

แบบฝึกหัด เรื่องเวกเตอร์ ชุดที่ 2

1. จงหาเวกเตอร์ $\overrightarrow{AB}$ เมื่อกำหนดให้

1.1 $A(5, -2, 1), B(-3, -1, -4)$

1.2 $A(-1, 0, -1), B(-2, -1, 3)$

2. กำหนดให้ $\vec{u} = \langle 3, -1, 4 \rangle$ มีจุดเริ่มต้นที่จุด $(0, 2, -5)$ จงหาจุดสิ้นสุดของ $\vec{u}$

3. กำหนดให้ $\vec{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$ มีจุดสิ้นสุดที่จุด $(1, 0, 2)$ จงหาจุดเริ่มต้นของ $\vec{a}$

4. กำหนดให้ $\vec{u} = -3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{v} = \vec{i} - 2\vec{k}$ และ $\vec{w} = 3\vec{j} - 4\vec{k}$

จงหา

4.1 $\vec{u} + \vec{v} - 2\vec{w}$

4.2 $2(\vec{u} - \vec{w}) + 3\vec{v}$

4.3 $\|\vec{v} + \vec{w}\|$

4.4 เวกเตอร์ที่มีทิศเดียวกับ $\vec{u}$ แต่มีขนาดเท่ากับเวกเตอร์ $\vec{w}$

5. กำหนดให้ A, B, C เป็นจุดมีพิกัดเป็น $(-2, 1, -1)$, $(0, 2, -3)$ และ $(-5, 2, -4)$

จงหา

5.1 $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$

5.2 เวกเตอร์หนึ่งหน่วยทิศเดียวกับเวกเตอร์ $\overrightarrow{BC}$

6. ให้ $\vec{u} = \langle -2, a - 3, 3 \rangle$ และ $\vec{v} = \langle a + b, a - b, 1 \rangle$ โดยที่ $\vec{u} = 3\vec{v}$

จงหาค่าของ a และ b และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{u} + \vec{v}$

คำตอบแบบฝึกหัด

1. 1.1 $\overrightarrow{AB} = \langle -8, -1, -5 \rangle$ 1.2 $\langle -1, -1, 4 \rangle$

2. $\langle 3, 1, -1 \rangle$ 3. $\langle -1, -4, 7 \rangle$

4. 4.1 $\langle -1, -2, 5 \rangle$ 4.2 $\langle -9, 2, 0 \rangle$

4.3 $\sqrt{46}$ 4.4 $\left\langle \frac{-5}{\sqrt{26}}, \frac{20}{\sqrt{26}}, \frac{-5}{\sqrt{26}} \right\rangle$

5. 5.1 $\langle 4, 2, -4 \rangle$ 5.2 $\left\langle \frac{-5}{\sqrt{26}}, 0, \frac{-1}{\sqrt{26}} \right\rangle$

6. $a = -1$, $b = \frac{1}{3}$

แบบฝึกหัด เรื่องเวกเตอร์ ชุดที่ 3

1. จงหา $\vec{u} \cdot \vec{v}$ และ มุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เมื่อ

$$1.1 \quad \vec{u} = \vec{i} - 3\vec{j} + 7\vec{k} \quad , \quad \vec{v} = 8\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$$

$$1.2 \quad \vec{u} = \langle -3, 6, 3 \rangle \quad , \quad \vec{v} = \langle 1, -2, 7 \rangle$$

2. จงหาเวกเตอร์ส่วนประกอบของ $\vec{u}$ บน $\vec{a}$ เมื่อ

$$2.1 \quad \vec{u} = -7\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \quad , \quad \vec{a} = 5\vec{i} + \vec{k}$$

$$2.2 \quad \vec{u} = \langle 0, 0, 1 \rangle \quad , \quad \vec{a} = \langle 1, 3, 2 \rangle$$

3. จงหา $\left\| \overrightarrow{\text{Proj}_{\vec{a}} \vec{u}} \right\|$ เมื่อ

$$3.1 \quad \vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} \quad , \quad \vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$3.2 \quad \vec{u} = \langle 4, -1, 7 \rangle \quad , \quad \vec{a} = \langle 2, 3, -6 \rangle$$

4. จงหาโคไซน์บอกทิศทางของ $\vec{u}$ เมื่อ

$$4.1 \quad \vec{u} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$$

$$4.2 \quad \vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$$

5. ให้ $A(2, 1, -3)$, $B(0, 2, -1)$ และ $P(4, 3, 0)$ เป็นจุดในปริภูมิ 3 มิติจงหา

$$5.1 \quad \left\| \overrightarrow{\text{Proj}_{\overline{AB}} \overline{AP}} \right\|$$

5.2 ระยะทางจากจุด P ไปยังเส้นตรงผ่านจุด A และจุด B

คำตอบแบบฝึกหัด

1. 1.1 $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0, \cos \theta = 0$ 1.2 $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6, \cos \theta = \frac{1}{9}$

2. 2.1 $\frac{4}{13} \langle 5, 0, 1 \rangle$ 2.2 $\left\langle \frac{-1}{7}, \frac{-3}{7}, \frac{-2}{7} \right\rangle$

3. 3.1 $\frac{6}{\sqrt{5}}$ 3.2 $\frac{37}{7}$

4. 4.1 $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}, \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{3}}, \cos \gamma = \frac{1}{\sqrt{3}}$

4.2 $\cos \alpha = \frac{2}{3}, \cos \beta = \frac{-2}{3}, \cos \gamma = \frac{1}{3}$

5. 5.1 $\frac{4}{3}$ 5.2 $\frac{\sqrt{137}}{3}$

แบบฝึกหัด เรื่องเวกเตอร์ ชุดที่ 4

1. จงหา $\vec{u} \times \vec{v}$ เมื่อ
 - 1.1 $\vec{u} = \langle 1, 2, 3 \rangle$, $\vec{v} = \langle -4, 1, 2 \rangle$
 - 1.2 $\vec{u} = j - 2\vec{k}$, $\vec{v} = 3\vec{i} - 4\vec{k}$
2. กำหนดให้ $\vec{u} = \langle 2, -1, 3 \rangle$, $\vec{v} = \langle 0, 1, 7 \rangle$ และ $\vec{w} = \langle 1, 4, 5 \rangle$ จงหา
 - 2.1 $\vec{u} \times (\vec{v} - 2\vec{w})$
 - 2.2 $\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w})$
 - 2.3 $(\vec{u} \times \vec{v}) \times (\vec{v} \times \vec{w})$
3. จงหาเวกเตอร์ $\vec{u}$ ซึ่งตั้งฉากกับทั้งเวกเตอร์ $\vec{a}$, $\vec{b}$ เมื่อ
 - 3.1 $\vec{a} = \langle -1, 1, -1 \rangle$, $\vec{b} = \langle 2, 0, -2 \rangle$
 - 3.2 $\vec{a} = -7\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 4\vec{k}$
4. จงหา พื้นที่อยู่สามเหลี่ยมที่มีจุดยอดที่จุด P, Q, R เมื่อ
 - 4.1 $P(1, 5, -2)$, $Q(0, 0, 0)$, $R(3, 5, 1)$
 - 4.2 $P(2, 0, -3)$, $Q(1, 4, 5)$, $R(7, 2, 9)$
5. ให้จุด $A(1, 0, 1)$, $B(0, 2, 3)$ และ $C(2, 1, 0)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม ABC
 จงหา ส่วนสูงของสามเหลี่ยมที่ลากจากจุด C ไปยังด้าน AB
6. ให้ θ เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์ $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ และ $\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$
 จงหา $\sin \theta$ โดยใช้ ผลคูณไขว้
7. จงหาเวกเตอร์หนึ่งหน่วยซึ่งขนานกับระนาบ yz และตั้งฉากกับเวกเตอร์ $3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$
8. จงหาค่าของ $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ เมื่อ
 - 8.1 $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 4\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{j} + 5\vec{k}$
 - 8.2 $\vec{a} = \vec{i}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$, $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$
9. ถ้า $\vec{u} \cdot \vec{v} \times \vec{w} = 3$ จงหา
 - 9.1 $\vec{u} \cdot (\vec{w} \times \vec{v})$
 - 9.2 $(\vec{v} \times \vec{w}) \cdot \vec{u}$
 - 9.3 $\vec{w} \cdot (\vec{u} \times \vec{v})$
 - 9.4 $\vec{v} \cdot (\vec{u} \times \vec{w})$
 - 9.5 $(\vec{u} \times \vec{w}) \cdot \vec{v}$
 - 9.6 $\vec{v} \cdot (\vec{w} \times \vec{u})$

10. จงหาปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน ซึ่งมี $\vec{a}$, $\vec{b}$ และ $\vec{c}$ เป็นด้านประกอบ เมื่อ

10.1 $\vec{a} = \langle 2, -6, 2 \rangle$, $\vec{b} = \langle 0, 4, -2 \rangle$, $\vec{c} = \langle 2, 2, -4 \rangle$

10.2 $\vec{a} = \langle 3, 1, 2 \rangle$, $\vec{b} = \langle 4, 5, 1 \rangle$, $\vec{c} = \langle 1, 2, 4 \rangle$

11. เวกเตอร์ $\vec{u}$, $\vec{v}$ และ $\vec{w}$ ในข้อใดอยู่ในระนาบเดียวกัน

11.1 $\vec{u} = \langle 1, -2, 1 \rangle$, $\vec{v} = \langle 3, 0, -2 \rangle$, $\vec{w} = \langle 5, -4, 0 \rangle$

11.2 $\vec{u} = \langle 5, -2, 1 \rangle$, $\vec{v} = \langle 4, -1, 1 \rangle$, $\vec{w} = \langle 1, -1, 0 \rangle$

11.3 $\vec{u} = \langle 4, -8, 1 \rangle$, $\vec{v} = \langle 2, 1, -2 \rangle$, $\vec{w} = \langle 3, -4, 12 \rangle$

คำตอบแบบฝึกหัด

1. 1.1 $\langle 1, -14, 9 \rangle$ 1.2 $\langle -4, -6, -3 \rangle$
2. 2.1 $\langle 21, 0, -10 \rangle$ 2.2 $\langle -20, -67, 37 \rangle$ 2.3 $\langle 0, -56, -392 \rangle$
3. 3.1 $m\langle 1, 2, 1 \rangle ; m \neq 0$ 3.2 $m\langle 12, 28, -6 \rangle$ เมื่อ $m \neq 0$
4. 4.1 $\frac{\sqrt{374}}{2}$ 4.2 $\sqrt{1053}$
5. $\frac{\sqrt{26}}{3}$
6. $\frac{\sqrt{52}}{14}$
7. $\pm \left\langle 0, \frac{4}{\sqrt{17}}, \frac{1}{\sqrt{17}} \right\rangle$
8. 8.1 80 8.2 1
9. 9.1 -3 9.2 3 9.3 3
- 9.4 -3 9.5 -3 9.6 0
10. 10.1 13 10.2 45
11. 11.2 อยู่ในระนาบเดียวกัน