^2 t\vec{k}$ เมื่อ $0 \leq t \leq \pi/2$

3. จงหางานที่เกิดจากแรง $\vec{F}$ กระทำบนวัตถุ แล้วทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปตามเส้นโค้ง C เมื่อ

3.1 $\vec{F}(x, y) = xy\vec{i} + x^2\vec{j}$ และ $C : x = y^2$ จากจุด $(0, 0)$ ไปยังจุด $(1, 1)$

3.2 $\vec{F}(x, y) = (x^2 + xy)\vec{i} + (y - x^2y)\vec{j}$ และ $C : x = t, y = 1/t$ เมื่อ $1 \leq t \leq 3$

3.3 $\vec{F}(x, y, z) = xy\vec{i} + yz\vec{j} + xz\vec{k}$ และ $C : \vec{r}(t) = t\vec{i} + t^2\vec{j} + t^3\vec{k}$ เมื่อ $0 \leq t \leq 1$

3.4 $\vec{F}(x, y, z) = (x + y)\vec{i} + xy\vec{j} - z^2\vec{k}$ เมื่อ C ประกอบด้วยเส้นตรงจากจุด $(0, 0, 0)$ ไปยังจุด $(1, 3, 1)$ และเส้นตรงจากจุด $(1, 3, 1)$ ไปยังจุด $(2, -1, 4)$

หมายเหตุ สมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นตรงจากจุด (x_0, y_0, z_0) ไปยังจุด (x_1, y_1, z_1) กำหนดโดย

$$x = x_0 + (x_1 - x_0)t$$

$$y = y_0 + (y_1 - y_0)t$$

และ $z = z_0 + (z_1 - z_0)t$